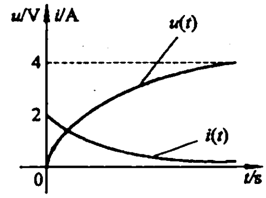
3-1 一电容 $C=0.5\ \text{F}$，其电流电压为关联参考方向。如其端电压 $u=4(1-e^{-t})\ \text{V}$，$t\geqslant 0$，求 $t\geqslant 0$ 时的电流 i，粗略画出其电压和电流的波形。电容的最大储能是多少？

解 根据电容的伏安关系，有

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=0.5\times 4e^{-t}=2e^{-t}\ \text{A}$$

其波形如题 3－1 解图所示。



题 3－1 解图

当 $t \to \infty$ 时，电容电压为最大值，即 $u_{max}=u(\infty)=4$ V，故电容的最大储能

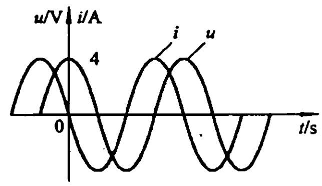
$$w_{max}=\frac{1}{2}Cu_{max}^2=4\ \text{J}$$

3－2　一电容 $C=0.5$ F，其电流电压为关联参考方向。如其端电压 $u=4\cos 2t$ V，$-\infty<t<\infty$，求其电流 i，粗略画出电压和电流的波形。电容的最大储能是多少？

解　根据电容的伏安关系，有

$$i=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=-0.5\times 8\sin 2t=-4\sin 2t\ \text{A}$$

其波形如题 3－2 解图所示。

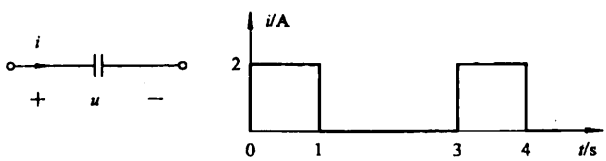


题 3－2 解图

电容的最大储能

$$w_{max}=\frac{1}{2}Cu_{max}^2=\frac{1}{2}\times 0.5\times 4^2=4\ \text{J}$$

3－3　一电容 $C=0.2$ F，其电流如题 3－3 图所示，若已知在 $t=0$ 时，电容电压 $u(0)=0$，求其端电压，并画波形。



题 3－3 图

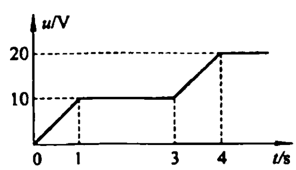
解　电流 i 的表达式可写为

$$i=\begin{cases}2\ \text{A} & 0<t<1\ \text{s 或 } 3\ \text{s}<t<4\ \text{s}\\ 0\ \text{A} & \text{其它}\end{cases}$$

根据电容的伏安关系，有

$$u=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i(\tau)\mathrm{d}\tau=u(0)+5\int_{0}^{t}i(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}10t\ \text{V} & 0<t\leqslant 1\ \text{s}\\ 10\ \text{V} & 1\ \text{s}<t\leqslant 3\ \text{s}\\ 10t-20\ \text{V} & 3\ \text{s}<t\leqslant 4\ \text{s}\\ 20\ \text{V} & t>4\ \text{s}\end{cases}$$

其波形如题 3－3 解图所示。



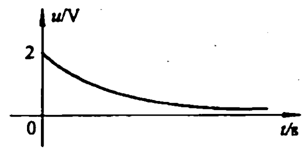
题 3－3 解图

3-4　一电感 $L=0.2$ H，其电流电压为关联参考方向。如通过它的电流 $i=5(1-e^{-2t})$ A，$t\geqslant 0$。求 $t\geqslant 0$ 时的端电压，并粗略画出其波形。电感的最大储能是多少？

解　根据电感的伏安关系，有

$$u=L\frac{di}{dt}=0.2\times 10e^{-t}=2e^{-t}\ \text{V}$$

其波形如题 3-4 解图所示。



题 3-4 解图

当 $t\to\infty$时，电感电流为最大值，即 $i_{max}=i(\infty)=5$ A，故电感的最大储能

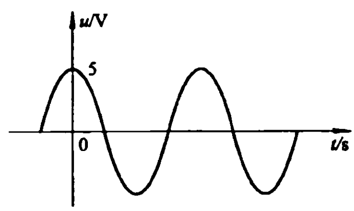
$$w_{max}=\frac{1}{2}Li_{max}^2=2.5\ \text{J}$$

3-5　一电感 $L=0.5$H，其电流电压为关联参考方向。如通过它的电流 $i=2\sin 5t$ A，$-\infty<t<\infty$，求端电压 u，并粗略画出其波形。

解　根据电感的伏安关系，有

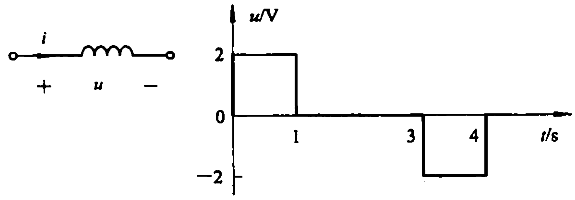
$$u=L\frac{di}{dt}=0.5\times 10\cos 5t=5\cos 5t\ \text{V}$$

其波形如题 3-5 解图所示。



题 3-5 解图

3-6　一电感 $L=4$ H，其端电压的波形如题 3-6 图所示，已知 $i(0)=0$，求其电流，并画出其波形。



题 3-6 图

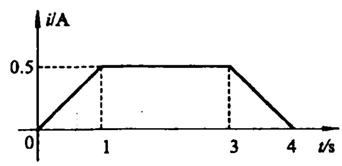
解　电压 u 的表达式可写为

$$i=\begin{cases}2\ \text{V} & 0<t<1\ \text{s}\\ -2\ \text{V} & 3\ \text{s}<t<4\ \text{s}\\ 0\ \text{V} & \text{其它}\end{cases}$$

根据电感的伏安关系，有

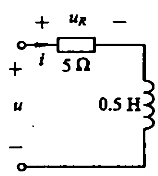
$$i=\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}u(\tau)\mathrm{d}\tau=i(0)+\frac{1}{4}\int_{0}^{t}i(\tau)\mathrm{d}\tau=\begin{cases}0.5t\ \text{A} & 0<t\leqslant 1\ \text{s}\\ 0.5\ \text{A} & 1\ \text{s}<t\leqslant 3\ \text{s}\\ 2-0.5t\ \text{A} & 3\ \text{s}<t\leqslant 4\ \text{s}\\ 0\ \text{A} & t>4\ \text{s}\end{cases}$$

其波形如题 3-6 解图所示。



题 3-6 解图

3-7　如题 3-7 图所示电路，已知电阻端电压 $u_R=5(1-e^{-10t})$ V，$t\geqslant 0$，求 $t\geqslant 0$ 时的电压 u。



题 3-7 图

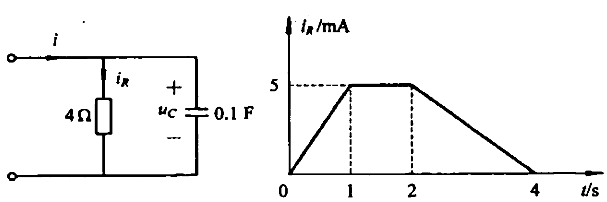
解　由欧姆定律可求得电流

$$i=\frac{u_R}{5}=1-e^{-10t}\ \text{A}$$

故利用 KVL 和电感的伏安关系，得

$$u=u_R+L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=5(1-e^{-10t})+5e^{-10t}=5\ \text{V}$$

3-8　如题 3-8 图所示电路，已知电阻中的电流 i_R 的波形如图所示，求总电流 i。



题 3-8 图

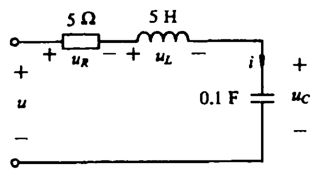
解　写出电阻电流 i_R 的表达式为

$$i_R=\begin{cases}5t\ \text{mA} & 0<t\leqslant 1\ \text{s}\\ 5\ \text{mA} & 1\ \text{s}<t\leqslant 2\ \text{s}\\ 10-2.5t\ \text{mA} & 2\ \text{s}<t\leqslant 4\ \text{s}\\ 0\ \text{mA} & t>4\ \text{s}\end{cases}$$

则根据 KCL 和电容的伏安关系，得

$$i=i_R+C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=i_R+CR\frac{\mathrm{d}i_R}{\mathrm{d}t}=\begin{cases}5t+2\ \text{mA} & 0<t\leqslant 1\ \text{s}\\ 5\ \text{mA} & 1\ \text{s}<t\leqslant 2\ \text{s}\\ 9-2.5t\ \text{mA} & 2\ \text{s}<t\leqslant 4\ \text{s}\\ 0\ \text{mA} & t>4\ \text{s}\end{cases}$$

3-9　电路如题 3-9 图所示，已知电容电压 $u_C=10\sin 2t$ V，$-\infty<t<\infty$，求电路的端口电压 u。



题 3-9 图

解　根据元件的伏安关系，有

$$i=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=0.1\times 20\cos 2t=2\cos 2t\ \text{A}$$

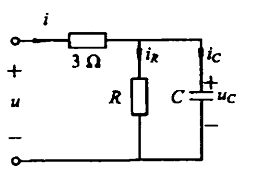
$$u_R=5i=10\cos 2t\ \text{V}$$

$$u_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=-5\times 4\sin 2t=-20\sin 2t\ \text{V}$$

故由 KVL 得

$$u_R=u_R+u_L+u_C=10(\cos 2t-\sin 2t)\ \text{V}$$

3-10　电路如题 3-10 图所示，已知 $u=5+2e^{-2t}$ V，$t\geqslant 0$，$i=1+2e^{-2t}$ A，$t\geqslant 0$，求电阻 R 和电容 C。



题 3-10 图

解　由 KVL 和欧姆定律可得电容电压

$$u_C=u-3i=5+2e^{-2t}-3-6e^{-2t}=2-4e^{-2t}\ \text{V}$$

电容和电阻上的电流分别为

$$i_C=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=8Ce^{-2t}\ \text{A}$$

$$i_R=\frac{u_C}{R}=\frac{1}{R}(2-4e^{-2t})\ \text{A}$$

由 KCL，有 $i=i_R+i_C$，即有

$$1+2e^{-2t}=\frac{2}{R}+\left(8C-\frac{4}{R}\right)e^{-2t}$$

两边比较系数，有

$$\frac{2}{R}=1$$

$$8C-\frac{4}{R}=2$$

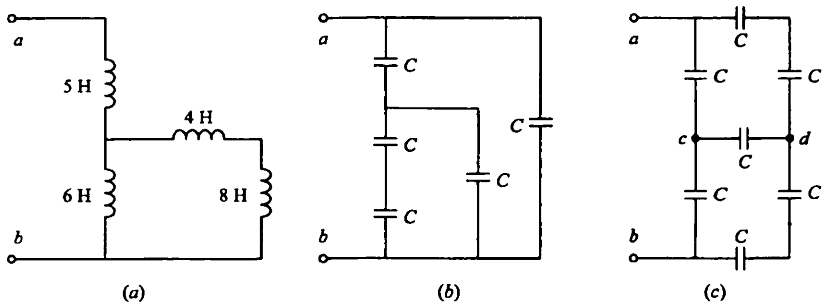
解得 $R=2\ \Omega$，$C=0.5\ \text{F}$。

3-11　如题 3-11 图所示的电路。

(1) 求图(*a*)中 *ab* 端的等效电感；

(2) 图(*b*)中各电容 $C=10\ \mu\text{F}$，求 *ab* 端的等效电容；

(3) 图(*c*)中各电容 $C=200\ \text{pF}$，求 *ab* 端的等效电容。



题 3-11 图

解　根据电感电容的串并联等效关系，有

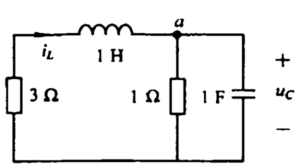
(1)
$$L_{ab}=5+6/\!/(4+8)=5+\frac{6\times12}{6+12}=9\ \text{H}$$

(2)
$$C_{ab}=C+\frac{C\left(\frac{C\times C}{C+C}+C\right)}{C+\frac{C\times C}{C+C}+C}=\frac{8}{5}C=16\ \mu\text{F}$$

(3) 该电路可看做电容电桥平衡电路，故 *cd* 间的电容可看成开路，因此

$$C_{ab}=\frac{1}{2}C+\frac{1}{4}C=\frac{3}{4}C=150\ \text{pF}$$

3-12　列写题 3-12 图示电路 u_C 的微分方程和 i_L 的微分方程。



题 3-12 图

解　在节点 *a*，考虑元件伏安关系，列出 KCL，有

$$i_L = \frac{u_C}{1} + 1 \times \frac{du_C}{dt} \qquad ①$$

考虑元件伏安关系，列出 KVL，有

$$3i_L + 1 \times \frac{di_L}{dt} + u_C = 0 \qquad ②$$

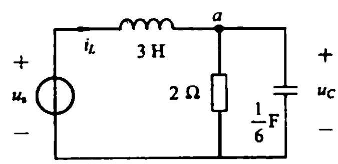
将式①代入式②，并整理得 u_C 的微分方程

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + 4\frac{du_C}{dt} + 4u_C = 0$$

由式②得出 $u_C = -3i_L - \frac{di_L}{dt}$，代入式①，并整理得 i_L 的微分方程

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 4\frac{di_L}{dt} + 4i_L = 0$$

3-13　列写题 3-13 图示电路 u_C 的微分方程和 i_L 的微分方程。



题 3-13 图

解　在节点 a，考虑元件伏安关系，列出 KCL，有

$$i_L = \frac{u_C}{2} + \frac{1}{6} \times \frac{du_C}{dt} \qquad ①$$

考虑元件伏安关系，列出 KVL，有

$$u_s + 3 \times \frac{di_L}{dt} + u_C = 0 \qquad ②$$

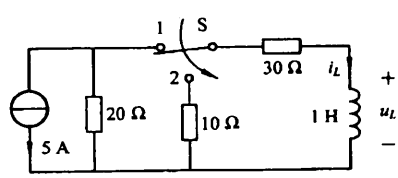
将式①代入式②，并整理得 u_C 的微分方程

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + 3\frac{du_C}{dt} + 2u_C = 2u_s$$

由式②得出 $u_C = -u_s - 3\frac{di_L}{dt}$，代入式①，并整理得 i_L 的微分方程

$$\frac{d^2 i_L}{dt^2} + 3\frac{di_L}{dt} + 2i_L = \frac{1}{3}\frac{du_s}{dt} + u_s$$

3-14　如题 3-14 图所示电路，在 $t<0$ 时开关 S 位于"1"，已处于稳态，当 $t=0$ 时开关 S 由"1"闭合到"2"，求初始值 $i_L(0_+)$ 和 $u_L(0_+)$。



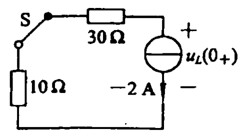
题 3-14 图

解　换路前，电路处于直流稳态，电感短路，则

$$i_L(0_-)=-\frac{20}{20+30}\times 5=-2\ \text{A}$$

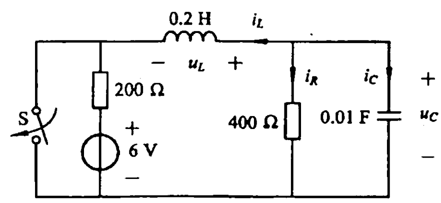
故由换路定律知，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=-2$ A，画出 $t=0_+$时的等效电路，如题 3-14 解图所示。由此可求得

$$u_L(0_+)=-(10+30)i_L(0_+)=80\ \text{V}$$



题 3-14 解图

3-15　如题 3-15 图所示电路，开关 S 原是断开的，电路已处于稳态，$t=0$ 时开关闭合。求初始值 $u_C(0_+)$、$i_L(0_+)$、$i_C(0_+)$和 $i_R(0_+)$。



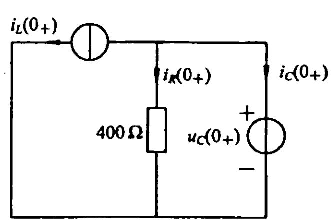
题 3-15 图

解　换路前，电路处于直流稳态，电感短路，电容开路，则

$$i_L(0_-)=-\frac{6}{200+400}=-10\ \text{mA}$$

$$u_C(0_-)=\frac{400}{200+400}\times 6=4\ \text{V}$$

故由换路定律知，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=-10$ mA，$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4$ V。画出 $t=0_+$时的等效电路，如题 3-15 解图所示。



题 3-15 解图

由此可求得

$$i_R(0_+)=\frac{u_C(0_+)}{400}=10\ \text{mA}$$

$$i_C(0_+)=-[i_L(0_+)+i_R(0_+)]=0$$

3-16 如题 3-16 图所示电路，开关 S 原是闭合的，电路已处于稳态，$t=0$ 时开关断开，求初始值 $u_L(0_+)$、$i(0_+)$和 $i_C(0_+)$。

解 换路前，电路处于直流稳态，电感短路，电容开路，则

$$i_L(0_-)=\frac{4}{2+2}=1\ \mathrm{A}$$

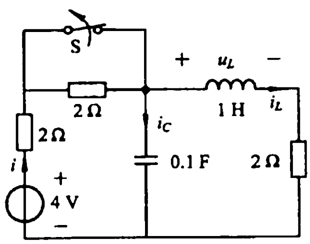
$$u_C(0_-)=2i_L(0_-)=2\ \mathrm{V}$$

故由换路定律知，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1\ \mathrm{A}$，$u_C(0_+)=u_C(0_-)=2\ \mathrm{V}$。画出 $t=0_+$ 时的等效电路，如题 3-16 解图所示。由此可求得

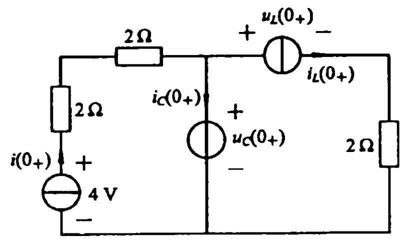
$$u_L(0_+)=u_C(0_+)-2i_L(0_+)=2-2=0$$

$$i(0_+)=\frac{4-u_C(0_+)}{2+2}=0.5\ \mathrm{A}$$

$$i_C(0_+)=i(0_+)-i_L(0_+)=0.5-1=-0.5\ \mathrm{A}$$



题 3-16 图



题 3-16 解图

3-17 如题 3-17 图所示电路，在 $t<0$ 时开关 S 断开，电路已处于稳态，当 $t=0$ 时开关闭合，求初始值 $u_R(0_+)$、$i_C(0_+)$和 $u_L(0_+)$。

解 换路前，电路处于直流稳态，电感短路，电容开路，则

$$i_L(0_-)=1\ \mathrm{A}$$

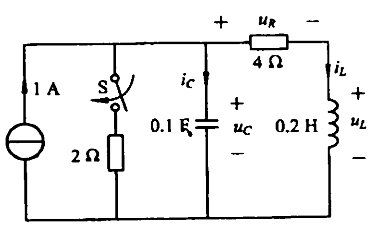
$$u_C(0_-)=4i_L(0_-)=4\ \mathrm{V}$$

故由换路定律知，$i_L(0_+)=i_L(0_-)=1\ \mathrm{A}$，$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4\ \mathrm{V}$。画出 $t=0_+$ 时的等效电路，如题 3-17 解图所示。由此可求得

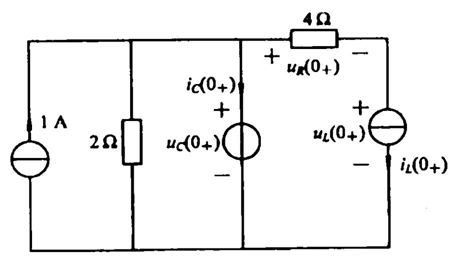
$$u_R(0_+)=4i_L(0_+)=4\ \mathrm{V}$$

$$i_C(0_+)=1-\frac{u_C(0_+)}{2}-i_L(0_+)=1-\frac{4}{2}-1=-2\ \mathrm{A}$$

$$u_L(0_+)=-u_R(0_+)+u_C(0_+)=-4+4=0$$



题 3-17 图



题 3-17 解图

3－18　题 3－18 图示电路，$t=0$ 时开关闭合，闭合前电路处于稳态，求 $t\geqslant0$ 时的 $u_C(t)$，并画出其波形。

解　根据换路定律和换路前的情况，可得

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=\frac{3\times10^3}{3\times10^3+6\times10^3}\times18\times10^{-3}\times3\times10^3=18\ \text{V}$$

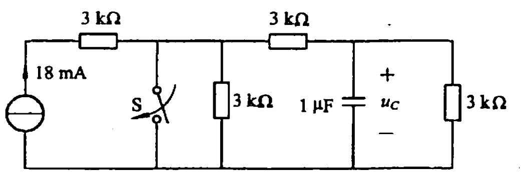
换路后，电路时常数为

$$\tau=RC=[(3\times10^3)\ /\!/\ (3\times10^3)]\times10^{-6}=1.5\times10^{-3}\ \text{s}$$

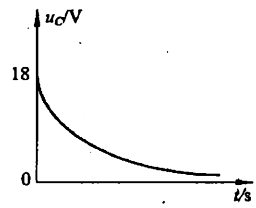
利用零输入响应的通式，得

$$u_C(t)=u_C(0_+)\text{e}^{-\frac{1}{\tau}t}=18\text{e}^{-\frac{2}{3}\times10^3t}\ \text{V}\qquad t\geqslant0$$

其波形如题 3－18 解图所示。

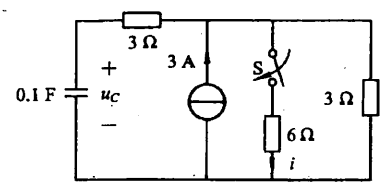


题 3－18 图



题 3－18 解图

3－19　电路如题 3－19 图所示，在 $t<0$ 时开关 S 是断开的，电路已处于稳态。$t=0$ 时开关闭合，求 $t\geqslant0$ 时的电压 u_C、电流 i 的零输入响应和零状态响应，并画出其波形。



题 3－19 图

解　根据换路定律和换路前的情况，可得初始状态

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=3\times3=9\ \text{V}$$

换路后，电路时常数为

$$\tau=RC=(3+6\ /\!/\ 3)\times0.1=0.5\ \text{s}$$

稳态值

$$u_C(\infty)=(6\ /\!/\ 3)\times3=6\ \text{V}$$

代入三要素公式，有

$$u_C(t)=u_C(0_+)\text{e}^{-t/\tau}+u_C(\infty)(1-\text{e}^{-t/\tau})$$

由于 $u_C(0_+)$为初始状态，故

$$u_{Czs}(t)=u_C(\infty)(1-\text{e}^{-t/\tau})=6(1-\text{e}^{-2t})\ \text{V}\qquad t\geqslant0$$

$$u_{Czi}(t)=u_C(0_+)\text{e}^{-t/\tau}=9\text{e}^{-2t}\ \text{V}\qquad t\geqslant0$$

$t\geqslant0$ 时电容用电压为 $u_{Czs}(t)+u_{Czi}(t)$的电压源替代，等效电路如题 3－19 解图(a)所示。列出节点方程，有

$$\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)u(t) = \frac{u_{Czs}(t)+u_{Czi}(t)}{3}+3$$

故

$$u(t) = \frac{2}{5}[u_{Czs}(t)+u_{Czi}(t)]+\frac{18}{5}$$

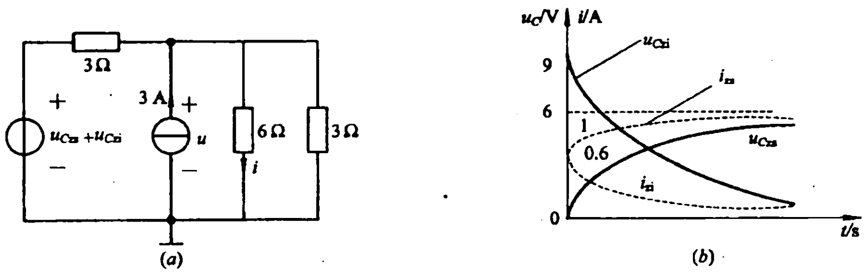
$$i(t) = \frac{u(t)}{6} = \frac{1}{15}[u_{Czs}(t)+u_{Czi}(t)]+\frac{3}{5}$$

因此

$$i_{zs}(t) = \frac{1}{15}u_{Czs}(t)+\frac{3}{5} = 1-\frac{2}{5}e^{-2t}\ \mathrm{A} \qquad t \geqslant 0$$

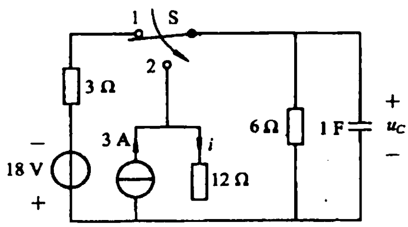
$$i_{zi}(t) = \frac{1}{15}u_{Czi}(t) = \frac{3}{5}e^{-2t}\ \mathrm{A} \qquad t \geqslant 0$$

其波形如题 3 - 19 解图(b)所示。



题 3 - 19 解图

3 - 20　如题 3 - 20 图所示电路，在 $t<0$ 时开关 S 位于“1”，电路已处于稳态。$t=0$ 时开关闭合到“2”，求 u_C、i 的零输入响应和零状态响应，并画出其波形。



题 3 - 20 图

解　根据换路定律和换路前的情况，可求得初始状态

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = -\frac{6}{3+6}\times 18 = -12\ \mathrm{V}$$

换路后，电路时常数为

$$\tau = RC = (12\ /\!/\ 6)\times 1 = 4\ \mathrm{s}$$

稳态值

$$u_C(\infty) = (12\ /\!/\ 6)\times 3 = 12\ \mathrm{V}$$

代入三要素公式，有

$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau}+u_C(\infty)(1-e^{-t/\tau})$$

由于 $u_C(0_+)$ 为初始状态，故

$$u_{Czs}(t) = u_C(\infty)(1 - e^{-t/\tau}) = 12(1 - e^{-t/4})\ \text{V} \qquad t \geqslant 0$$

$$u_{Czi}(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau} = -12e^{-t/4}\ \text{V} \qquad t \geqslant 0$$

换路后，显然有

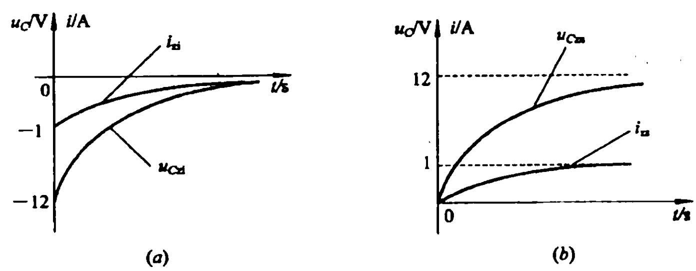
$$i = \frac{u_C}{12} = \frac{u_{Czs}}{12} + \frac{u_{Czi}}{12}$$

因此

$$i_{zs} = \frac{u_{Czs}}{12} = 1 - e^{-t/4}\ \text{A} \qquad t \geqslant 0$$

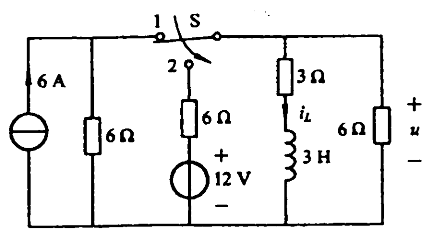
$$i_{zi} = \frac{u_{Czi}}{12} = -e^{-t/4}\ \text{A} \qquad t \geqslant 0$$

其波形如题 3-20 解图所示。



题 3-20 解图

3-21　电路如题 3-21 图所示，在 $t=0$ 时开关 S 位于“1”，电路已处于稳态。$t=0$ 时开关闭合到“2”，求 i_L、u 的零输入响应和零状态响应，并画出其波形。



题 3-21 图

解　根据换路定律和换路前的情况，可求得初始状态

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{6 \mathbin{/\!/} 6}{3 + 6 \mathbin{/\!/} 6} \times 6 = 3\ \text{A}$$

换路后，电路时常数为

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{3}{3 + 6 \mathbin{/\!/} 6} = 0.5\ \text{s}$$

稳态值

$$i_L(\infty) = \frac{12}{6 + 3 \mathbin{/\!/} 6} \times \frac{6}{6 + 3} = 1\ \text{A}$$

代入三要素公式，有

$$i_L(t)=i_L(0_+)e^{-t/\tau}+i_L(\infty)(1-e^{-t/\tau})$$

由于 $i_L(0_+)$为初始状态，故

$$i_{Lzs}(t)=i_L(\infty)(1-e^{-t/\tau})=1-e^{-2t}\ \text{A}\qquad t\geqslant 0$$

$$i_{Lzi}(t)=i_L(0_+)e^{-t/\tau}=3e^{-2t}\ \text{A}\qquad t\geqslant 0$$

由电路可看出

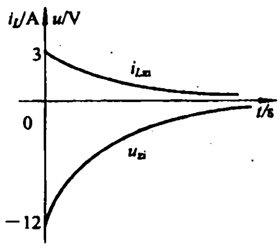
$$u=3i_L+3\frac{di_L}{dt}=3\left(i_{Lzs}+\frac{di_{Lzs}}{dt}\right)+3\left(i_{Lzi}+\frac{di_{Lzi}}{dt}\right)$$

故

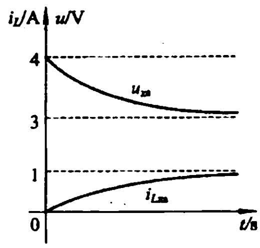
$$u_{zs}=3\left(i_{Lzs}+\frac{di_{Lzs}}{dt}\right)=3(1-e^{-2t}+2e^{-2t})=3(1+e^{-2t})\ \text{V}\qquad t\geqslant 0$$

$$u_{zi}=3\left(i_{Lzi}+\frac{di_{Lzi}}{dt}\right)=3(3e^{-2t}-6e^{-2t})=-9e^{-2t}\ \text{V}\qquad t\geqslant 0$$

其波形如题 3－21 解图所示。



(a)



(b)

题 3－21 解图

3－22　如题 3－22 图所示电路，电容初始储能为零，$t=0$ 时开关 S 闭合，求 $t\geqslant 0$ 时的 u_C。

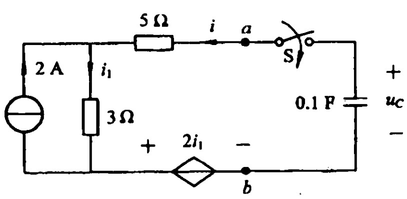
解　为了简化计算，首先将 ab 端以左电路进行戴维南等效，如题 3－22 解图所示。列出 ab 端以左电路的伏安关系

$$u=5i+3i_1+2i_1=5i+5(2+i)=10+10i$$

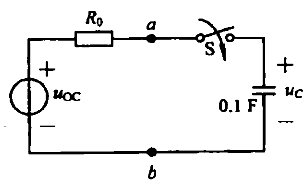
故 $u_{OC}=10\ \text{V}$，$R_0=10\ \Omega$。

由题 3－22 解图电路容易得到，$u_C(\infty)=u_{OC}=10\ \text{V}$，$\tau=R_0C=1\ \text{s}$，而依据题意，有 $u_C(0_+)=0$，因此利用三要素公式有

$$u_C(t)=u_C(0_+)e^{-t/\tau}+u_C(\infty)(1-e^{-t/\tau})=10(1-e^{-t})\ \text{V}\qquad t\geqslant 0$$

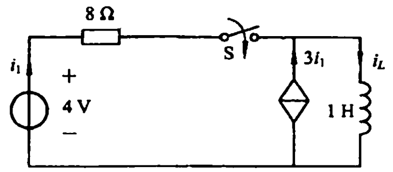


题 3－22 图



题 3－22 解图

3－23　电路如题3－23图所示，电感初始储能为零，$t=0$时开关S闭合，求$t\geqslant 0$时的i_L。



题3－23图

解　为了简化计算，换路后，首先将除电感以外的电路进行戴维南等效，如题3－23解图(b)所示。列出题3－23解图(a)所示电路的伏安关系：

$$u=-8i_1+4$$

而$i_1+3i_1+i=0$，$i_1=-i/4$，代入上式，有

$$u=2i+4$$

故$u_{OC}=4\ \text{V}$，$R_0=2\ \Omega$。

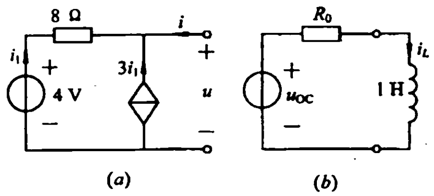
由题3－23解图(b)所示电路容易得到

$$i_L(\infty)=\frac{u_{OC}}{R_0}=2\ \text{A}$$

$$\tau=\frac{L}{R_0}=\frac{1}{2}=0.5\ \text{s},$$

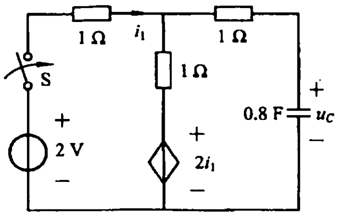
而依据题意，有$i_L(0_+)=0$，因此利用三要素公式有

$$i_L(t)=i_L(0_+)\mathrm{e}^{-t/\tau}+i_L(\infty)(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})=2(1-\mathrm{e}^{-2t})\ \text{A}\qquad t\geqslant 0$$



题3－23解图

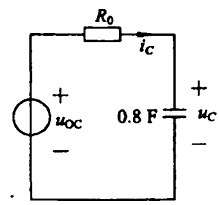
3－24　如题3－24图所示电路，电容初始储能为零，$t=0$时开关S闭合，求$t\geqslant 0$时的i_1。



题3－24图

解　先求 u_C，然后求 i_1。

为了简化计算，换路后，首先将除电容以外的电路进行戴维南等效，如题 3-24 解图所示。列出除电容以外电路端口的伏安关系



题 3-24 解图

$$u_C = -1\times i_C - 1\times i_1 + 2$$

$$u_C = -1\times i_C + 1\times(i_1 - i_C) + 2i_1$$

由上两式消去 i_1，得

$$u_C = -\frac{5}{4}i_C + 1.5$$

故

$$u_{OC} = 1.5\ \text{V},\quad R_0 = 1.25\ \Omega$$

由题 3-24 解图所示电路容易得到，$u_C(\infty)=u_{OC}=1.5\ \text{V}$，$\tau=R_0C=1\ \text{s}$，而依据题意，有 $u_C(0_+)=0$，因此利用三要素公式有

$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau} + u_C(\infty)(1-e^{-t/\tau}) = 1.5(1-e^{-t})\ \text{V}\qquad t\geqslant 0$$

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} = 0.8\times 1.5e^{-t} = 1.2e^{-t}\ \text{A}\qquad t\geqslant 0$$

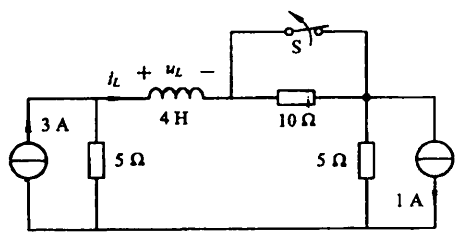
由题 3-24 图所示电路，列出 2 V 电压源支路和电容支路构成回路的 KVL 方程，有

$$-2 + 1\times i_1 + 1\times i_C + u_C = 0$$

即

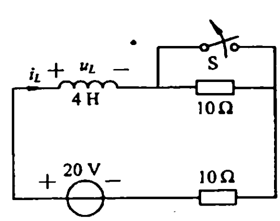
$$i_1 = 2 - i_C - u_C = 1 - 1.2e^{-t} - 1.5(1-e^{-t}) = 0.5 + 0.3e^{-t}\ \text{A}\qquad t\geqslant 0$$

3-25　电路如题 3-25 图所示，在 $t<0$ 时开关是闭合的，电路已处于稳态，当 $t=0$ 时开关断开，求 $t\geqslant 0$ 时的 i_L、u_L。



题 3-25 图

解　先利用电源模型互换，原电路可等效为题 3-25 解图所示电路。容易得到



题 3-25 解图

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{20}{10} = 2\ \text{A}$$

$$i_L(\infty) = \frac{20}{20} = 1\ \text{A}$$

$$\tau = \frac{4}{10+10} = \frac{1}{5}\ \text{s}$$

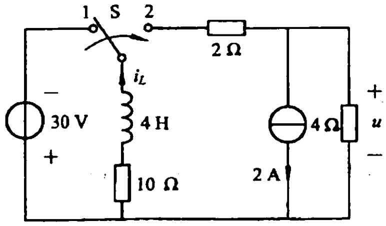
故

$$i_L(t) = [i_L(0_+) - i_L(\infty)]e^{-t/\tau} + i_L(\infty) = e^{-5t} + 1\ \text{A}\qquad t\geqslant 0$$

利用电感的伏安关系，得

$$u_L = 4\frac{\mathrm{d}i_L}{\mathrm{d}t} = 4\times(-5)\mathrm{e}^{-5t} = -20\mathrm{e}^{-5t}\ \mathrm{V}\qquad t\geqslant 0$$

3-26　电路如题3-26图所示，$t<0$时开关S位于"1"，电路已处于稳态。$t=0$时开关由"1"闭合到"2"，求$t\geqslant 0$时的i_L和u。



题3-26图

解　利用三要素法先求i_L，然后求u。

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{30}{10} = 3\ \mathrm{A}$$

$$i_L(\infty) = \frac{4}{4+12}\times 2 = 0.5\ \mathrm{A}$$

$$\tau = \frac{4}{2+4+10} = \frac{1}{4}\ \mathrm{s}$$

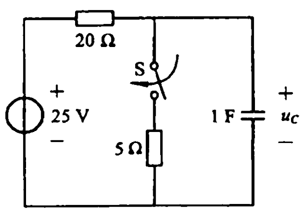
代入三要素法公式，得

$$i_L(t) = i_L(\infty) + [i_L(0_+) - i_L(\infty)]\mathrm{e}^{-t/\tau} = 0.5 + 2.5\mathrm{e}^{-4t}\ \mathrm{A}\qquad t\geqslant 0$$

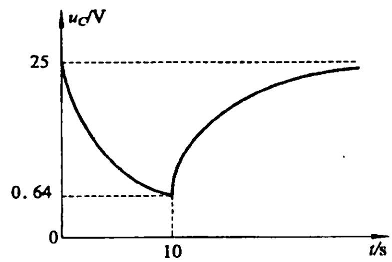
由KCL和欧姆定律得

$$u = (i_L - 2)\times 4 = -6 + 10\mathrm{e}^{-4t}\ \mathrm{V}\qquad t\geqslant 0$$

3-27　电路如题3-27图所示，$t<0$时电路已处于稳态，$t=0$时开关闭合，闭合后经过10 s开关又断开，求$t\geqslant 0$时的u_C，并画出波形。



题3-27图



题3-27解图

解　当$0\leqslant t\leqslant 10$ s时，有

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 25\ \mathrm{V}$$

$$u_C(\infty) = \frac{5}{20+5}\times 25 = 5\ \mathrm{V}$$

$$\tau = RC = (20\ /\!/\ 5)\times 1 = 4\ \mathrm{s}$$

代入三要素法公式得

$$u_C(t) = 5 + 20e^{-t/4}\ \text{V}$$

当 $t \geqslant 10$ s 时，有

$$u_C(10_+) = u_C(10_-) = 5 + 20e^{-2.5} = 6.64\ \text{V}$$

$$u_C(\infty) = 25\ \text{V}$$

$$\tau = 20 \times 1 = 20\ \text{s}$$

故

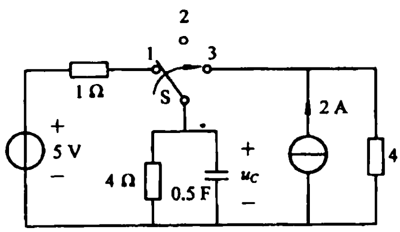
$$u_C(t) = 25 - 18.36e^{-\frac{t-10}{20}}\ \text{V}$$

其波形如题 3-27 解图所示。

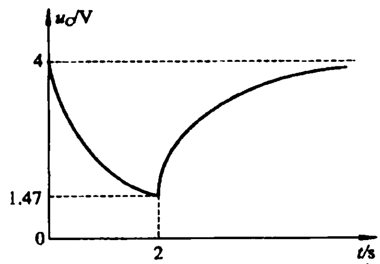
3-28　电路如题 3-28 图所示，$t<0$ 时开关 S 位于“1”，电路已处于稳态。$t=0$ 时开关由“1”闭合到“2”，经过 2 s 后，开关又由“2”闭合到“3”。

(1) 求 $t \geqslant 0$ 时的电压 u_C，并画出波形。

(2) 求电压 u_C 恰好等于 3 V 的时刻 t 的值。



题 3-28 图



题 3-28 解图

解　(1) 当 $0 \leqslant t \leqslant 2$ s 时，有

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{4}{4+1} \times 5 = 4\ \text{V}$$

$$u_C(\infty) = 0\ \text{V}$$

$$\tau_1 = R_1 C = 4 \times 0.5 = 2\ \text{s}$$

代入三要素法公式得

$$u_C(t) = 4e^{-0.5t}\ \text{V}$$

当 $t \geqslant 2$ s 时，有

$$u_C(2_+) = u_C(2_-) = 4e^{-1} = 1.47\ \text{V}$$

$$u_C(\infty) = (4 \,/\!/\, 4) \times 2 = 4\ \text{V}$$

$$\tau_2 = R_2 C = (4 \,/\!/\, 4) \times 0.5 = 1\ \text{s}$$

代入三要素法公式得

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(2_+) - u_C(\infty)]e^{-(t-2)/\tau_2} = 4 - 2.53e^{-(t-2)}\ \text{V}$$

其波形如题 3-28 解图所示。

(2) $u_C = 3$ V 时，应在 u_C 表达式中分时段求取 u_C 恰好等于 3 V 的时刻 t 的值。

当 $0 \leqslant t \leqslant 2$ s 时，有

$$u_C(t) = 4e^{-0.5t} = 3$$

解得

$$t = -2\ln\frac{3}{4} = 0.575\ \text{s}$$

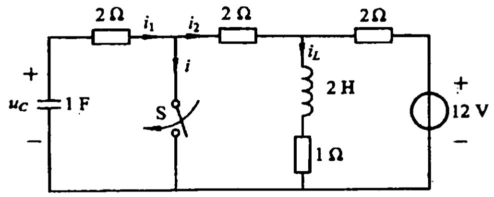
当 $t \geqslant 2$ s 时，有

$$u_C(t) = 4 - 2.53e^{-(t-2)} = 3$$

解得

$$t = 2 - 2\ln\frac{1}{2.53} = 2.928\ \text{s}$$

3-29 电路如题 3-29 图所示，在 $t<0$ 时开关 S 是断开的，电路已处于稳态，$t=0$ 时开关闭合，求 $t \geqslant 0$ 时的电流 i。



题 3-29 图

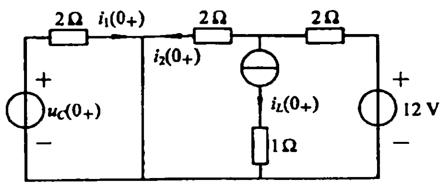
解 该题有两个动态元件。如果直接求 i，则是一个二阶电路问题。如果先求出 i_1 和 i_2，再利用 KCL 求 $i=i_1+i_2$，而求 i_1 和 i_2 则是求解两个一阶电路问题。这样仍可以利用三要素公式。

根据换路定律和换路前的情况，可求得初始状态

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{1}{2+1} \times 12 = 4\ \text{V}$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{12}{2+1} = 4\ \text{A}$$

画出 0_+ 等效电路，如题 3-29 解图所示。



题 3-29 解图

由此可解得

$$i_1(0_+) = \frac{u_C(0_+)}{2} = 2\ \text{A}$$

利用 KCL 和 KVL 有

$$-2i_2(0_+) - 2[i_2(0_+) + i_L(0_+)] + 12 = 0$$

解得

$$i_2(0_+) = 1\ \text{A}$$

容易求得换路后的稳态值为

$$i_1(\infty) = 0,\ i_2(\infty) = \frac{12}{2+1\,/\!/\,2} \times \frac{1}{2+1} = 1.5\ \text{A}$$

时常数

$$\tau_C = 2\times 1 = 2\ \mathrm{s},\quad \tau_L = \frac{2}{1+2\ /\!/\ 2} = 1\ \mathrm{s}$$

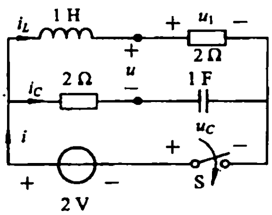
代入三要素公式，得

$$i_1(t) = 2e^{-0.5t}\ \mathrm{A},\ i_2(t) = 1.5-0.5e^{-t}\ \mathrm{A}\qquad t\geqslant 0$$

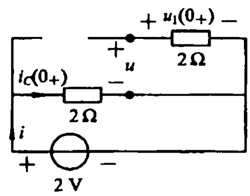
故

$$i = i_1(t)+i_2(t) = 2e^{-0.5t}+1.5-0.5e^{-t}\ \mathrm{A}\qquad t\geqslant 0$$

3-30　电路如题 3-30 图所示，已知 $u_C(0_-)=0$，$i_L(0_-)=0$，当 $t=0$ 时开关闭合，求 $t\geqslant 0$ 时的电流 i 和电压 u。



题 3-30 图



题 3-30 解图

解　由换路定律有

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

画出 0_+ 等效电路如题3-30 解图所示。

容易求得

$$u_1(0_+) = 0$$

$$i_C(0_+) = \frac{2}{2} = 1\ \mathrm{A}$$

换路后的稳态值为

$$u_C(\infty) = 2\ \mathrm{V}$$

$$u_1(\infty) = 2\ \mathrm{V}$$

$$i_L(\infty) = \frac{2}{2} = 1\ \mathrm{A}$$

$$i_C(\infty) = 0$$

时常数

$$\tau_C = 2\times 1 = 2\ \mathrm{s}$$

$$\tau_L = \frac{1}{2}\ \mathrm{s}$$

换路后求 u_C、u_1、i_L 和 i_C 时仍然是一阶电路，利用三要素公式可得($t\geqslant 0$)

$$u_C(t) = 2(1-e^{-0.5t})\ \mathrm{V}$$

$$u_1(t) = 2(1-e^{-2t})\ \mathrm{V}$$

$$i_L(t) = 1-e^{-2t}\ \mathrm{A}$$

$$i_C(t) = e^{-0.5t}\ \mathrm{A}$$

利用 KVL 和 KCL 可得($t\geqslant 0$)

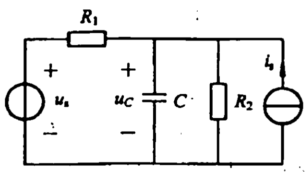
$$u(t) = u_1(t) - u_C(t) = 2(e^{-0.5t} - e^{-2t})\ \text{V}$$

$$i(t) = i_L(t) + i_C(t) = 1 - e^{-2t} + e^{-0.5t}\ \text{A}$$

3-31 电路如题3-31图所示，电容的初始电压 $u_C(0_+)$一定，激励源均在 $t=0$ 时接入，已知当 $u_s=2$ V，$i_s=0$ 时，全响应 $u_C=1+e^{-2t}$ V，$t\geqslant0$；当 $u_s=0$，$i_s=2$ A 时，全响应 $u_C=4-2e^{-2t}$ V，$t\geqslant0$。

(1) 求 R_1、R_2 和 C 的值。

(2) 求当 $u_s=2$ V，$i_s=2$ A 时，电路的全响应。



题3-31图

解 (1) 当 $u_s=2$ V，$i_s=0$ 时，全响应 $u_C=1+e^{-2t}$ V，故有 $u_C(\infty)=1$ V，而由电路可知

$$u_C(\infty) = \frac{R_2}{R_1+R_2}u_s$$

因此，有

$$u_C(\infty) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\times 2 = 1 \qquad ①$$

当 $u_s=0$，$i_s=2$ A 时，全响应 $u_c=4-2e^{-2t}$ V，故有 $u_C(\infty)=4$ V，而由电路可知

$$u_C(\infty) = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}i_s$$

因此，有

$$u_C(\infty) = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}\times 2 = 4 \qquad ②$$

联立解式①和式②，得

$$R_1 = R_2 = 4\ \Omega$$

又

$$\tau = \frac{1}{2} = (R_1 /\!/ R_2)C$$

故

$$C = \frac{1}{4}\text{F}$$

(2) 由已知条件得

$$u_C(0_+) = 1+1 = 2\ \text{V}$$

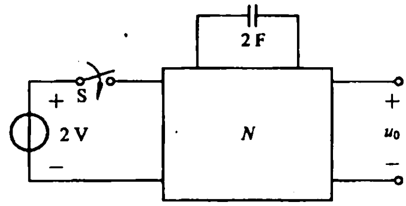
所以电路的零输入响应为

$$u_{Czi} = 2e^{-2t}\ \text{V}$$

则叠加定理，得

$$u_C(t) = (1+e^{-2t}) + (4-2e^{-2t}) - u_{Czi} = 5-3e^{-2t}\ \text{V} \qquad t\geqslant 0$$

3-32　如题3-32图所示电路，N 中不含储能元件，当 $t=0$ 时开关闭合，输出电压的零状态响应为 $u_0(t)=1+e^{-t/4}$ V，$t\geqslant 0$；如果将 2 F 的电容换为 2 H 的电感，求输出电压的零状态响应 $u_0(t)$。



题3-32图

解　用三要素公式求解。其三个要素可分别计算对应于接电感时的三个要素。为了区分方便，接电感时输出的零状态响应记为 $u_{0L}(t)$。

$$u_0(0_+)=1+1=2=u_{0L}(\infty)$$

即接电容时的初始值等于接电感时的稳态值。

$$u_0(\infty)=1=u_{0L}(0_+)$$

即接电容时的稳态值等于接电感时的初始值。

$$\tau_C=R_0C=2R_0=4$$

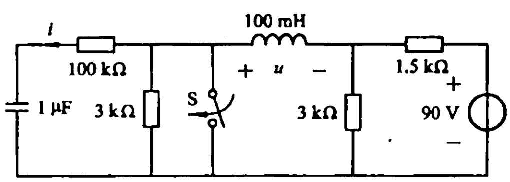
故 $R_0=2\ \Omega$。所以

$$\tau_L=\frac{L}{R_0}=\frac{2}{2}=1\ \text{s}$$

代入三要素公式，得

$$u_{0L}(t)=2+(1-2)e^{-t}=2-e^{-t}\ \text{V}\qquad t\geqslant 0$$

3-33　如题3-33图所示电路，在 $t<0$ 时开关 S 是断开的，电路已处于稳态，$t=0$ 时开关闭合，求 $t\geqslant 0$ 时的 $i(t)$ 和 $u(t)$。



题3-33图

解　换路后电路虽然有两个动态元件，但所求量处于两个一阶电路之中，故可用三要素公式求解。

根据换路定律和换路前的情况，可求得初始状态：

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=\frac{(3\times 10^3)\ /\!/\ (3\times 10^3)}{1.5\times 10^3+(3\times 10^3)\ /\!/\ (3\times 10^3)}\times 90=45\ \text{V}$$

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{-90}{1.5\times 10^3+(3\times 10^3)\ /\!/\ (3\times 10^3)}\times\frac{3\times 10^3}{3\times 10^3+3\times 10^3}=-15\ \text{mA}$$

容易求出换路后的稳态值

$$u_C(\infty)=0$$

$$i_L(\infty) = -\frac{90}{1.5\times10^3} = -60\ \text{mA}$$

换路后的时常数分别为

$$\tau_C = R_C C = 100\times10^3\times10^{-6} = 0.1\ \text{s}$$

$$\tau_L = \frac{L}{R_L} = \frac{100\times10^{-3}}{(1.5\times10^3)\ /\!/\ (3\times10^3)} = 10^{-4}\ \text{s}$$

代入三要素公式，得

$$u_C(t) = 45\text{e}^{-10t}\ \text{V}$$

$$i_L(t) = 45\text{e}^{-10^4 t} - 60\ \text{mA}$$

利用电容、电感的伏安关系，有

$$i(t) = C\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t} = -0.45\text{e}^{-10t}\ \text{mA} \qquad t\geqslant 0$$

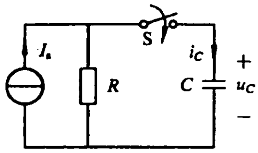
$$u(t) = L\frac{\text{d}i_L}{\text{d}t} = -45\text{e}^{-10^4 t}\ \text{V} \qquad t\geqslant 0$$

3 - 34　如题 3 - 34 图所示电路，已知 $I_s=100$ mA，$R=1$ kΩ，$t=0$ 时开关闭合。

(1) 求使固有响应为零的电容电压初始值。

(2) 若 $C=1\ \mu$F，$u_C(0_+)=50$ V，求 $t=10^{-4}$ s 时的 u_C 和 i_C 的值。

(3) 若 $u_C(0_+)=-50$ V，为使 $t=10^{-3}$ s 时的 u_C 等于零，求所需的电容 C 的值。



题 3 - 34 图

解　(1) 由三要素公式可知，为使固有响应为零，即要求

$$u_C(0_+) - u_C(\infty) = 0$$

故由电路，有

$$u_C(0_+) = u_C(\infty) = RI_s = 100\ \text{V}$$

(2) $\tau=RC=10^3\times10^{-6}=10^{-3}$ s，利用三要素公式，有

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]\text{e}^{-t/\tau} = 100 - 50\text{e}^{-10^3 t}\ \text{V}$$

$$i_C(t) = C\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t} = 50\text{e}^{-10t}\ \text{mA}$$

当 $t=10^{-4}$ s 时，

$$u_C(10^{-4}) = 100 - 50\text{e}^{-10^3\times10^{-4}} = 54.8\ \text{V}$$

$$i_C(10^{-4}) = 50\text{e}^{-10^3\times10^{-4}} = 45.2\ \text{mA}$$

(3) 利用三要素公式

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0_+) - u_C(\infty)]\text{e}^{-t/\tau} = 100 - 150\text{e}^{-\frac{1}{10^3 C}t}\ \text{V}$$

当 $t=10^{-3}$ s 时，

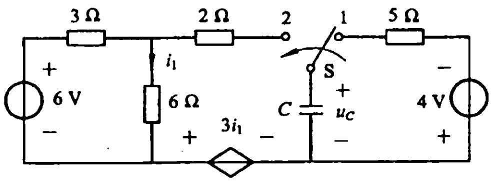
$$u_C(10^{-3}) = 100 - 150\text{e}^{-\frac{1}{10^3 C}\times10^{-3}} = 0$$

$$C = \frac{10^{-6}}{\ln\left(\frac{150}{100}\right)} = 2.48\ \mu\text{F}$$

3-35 如题 3-35 图所示电路，在 $t<0$ 时开关位于"1"，电路已处于稳态，$t=0$ 时开关闭合到"2"，

(1) 若 $C=0.1$ F，求 $u_C=\pm3$ V 时的时间 t；

(2) 为使 $t=1$ s 时的 u_C 为零，求所需的 C 值。



题 3-35 图

解：为了计算简便，先将电容以左的电路进行戴维南等效。标出端口上的电流 i(由节点 2 流向 2 Ω 电阻)和电压 u(电容 C 两端，上正下负)，列出方程

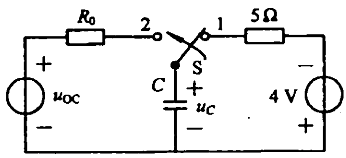
$$u = 2i + 6i_1 + 3i_1 = 2i + 9i_1$$

$$-6 + 3(i_1 - i) + 6i_1 = 0$$

由以上两式消去 i_1，得其端口的伏安关系

$$u = 6 + 5i$$

故 $u_{OC}=6$ V，$R_0=5$ Ω。原电路的等效电路如题 3-35 解图所示。



题 3-35 解图

用三要素公式求解。

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = -4 \text{ V}$$

$$u_C(\infty) = u_{OC} = 6 \text{ V}$$

$$\tau = R_0C = 5\,C$$

故利用三要素公式，有

$$u_C(t) = 6 - 10e^{-\frac{1}{5C}t} \qquad t \geqslant 0$$

(1) 若 $C=0.1$ F，则

$$u_C(t) = 6 - 10e^{-2t} \text{ V}$$

当 $u_C=-3$ V 时，

$$e^{-2t}=0.9,\ t=0.0527 \text{ s}$$

当 $u_C=3$ V 时，

$$e^{-2t}=0.3,\ t=0.602 \text{ s}$$

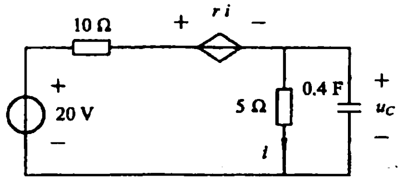
(2) 如果 $t=1$ s 时，$u_C=0$，即

$$u_C(1) = 6 - 10e^{-\frac{1}{5C}} = 0$$

解得

$$C = 0.392 \text{ F}$$

3-36 如题3-36图所示电路原处于稳态，在 $t=0$ 时，受控源的控制系数 r 突然由 $10\ \Omega$ 变为 $5\ \Omega$，求 $t>0$ 时的电压 $u_C(t)$。



题 3-36 图

解 当 $t=0_-$ 时，电容开路，$r=10\ \Omega$，则有 KVL 方程

$$(10+5)i+ri-20=0$$

解得

$$i=\frac{20}{15+r}=\frac{20}{25}=0.8\ \mathrm{A}$$

故

$$u_C(0_-)=5i=4\ \mathrm{V}$$

当 $t\to\infty$时，$r=5\ \Omega$，电容开路，则有 KVL 方程

$$(10+5)i+ri-20=0$$

解得

$$i=\frac{20}{15+r}=\frac{20}{20}=1\ \mathrm{A}$$

$$u_C(\infty)=5i=5\ \mathrm{V}$$

为求换路后电容两端看进去的戴维南等效电阻 R_0，令电容短路(此时 $i=0$)，则其短路电流 i_{sc}(从上到下)为

$$i_{sc}=\frac{20}{10}=2\ \mathrm{A}$$

故

$$R_0=\frac{u_C(\infty)}{i_{sc}}=2.5\ \Omega$$

$$\tau=R_0C=2.5\times0.4=1\ \mathrm{s}$$

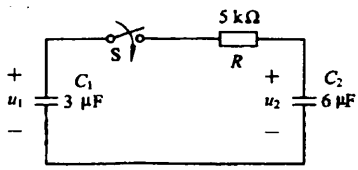
代入三要素公式得

$$u_C(t)=5-\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V}\qquad t\geqslant0$$

3-37 电路如题3-37图所示，在 $t=0_-$ 时，$u_1(0_-)=60\ \mathrm{V}$，$u_2(0_-)=0$，$t=0$ 时开关S闭合。

(1) 求 $t\geqslant0$ 的 u_1 和 u_2，画出其波形。

(2) 计算在 $t>0$ 时电阻吸收的能量。



题 3-37 图

解 (1) 换路后两个电容可等效为一个独立电容，故该电路仍为一阶电路，三要素公式仍适用。由于电路中未出现全电容回路，故根据换路定律，有

$$u_1(0_+) = u_1(0_-) = 60\ \text{V}$$

$$u_2(0_+) = u_2(0_-) = 0$$

稳态时，电路中电流为零。故由 KVL 可知

$$u_1(\infty) = u_2(\infty) \quad ①$$

由电荷守恒定律，电路的放电过程是电容 C_1 的初始电荷在两电容上重新分配的过程，故总电荷量不变，即有

$$C_1u_1(\infty) + C_2u_2(\infty) = C_1u_1(0_+) \quad ②$$

联立求解式①和式②，可得

$$u_1(\infty) = u_2(\infty) = 20\ \text{V}$$

电路的时常数为

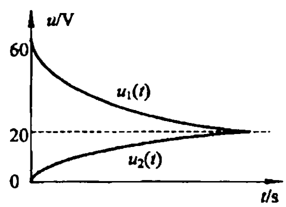
$$\tau = R\frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = 10^{-2}\ \text{s}$$

利用三要素公式，得

$$u_1(t) = 20 + 40\text{e}^{-100t}\ \text{V} \qquad t \geqslant 0$$

$$u_2(t) = 20(1 - 40\text{e}^{-100t})\text{V} \qquad t \geqslant 0$$

波形如题 3 - 37 解图所示。



题 3 - 37 解图

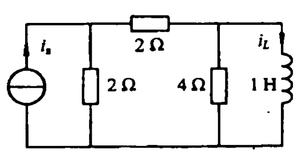
(2) $t>0$ 时电阻吸收的能量为

$$w_R = \Delta w_C = \frac{1}{2}C_1u_1^2(0_+) - \frac{1}{2}C_1u_1^2(\infty) - \frac{1}{2}C_2u_2^2(\infty) = 3.6\ \text{mJ}$$

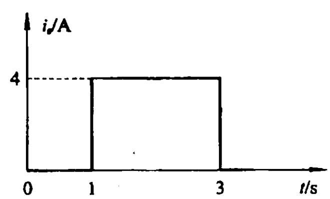
3 - 38 如题 3 - 38 图所示电路，如以 i_L 为输出，

(1) 求阶跃响应。

(2) 如输入信号 i_s 的波形如图(b)所示，求 i_L 的零状态响应。



(a)



(b)

题 3 - 38 图

解 (1) 当 $i_s=\varepsilon(t)$ A 时，利用三要素法求解。

$$i_L(0_+)=0$$

$$i_L(\infty)=\frac{2}{2+2}\times 1=0.5\ \text{A}$$

$$\tau=\frac{1}{(2+2)\ /\!/\ 4}=0.5\ \text{s}$$

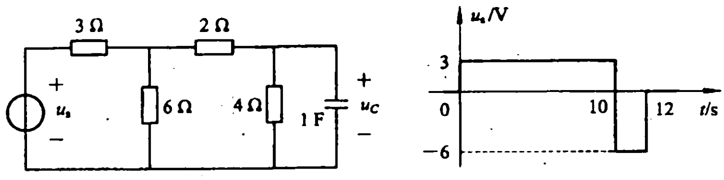
故得电路的阶跃响应

$$g_{i_L}(t)=0.5(1-\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)\ \text{A}$$

(2) 当 i_s 的波形如图(b)所示时，即 $i_s(t)=4[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-3)]$ A，根据线性非时变性，其引起的零状态响应为

$$i_L(t)=4[g_{i_L}(t)-g_{i_L}(t-3)]=2(1-\mathrm{e}^{-2t})\varepsilon(t)-2[1-\mathrm{e}^{-2(t-2)}]\varepsilon(t-2)\ \text{A}$$

3-39 如题 3-39 图所示电路，若输入电压 u_s 如图(b)所示，求 u_C 的零状态响应。



(a) (b)

题 3-39 图

解 先利用三要素法求解阶跃响应。

当 $u_s=\varepsilon(t)$ V 时，

$$u_C(0_+)=0$$

$$u_C(\infty)=\frac{4}{4+2}\times\frac{6\ /\!/\ (4+2)}{3+6\ /\!/\ (4+2)}=\frac{1}{3}\ \text{V}$$

$$\tau=R_0C=[4\ /\!/\ (2+6\ /\!/\ 3)]\times 1=2\ \text{s}$$

利用三要素公式得阶跃响应

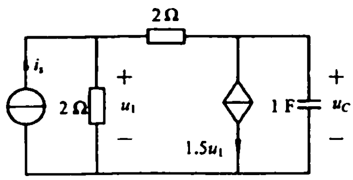
$$g_{u_C}(t)=\frac{1}{3}(1-\mathrm{e}^{-0.5t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$

当 u_s 如图(b)所示时，即 $u_s=3\varepsilon(t)-9\varepsilon(t-10)+6\varepsilon(t-12)$ V，利用线性非时变性得 u_C 的零状态响应为

$$u_C(t)=3g_{u_C}(t)-9g_{u_C}(t-10)+12g_{u_C}(t-12)$$

$$=(1-\mathrm{e}^{0.5t})\varepsilon(t)-3[1-\mathrm{e}^{-0.5(t-10)}]\varepsilon(t-10)+4[1-\mathrm{e}^{-0.5(t-12)}]\varepsilon(t-12)\ \text{V}$$

3-40 如题 3-40 图所示电路，若以 u_C 为输出，求其阶跃响应。



题 3-40 图

解　用三要素法求解。

$i_s=\varepsilon(t)$ A 时，$u_C(0_+)=0$。

当 $t>0$ 时，$i_s=1$ A。为了便于计算，首先将除电容以外的电路进行戴维南等效。对题 3-40 解图(a)所示电路，列出端口的伏安关系

$$u=2(i-1.5u_1)+u_1$$

而 $u_1=2(i_s+i-1.5u_1)$，$u_1=0.5i_s+0.5i$，代入上式，并整理，有

$$u=-i_s+i=-1+i$$

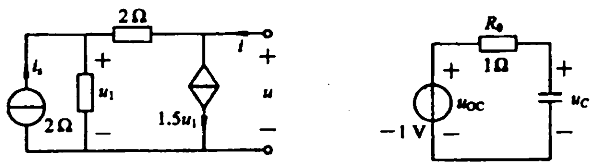
因此，$t>0$ 时，原电路等效为题 3-40 解图(b)所示电路。由此容易得出

$$u_C(\infty)=u_{OC}=-1\ \text{V}$$

$$\tau=R_0C=1\times1=1\ \text{s}$$

故利用三要素公式，得阶跃响应

$$g_{u_C}(t)=-(1-e^{-t})\varepsilon(t)\ \text{V}$$



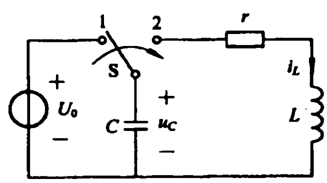
(a)　　(b)

题 3-40 解图

3-41　在受控热核研究中，需要的强大脉冲磁场是靠强大的脉冲电流产生的。题 3-41 图示电路中 $C=2000\ \mu$F，$L=4$ nH，$r=0.4$ mΩ，直流电压 $U_0=15$ kV，如在 $t<0$ 时，开关位于"1"，电路已处于稳态，当 $t=0$ 时，开关由"1"闭合到"2"。

(1) 求衰减常数 α、谐振角频率 ω_0 和 $t\geqslant0$ 时的 $i_L(t)$；

(2) 求 i_L 达到极大值的时间，并求出 $i_{L\max}$。



题 3-41 图

解　(1) 根据二阶电路的有关结论，衰减常数 α、谐振角频率 ω_0 为

$$\alpha=\frac{r}{2L}=\frac{0.4\times10^{-3}}{2\times4\times10^{-9}}=5\times10^{4}\ \text{s}^{-1}$$

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{4\times10^{-9}\times2000\times10^{-6}}}=3.536\times10^{5}\ \text{rad/s}$$

电路初始值为

$$u_C(0)=U_0=15\ \text{kV}$$

$$i_C(0)=0$$

故 $t \geqslant 0$ 时的 $i_L(t)$ 为

$$i_L(t) = \frac{u_C(0)}{\beta}\omega_0^2 C e^{-\alpha t}\sin\beta t = \frac{u_C(0)}{L\beta}e^{-\alpha t}\sin\beta t \text{ A}$$

其中，$\beta = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} = 3.5 \times 10^5$ rad/s，故

$$i_L(t) = \frac{15 \times 10^3}{4 \times 10^{-9} \times 3.5 \times 10^5} e^{-5\times10^4 t}\sin(3.5 \times 10^5 t)$$

$$= 10.7 \times 10^6 e^{-5\times10^4 t}\sin(3.5 \times 10^5 t) \text{ A}$$

(2) 令 $\frac{di_L}{dt} = 0$，即

$$\beta e^{-\alpha t}\cos\beta t - \alpha e^{-\alpha t}\sin\beta t = 0$$

可解得最大值点

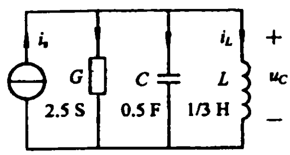
$$t = \frac{1}{\beta}\arctan\frac{\beta}{\alpha} = 4.08\ \mu\text{s}$$

故

$$i_{L\max} = 10.7 \times 10^6 e^{-5\times10^4\times4.08\times10^{-6}}\sin(3.5 \times 10^5 t \times 4.08 \times 10^{-6})$$

$$= 8.64 \times 10^6 \text{ A}$$

3-42　如题 3-42 图之 GCL 并联电路，若以 i_L 和 u_C 为输出，求它们的阶跃响应。



题 3-42 图

解　根据二阶电路的有关结论，有

$$\alpha = \frac{G}{2C} = \frac{2.5}{2 \times 0.5} = 2.5 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3} \times 0.5}} = 2.45 \text{ rad/s}$$

$$\alpha_1 = \alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = 2 \text{ s}^{-1}$$

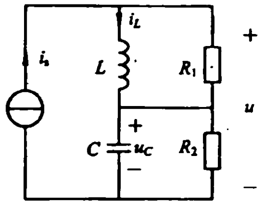
$$\alpha_2 = \alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = 3 \text{ s}^{-1}$$

故阶跃响应为

$$u_C(t) = \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1)C}(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t})\varepsilon(t) = 2(e^{-2t} - e^{-3t})\varepsilon(t) \text{ V}$$

$$i_L(t) = 1 - \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1)}(\alpha_2 e^{-\alpha_1 t} - \alpha_1 e^{-\alpha_2 t})\varepsilon(t) = (1 - 3e^{-2t} + 2e^{-3t})\varepsilon(t) \text{ A}$$

3-43　如题 3-43 图所示电路，若以 u 为输出，求阶跃响应；若要使 $u(t)$ 也是阶跃函数，需要满足什么条件？



题 3-43 图

解　先用三要素法求两个状态变量 u_C 和 i_L 的阶跃响应，然后再求 $u(t)$ 的阶跃响应。根据题意，

$$i_s(t)=\varepsilon(t),\ u_C(0_+)=0,\ i_L(0_+)=0$$

$$u_C(\infty)=i_s(\infty)\times R_2=R_2$$

$$i_L(\infty)=i_s(\infty)=1$$

故

$$u_C(t)=u_C(\infty)(1-e^{-\frac{t}{R_2C}})=R_2(1-e^{-\frac{t}{R_2C}})\varepsilon(t)$$

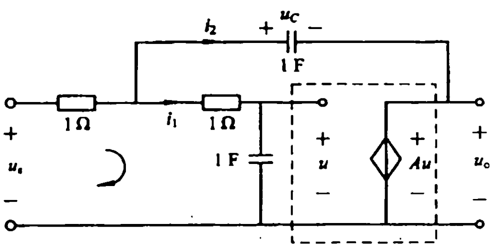
$$i_L(t)=i_L(\infty)(1-e^{-\frac{R_1t}{L}})=(1-e^{-\frac{R_1t}{L}})\varepsilon(t)$$

则

$$u(t)=R_1(i_s-i_L)+u_C=[R_1e^{-\frac{R_1t}{L}}+R_2(1-e^{-\frac{t}{R_2C}})]\varepsilon(t)$$

若要使 $u(t)$ 也是阶跃函数，即要求 $R_1e^{-\frac{R_1t}{L}}+R_2(1-e^{-\frac{t}{R_2C}})$ 为常数，故当满足 $R_1=R_2$，$R_1R_2=\frac{L}{C}$ 时，$u(t)$ 也是阶跃函数。

3-44　如题 3-44 图所示电路，虚线内是运放电路等效模型，列出输出电压 u_o 的微分方程，分析 A 取不同数值时，电压 u_o 的情况(过阻尼、衰减振荡、等幅振荡、增幅振荡，其中增幅振荡是不稳定状态)。



题 3-44 图

解　根据两类约束，将各处电流电压尽可能用输出电压 u_o 表示。

$$u_o=Au$$

故

$$u=\frac{u_o}{A}$$

$$i_1=1\times\frac{du}{dt}=\frac{1}{A}\frac{du_o}{dt}$$

利用 KVL，有

$$u_C = 1\times i_1 + u - u_o = \frac{1}{A}\frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t} + \frac{u_o}{A} - u_o$$

$$i_2 = 1\times\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{A}\frac{\mathrm{d}^2u_o}{\mathrm{d}t^2} + \left(\frac{1}{A} - 1\right)\frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t}$$

在输入回路列 KVL，有

$$1\times(i_1 + i_2) + 1\times i_1 + u = u_s$$

将前面推出用 u_o 表示的各电流电压代入上式，并整理，可得微分方程

$$\frac{\mathrm{d}^2u_o}{\mathrm{d}t^2} + (3 - A)\frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t} + u_o = Au_s$$

衰减常数 α、谐振角频率 ω_0 为

$$\alpha = 0.5(3 - A)\mathrm{s}^{-1}$$

$$\omega_0 = 1\ \mathrm{rad/s}$$

分析得出结论：

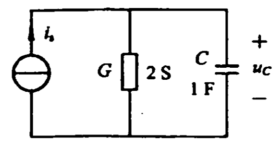
(1) $\alpha>\omega_0$，即 $A<1$ 时，过阻尼；

(2) $0<\alpha<\omega_0$，即 $1<A<3$ 时，衰减振荡；

(3) $\alpha=0$，即 $A=3$ 时，等幅振荡；

(4) $\alpha<0$，即 $A>3$ 时，不稳定。

3-45　电路如题 3-45 图所示，已知 $i_s=2\sqrt{2}\cos 2t$ A，若以 u_C 为输出，求其零状态响应。



题 3-45 图

解　利用 KCL，列出以 u_C 为输出的微分方程为

$$C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + Gu_C = i_s$$

即

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + 2u_C = 2\sqrt{2}\cos 2t$$

设方程的特解为

$$u_{Cp}(t) = U_{Cm}\cos(2t + \theta)$$

代入方程得

$$\theta = -\arctan\frac{\omega C}{G} = -\arctan\frac{2\times 1}{2} = -\frac{\pi}{4}$$

$$U_{Cm} = \frac{I_{sm}}{\sqrt{G^2 + (\omega C)^2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2^2 + (2\times 1)^2}} = 1\ \mathrm{V}$$

$$u_{Cp}(t) = \cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)\ \mathrm{V}$$

电路的时常数为

$$\tau = \frac{C}{G} = 0.5\ \mathrm{s}$$

$$u_{Cp}(0_+) = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\ \mathrm{V}$$

故其通解为

$$u_{Ch}(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{-2t}\ \mathrm{V}$$

因此

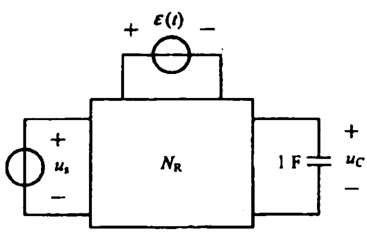
$$u_C(t) = u_{Ch}(t) + u_{Cp}(t) = -\frac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{-2t} + \cos\left(2t - \frac{\pi}{4}\right)\ \mathrm{V}$$

3-46　如题 3-46 图所示电路中，N_R 只含电阻，电容的初始状态不详，$\varepsilon(t)$为单位阶跃电压，已知当 $u_s(t)=2\cos t\varepsilon(t)$ V 时，全响应为

$$u_C(t) = 1 - 3\mathrm{e}^{-t} + \sqrt{2}\cos(t - 45°)\ \mathrm{V} \qquad t \geqslant 0$$

(1) 求在同样初始条件下，$u_s(t)=0$ 时的 $u_C(t)$。

(2) 求在同样初始条件下，若两个电源均为零时的 $u_C(t)$。



题 3-46 图

解　根据全响应的表达式可得电容初始值

$$u_C(0_+) = 1 - 3 + \sqrt{2}\cos(-45°) = -1\ \mathrm{V}$$

故电路的零输入响应为

$$u_{Czi}(t) = -\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V}$$

(1) 当 $u_s(t)=0$ 时，$u_C(t)$解的形式为

$$u_C(t) = A + K\mathrm{e}^{-t}$$

由题中全响应可知直流分量 $A=1$，由初始值 $u_C(0_+)$确定待定系数 K。

$$u_C(0_+) = A + K = -1\ \mathrm{V}$$

解得 $K=-2$，故

$$u_C(t) = 1 - 2\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V} \qquad t \geqslant 0$$

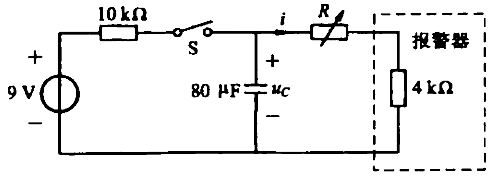
(2) 当两个电源均为零时，此时的 $u_C(t)$即为零输入响应

$$u_C(t) = -\mathrm{e}^{-t}\ \mathrm{V} \qquad t \geqslant 0$$

3－47　实验室中有大量 10 μF、额定电压为 300 V 的电容器，现欲使用 40 μF、额定电压为 600 V 的电容器，问要用多少个 10 μF 的电容器才能替代该 40 μF 的电容器，它们是怎样连接的？

解　需要 16 个 10 μF、额定电压为 300 V 的电容器。两组 8 个电容器并联，再串联。

3－48　题 3－48 图所示的 RC 电路是用于报警的，当流过报警器的电流超过 120 μA 时就报警，若 $0 \leqslant R \leqslant 6$ kΩ，求电路产生的报警时间延迟范围。



题 3－48 图

解　$u_C(0_+)=0$

$$u_C(\infty) = \frac{9}{10 \times 10^3 + 4 \times 10^3 + R}\ \text{V}$$

$$\tau = R_0 C = [(10 \times 10^3) \mathbin{/\!/} (R + 4 \times 10^3)] \times 80 \times 10^{-6}\ \text{s}$$

代入三要素公式有

$$u_C(t) = \frac{9(R + 4 \times 10^3)}{14 \times 10^3 + R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\ \text{V}$$

$$i(t) = \frac{u_C(t)}{R + 4 \times 10^3} = \frac{9}{14 \times 10^3 + R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\ \text{A}$$

当 $R=0\ \Omega$ 时，

$$\tau = R_c C = [(10 \times 10^3) \mathbin{/\!/} (4 \times 10^3)] \times 80 \times 10^{-6} = \frac{8}{35}\text{s}$$

$$i(t) = \frac{9}{14} \times 10^{-3} \times (1 - e^{-\frac{35}{8}t})\ \text{A}$$

$$i(t_1) = \frac{9}{14} \times 10^{-3} \times (1 - e^{-\frac{35}{8}t_1}) = 120 \times 10^{-6}\ \text{A}$$

解得 $R=0\ \Omega$ 时的报警时间延迟为 $t_1=47.3$ ms。

当 $R=6$ kΩ 时，

$$\tau = R_0 C = [(10 \times 10^3) \mathbin{/\!/} (6 \times 10^3 + 4 \times 10^3)] \times 80 \times 10^{-6} = 0.4\ \text{s}$$

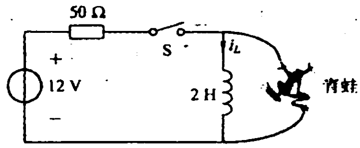
$$i(t) = \frac{9}{20} \times 10^{-3} \times (e^{-\frac{1}{0.4}t})\ \text{A}$$

$$i(t_2) = \frac{9}{20} \times 10^{-3} \times (1 - e^{-\frac{1}{0.4}t_2}) = 120 \times 10^{-6}\ \text{A}$$

解得 $R=6$ kΩ 时的报警时间延迟为 $t_2=124.2$ ms。

故电路产生的报警时间延迟范围为 47.3～124.2 ms。

3－49　题 3－49 图所示的电路用于生物课中让学生观察“青蛙的跳动”。学生注意到，当开关闭合时，青蛙只动一动，而当开关断开时，青蛙很剧烈地跳动了 5 s，将青蛙的模型视为一电阻，计算该电阻值。（假设青蛙激烈跳动需要 10 mA 的电流。）



题 3 - 49 图

解　设开关闭合一段时间后，再断开的时刻为 0 时刻，而青蛙的等效电阻为 R，则

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=\frac{12}{50}=0.24\ \mathrm{A}$$

$$i_L(\infty)=0$$

$$\tau=\frac{L}{R}=\frac{2}{R}$$

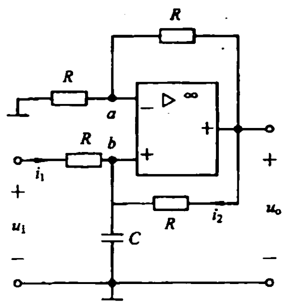
利用三要素公式，有

$$i_L(t)=i_L(0_+)\mathrm{e}^{-\frac{1}{\tau}t}=0.24\mathrm{e}^{-\frac{R}{2}t}\ \mathrm{A}$$

$$i_L(5)=0.24\mathrm{e}^{-\frac{R}{2}\times 5}=10\times 10^{-3}\ \mathrm{A}$$

解得 $R=1.27\ \Omega$。

3 - 50　题 3 - 50 图的电路是一同相积分器，请推导出输出电压 u_o 与输入电压 u_i 之间的关系。



题 3 - 50 图

解　设节点 a 和 b 的节点电压记为 u_a 和 u_b，考虑运放的虚断，利用分压公式得

$$u_a=\frac{R}{R+R}u_o=0.5u_o \qquad ①$$

标出支路电流 i_1 和 i_2，由 KVL 和欧姆定律，有

$$i_1=\frac{u_i-u_b}{R}$$

$$i_2=\frac{u_o-u_b}{R}$$

由电容的伏安关系，有

$$u_b=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}(i_1+i_2)\mathrm{d}\tau=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}\left(\frac{u_i-u_b}{R}+\frac{u_o-u_b}{R}\right)\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}\left(\frac{u_i+u_o-2u_b}{R}\right)\mathrm{d}\tau \qquad ②$$

考虑虚短，$u_a=u_b$，将式①代入式②，并整理，得

$$u_o = \frac{1}{2RC}\int_{-\infty}^{t} u_i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

3-51　将一个曝光表接到一个照相机上来产生与入射的光照强度成正比的输出电压，对曝光表有 1 mV=1 mcd(毫坎)（注：光强的单位为：坎德拉[candela]，简记为 cd)。设计一运放电路，将曝光表接在电路的输入端，使其输出与总光照强度成正比，并且 1 V=1 mcd・s。

解　根据题意，所要求设计的运放电路是一个同相积分电路。选题 3-50 图所示的同相积分电路结构。由上题的结果

$$u_o = \frac{1}{2RC}\int_{-\infty}^{t} u_i(\tau)\mathrm{d}\tau$$

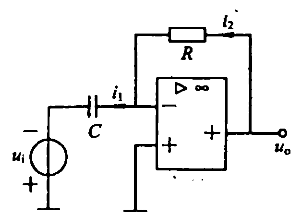
由于输入 1 mV=1 mcd，而输出 1 V=1 mcd・s，所以，

$$\frac{1}{2RC} = 10^3$$

若取 R=10 kΩ，代入上式可解得 C=0.05 pF。

3-52　一个浮力传感器安装在油箱中，用于测量剩余油料。该传感器输出电压指标为 1 V=10 L。设计一个运放电路，该电路的输出电压反映油料消耗的速率，读数用 L/s 表示，要求 1 V=1 L/s。

解　根据题意，所要求设计的运放电路是一个微分电路。选一典型微分电路如题 3-52 解图所示。



题 3-52 解图

考虑运放的虚短，利用电容的伏安关系，有

$$i_1 = C\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t}$$

利用运放的虚断特性，有

$$i_2 = i_1 = C\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t}$$

由 KVL，并考虑运放的虚短，得

$$u_o = Ri_2 = RC\frac{\mathrm{d}u_i}{\mathrm{d}t}$$

考虑输入 1 V=10 L，输出 1 V=1 L/s，所以

$$RC = 1$$

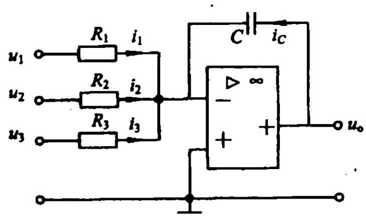
若取 R=10 kΩ，代入上式可解得 C=0.1 mF。

3-53 用一个运放，设计电路能完成如下运算：

$$u_o(t)=-\int_{-\infty}^{t}[u_1(\tau)+4u_2(\tau)+10u_3(\tau)]\mathrm{d}\tau$$

若积分电容 $C=2\ \mu\mathrm{F}$，求电路中其它元件值。

解 由题中所给式子可看出，它是实现相加和积分的功能。根据所学电路知识，选题 3-53 解图所示的电路结构。



题 3-53 解图

考虑运放的虚短，利用欧姆定律，有

$$i_1=\frac{u_1}{R_1},\ i_2=\frac{u_2}{R_2},\ i_3=\frac{u_3}{R_3}$$

考虑运放的虚断，利用 KCL，有

$$i_C=i_1+i_2+i_3=\frac{u_1}{R_1}+\frac{u_2}{R_2}+\frac{u_3}{R_3}$$

考虑运放的虚短，利用电容的伏安关系，有

$$u_o=-\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t}i_C\mathrm{d}\tau=-\int_{-\infty}^{t}\left(\frac{u_1}{R_1C}+\frac{u_2}{R_2C}+\frac{u_3}{R_3C}\right)\mathrm{d}\tau$$

与题中所给式子对照得

$$\frac{1}{R_1C}=1,\quad \frac{1}{R_2C}=4,\quad \frac{1}{R_3C}=10$$

将 $C=2\ \mu\mathrm{F}$ 代入，可解得

$$R_1=500\ \mathrm{k\Omega},\ R_2=125\ \mathrm{k\Omega},\ R_2=50\ \mathrm{k\Omega}$$

3-54 设计一个模拟计算机，求解下列微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}^2u_o}{\mathrm{d}t^2}+2\frac{\mathrm{d}u_o}{\mathrm{d}t}+u_o=10\cos 2t$$

且 $u_o(0)=2\ \mathrm{V}$，$u_o'(0)=0\ \mathrm{V}$。

解 输入 $u_i(t)=10\cos 2t\ \mathrm{V}$，微分用撇表示，将题中写为

$$u_o''(t)+2'u_o(t)+u_o(t)=u_i(t)$$

将该方程移项，得

$$u_o''(t)=u_i(t)-2u_o'(t)-u_o(t) \qquad ①$$

而

$$\int_0^t u_o''(\tau)\mathrm{d}\tau=u_o'(t)-u_o'(0)$$

$$\int_0^t u_o'(\tau)\mathrm{d}\tau=u_o(t)-u_o(0)$$

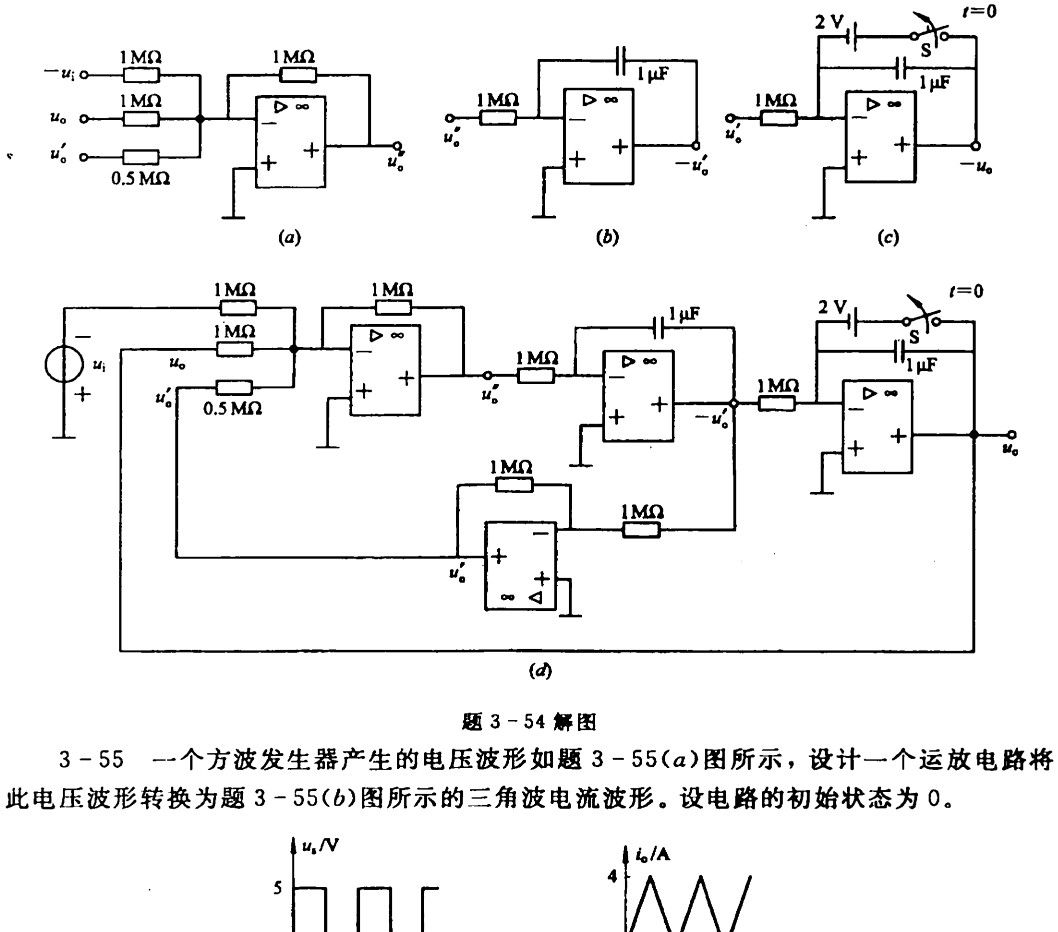
即

$$-u_o'(t)=-u_o'(0)-\int_0^t u_o''(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad ②$$

$$-u_o(t)=-u_o(0)-\int_0^t u_o'(\tau)\mathrm{d}\tau \qquad ③$$

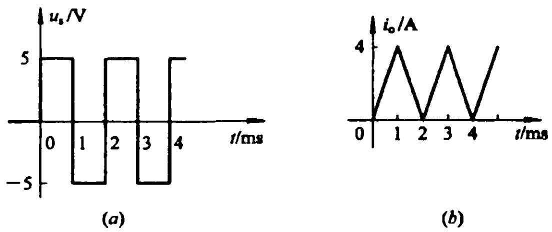
用一个加法器可实现式①，实现电路如题 3-54 解图(a)所示。选择适当的电阻和电容值使 $RC=1$，可用一个积分器实现式②，如题 3-54 解图(b)所示。同样，式③也用一个积分器实现，初始条件 $u_o(0)=2$ V，用一个 2 V 的电池带一个开关接在电容器的两端来实现，如题 3-54 解图(c)所示。

将题 3-54 解图(a)、(b)、(c)的电路连接起来得到一个完整的电路，如题 3-54 解图(d)所示。注意：图中加了一个反相单位放大器。



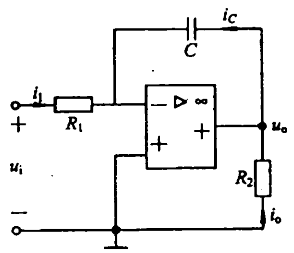
题 3-54 解图

3-55　一个方波发生器产生的电压波形如题 3-55(a)图所示，设计一个运放电路将此电压波形转换为题 3-55(b)图所示的三角波电流波形。设电路的初始状态为 0。



题 3-55 图

解　通过对题中的电流 i_o 和电压 u_s 波形比较，可知，设计一个积分电路即可实现。选一典型积分电路如题 3-55 解图所示。



题 3-55 解图

考虑运放虚短，利用欧姆定律，有

$$i_1 = \frac{u_i}{R_1}$$

考虑运放虚断，利用 KCL，有

$$i_C = -i_1 = -\frac{u_i}{R_1}$$

考虑运放虚短，利用电容的伏安关系，有

$$u_o = \frac{1}{C}\int_0^t i_C \mathrm{d}\tau = -\frac{1}{R_1 C}\int_0^t u_i \mathrm{d}\tau$$

利用欧姆定律，得

$$i_o = -\frac{u_o}{R_2} = \frac{1}{R_1 R_2 C}\int_0^t u_i \mathrm{d}\tau$$

根据电流 i_o 和电压 u_s 波形的数值关系，要求

$$\frac{1}{R_1 R_2 C} = \frac{4}{5 \times 10^{-3}}$$

若令 $R_1 = R_2 = 10\ \mathrm{k\Omega}$，代入上式可解得 $C = 12.5\ \mathrm{pF}$。