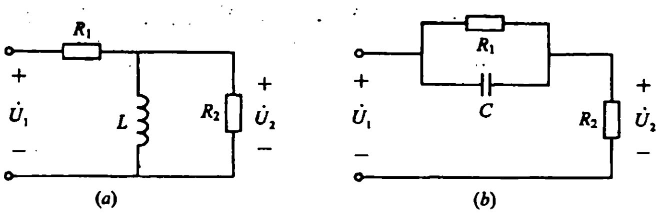
5-1　求题 5-1 图示各电路的转移电压比 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$，并定性画出幅频和相频特性曲线。



题 5-1 图

解　图(a)：

$$H(j\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{(j\omega L)\,/\!/\,R_2}{R_1+(j\omega L)\,/\!/\,R_2}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1}{1+\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}\dfrac{1}{j\omega L}}$$

令 $\omega_c=\dfrac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}$，则

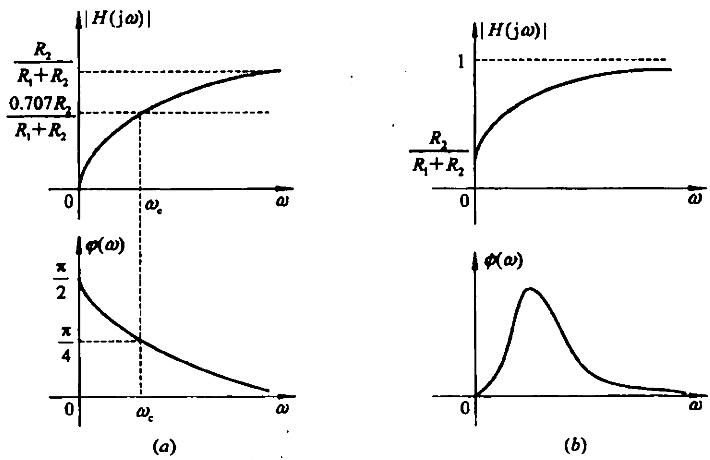
$$H(j\omega)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1}{1-j\dfrac{\omega_c}{\omega}}$$

故

$$|H(j\omega)|=\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

$$\varphi(\omega)=\arctan\frac{\omega_c}{\omega}$$

其特性曲线如题 5-1 解图(a)所示。



题 5-1 解图

图(b)：

$$H(j\omega)=\frac{\dot U_2}{\dot U_1}=\frac{R_2}{R_2+\left(\dfrac{1}{j\omega C}\right)/\!/\,R_1}=\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1+j\omega R_1C}{1+j\omega\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}C}$$

令 $\omega_c=\dfrac{R_1+R_2}{R_1R_2C}$，则

$$H(j\omega)=\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{1+j\omega R_1C}{1+j\dfrac{\omega}{\omega_c}}$$

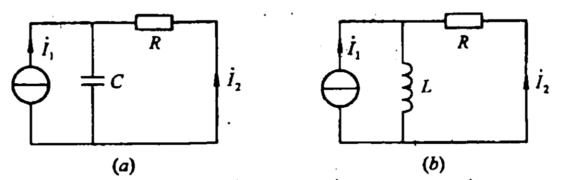
故

$$|H(j\omega)|=\frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{\sqrt{1+(\omega R_1C)^2}}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}$$

$$\varphi(\omega)=\arctan\omega R_1C-\arctan\frac{\omega}{\omega_c}$$

其特性曲线如题 5－1 解图(*b*)所示。

5－2　求题 5－2 图示各电路的转移电流比 $H(j\omega)=\dfrac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$，以及截止频率和通频带。



题 5－2 图

解　图(*a*)：

$$H(j\omega)=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}=-\frac{\dfrac{1}{j\omega C}}{R+\dfrac{1}{j\omega C}}=-\frac{1}{1+j\omega RC}$$

$$|H(j\omega_c)|=\frac{1}{\sqrt{1+(\omega_cRC)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

故截止角频率 $\omega_c=\dfrac{1}{RC}$。由于该电路具有低通特性，因此，通频带为 $0\sim\omega_c$。

图(*b*)：

$$H(j\omega)=\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}=-\frac{j\omega L}{R+j\omega L}=-\frac{1}{1-j\dfrac{R}{\omega L}}$$

$$|H(j\omega_c)|=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{R}{\omega_cL}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

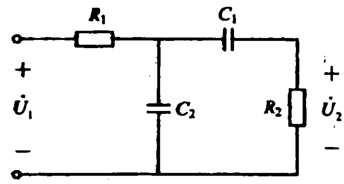
故截止角频率 $\omega_c=\dfrac{R}{L}$。由于该电路具有高通特性，因此，通频带为 $\omega_c\sim\infty$。

5－3　题 5－3 图示电路是 *RC* 二阶带通电路。

(1) 求电压比 $H(j\omega)=\dfrac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$；

(2) 若 $R_1=R_2=R$，$C_1=C_2=C$ 为已知，求中心角频率 ω_0、Q、幅频特性的最大值 H_{max}

和下截止角频率及上截止角频率。



题 5-3 图

解 (1)
$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}=\frac{\left(\frac{1}{j\omega C_2}\right)//\left(R_2+\frac{1}{j\omega C_1}\right)}{R_1+\left(\frac{1}{j\omega C_2}\right)//\left(R_2+\frac{1}{j\omega C_1}\right)}\cdot\frac{R_2}{R_2+\frac{1}{j\omega C_1}}$$
$$=\frac{\frac{1}{R_1C_2}j\omega}{(j\omega)^2+\left(\frac{1}{R_1C_2}+\frac{1}{R_2C_2}+\frac{1}{R_2C_1}\right)j\omega+\frac{1}{R_1R_2C_1C_2}}$$

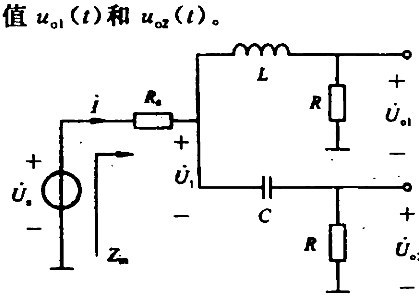
(2) 若 $R_1=R_2=R$，$C_1=C_2=C$，则有
$$H(j\omega)=\frac{\frac{1}{RC}j\omega}{(j\omega)^2+\frac{3}{RC}j\omega+\left(\frac{1}{RC}\right)^2}$$
$$\omega_0=\frac{1}{RC},\ Q=\frac{1}{3},\ H_{max}=\frac{1}{3}$$
$$\frac{\omega_{c1}}{\omega_0}=-\frac{1}{2Q}+\sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2+1}=\frac{-3+\sqrt{13}}{2}=0.3028$$
$$\frac{\omega_{c2}}{\omega_0}=\frac{1}{2Q}+\sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2+1}=\frac{3+\sqrt{13}}{2}=3.303$$

5-4　如题 5-4 图所示电路，它有一个输入 $\dot{U}_s$ 和两个输出 $\dot{U}_{o1}$ 和 $\dot{U}_{o2}$。

(1) 为使输入阻抗 $Z_{in}(j\omega)=\frac{\dot{U}_s}{\dot{I}}$ 与 ω 无关，应满足什么条件？求这时的输入阻抗；

(2) 在满足(1)的条件下，求电压比 $\frac{\dot{U}_{o1}}{\dot{U}_s}$ 和 $\frac{\dot{U}_{o2}}{\dot{U}_s}$ 以及截止频率；

(3) 如 $R_s=R=1\ \text{k}\Omega$，$L=0.1$ H，$C=0.1\ \mu\text{F}$，$u_s(t)=10\cos 2\times10^3t+10\cos 50\times10^{3t}$ V，求输出电压的瞬时值 $u_{o1}(t)$ 和 $u_{o2}(t)$。



题 5-4 图

解　(1)　$$Z_{in}=R_s+(R+j\omega L)//\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)=R_s+R-\frac{R^2-\frac{L}{C}}{2R+j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}$$

显然，当 $R^2-\frac{L}{C}=0$，即 $R=\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时，Z_{in} 与 ω 无关。

(2) 在满足(1)的条件下，

$$\dot{U}_1=\frac{R}{R_s+R}\dot{U}_s$$

利用分压公式，有

$$\dot{U}_{o1}=\frac{R}{R+j\omega L}\dot{U}_1=\frac{R}{R+j\omega L}\cdot\frac{R}{R_s+R}\dot{U}_s$$

$$\dot{U}_{o2}=\frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}\dot{U}_1=\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}\cdot\frac{R}{R_s+R}\dot{U}_s$$

故

$$\frac{\dot{U}_{o1}}{\dot{U}_s}=\frac{R}{R_s+R}\cdot\frac{\frac{R}{L}}{j\omega+\frac{R}{L}},\quad \omega_{c1}=\frac{R}{L}$$

$$\frac{\dot{U}_{o2}}{\dot{U}_s}=\frac{R}{R_s+R}\cdot\frac{j\omega}{j\omega+\frac{1}{RC}},\quad \omega_{c2}=\frac{1}{RC}$$

(3) 利用叠加定理。$u_s(t)=10\cos 2\times10^3t+10\cos 50\times10^3t\ \text{V}=u_{s1}(t)+u_{s2}(t)$
当 $u_{s1}(t)=10\cos 2\times10^3\,t$ V 作用时，

$$\omega_1=2\times10^3\ \text{rad/s}$$

$$\dot{U}_{s1}=5\sqrt{2}\angle0°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{o1}(\omega_1)=\frac{R}{R_s+R}\cdot\frac{\frac{R}{L}}{j\omega_1+\frac{R}{L}}\dot{U}_{s1}$$

$$=\frac{10^4}{10^4+10^4}\cdot\frac{\frac{10^4}{0.1}}{j2\times10^3+\frac{10^4}{0.1}}\times5\sqrt{2}\angle0°$$

$$=2.45\sqrt{2}\angle-11.3°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{o2}(\omega_1)=\frac{R}{R_s+R}\cdot\frac{j\omega_1}{j\omega_1+\frac{1}{RC}}\dot{U}_{s1}$$

$$=\frac{10^4}{10^4+10^4}\cdot\frac{j2\times10^3}{j2\times10^3+\frac{1}{10^4\times0.1\times10^{-6}}}\times5\sqrt{2}\angle0°$$

$$=0.49\sqrt{2}\angle78.7°\ \text{V}$$

当 $u_{s1}(t)=10\cos 50\times10^3t$ V 作用时，

$$\omega_2 = 50 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\dot{U}_{s1} = 5\sqrt{2}\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{o1}(\omega_2) = \frac{R}{R_s + R} \cdot \frac{\frac{R}{L}}{j\omega_2 + \frac{R}{L}} \dot{U}_{s1}$$

$$= \frac{10^4}{10^4 + 10^4} \cdot \frac{\frac{10^4}{0.1}}{j50 \times 10^3 + \frac{10^4}{0.1}} \times 5\sqrt{2}\angle 0^\circ$$

$$= 0.49\sqrt{2}\angle -78.7^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{o2}(\omega_2) = \frac{R}{R_s + R} \cdot \frac{j\omega_2}{j\omega_2 + \frac{1}{RC}} \dot{U}_{s1}$$

$$= \frac{10^4}{10^4 + 10^4} \cdot \frac{j50 \times 10^3}{j50 \times 10^3 + \frac{1}{10^4 \times 0.1 \times 10^{-6}}} \times 5\sqrt{2}\angle 0^\circ$$

$$= 2.45\sqrt{2}\angle 11.3^\circ \text{ V}$$

故

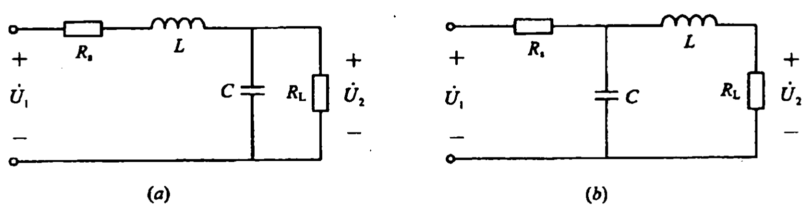
$$u_{o1}(t) = 4.9 \cos(2 \times 10^3 t - 11.3^\circ) + 0.98 \cos(50 \times 10^3 t - 78.7^\circ) \text{ V}$$

$$u_{o2}(t) = 0.98 \cos(2 \times 10^3 t + 78.7^\circ) + 4.9 \cos(50 \times 10^3 t + 11.3^\circ) \text{ V}$$

5 - 5　如题 5 - 5 图(a)和(b)所示是两种二阶低通电路。

(1) 分别求其电压比 $H(j\omega) = \dot{U}_2/\dot{U}_1$；

(2) 如 $Q = 1/\sqrt{2}$，ω_0 和 $R_s = R_L = R$ 为已知，分别求出其 L 和 C 的设计公式(用 ω_0 和 R 表示)。



题 5 - 5 图

解　(1) 设题 5 - 5 图(a)和(b)两电路的电压比分别为 $H_a(j\omega)$和 $H_b(j\omega)$。利用分压公式可得

$$H_a(j\omega) = \frac{R_L \,/\!/\, \left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{R_s + j\omega L + R_L \,/\!/\, \left(\frac{1}{j\omega C}\right)}$$

$$= \frac{R_L}{R_s + R_L} \cdot \frac{\left(1 + \frac{R_s}{R_L}\right)\frac{1}{LC}}{(j\omega)^2 + \left(\frac{R_s}{L} + \frac{1}{R_L C}\right)j\omega + \left(1 + \frac{R_s}{R_L}\right)\frac{1}{LC}}$$

$$H_b(j\omega)=\frac{R_L}{R_L+j\omega L}\cdot\frac{(R_L+j\omega L)\ //\ \left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{R_s+(R_L+j\omega L)\ //\ \left(\frac{1}{j\omega C}\right)}$$

$$=\frac{R_L}{R_s+R_L}\cdot\frac{\left(1+\frac{R_L}{R_s}\right)\frac{1}{LC}}{(j\omega)^2+\left(\frac{R_L}{L}+\frac{1}{R_sC}\right)j\omega+\left(1+\frac{R_L}{R_s}\right)\frac{1}{LC}}$$

(2) 由 $H_a(j\omega)$和 $H_b(j\omega)$可见，它们均为二阶低通电路。对照二阶低通网络函数及已知条件，有

$$\omega_0^2=\left(1+\frac{R_s}{R_L}\right)\frac{1}{LC}=\frac{2}{LC}$$

$$\frac{\omega_0}{Q}=\left(\frac{R_s}{L}+\frac{1}{R_LC}\right)=\frac{R}{L}+\frac{1}{RC}=\sqrt{2}\omega_0=\frac{2}{\sqrt{LC}}$$

解得

$$R=\sqrt{\frac{L}{C}},\ L=\frac{\sqrt{2}R}{\omega_0},\ C=\frac{\sqrt{2}}{\omega_0R}$$

由于 $R_s=R_L=R$，$H_a(j\omega)=H_b(j\omega)$，故上述设计公式对($a$)、($b$)两电路图相同。

5-6　一 rLC 串联谐振电路，已知 $r=10\ \Omega$，$L=64\ \mu H$，$C=100\ pF$，外加电源电压 $U_s=1\ V$。求电路的谐振频率 f_0、品质因数 Q、带宽 B、谐振时的回路电流 I_0 和电抗元件上的电压 U_L 和 U_C。

解　根据 rLC 串联谐振电路的有关公式，有

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{64\times10^{-6}\times100\times10^{-12}}}=2\times10^6\ Hz$$

$$Q=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{1}{10}\sqrt{\frac{64\times10^{-6}}{100\times10^{-12}}}=80$$

$$B=\frac{f_0}{Q}=\frac{2\times10^6}{80}=25\times10^3\ Hz$$

$$I_0=\frac{U_s}{r}=\frac{1}{10}=0.1\ A$$

$$U_L=U_C=QU_s=80\ V$$

5-7　一 rLC 串联谐振电路，电源电压 $U_s=1\ V$，且保持不变。当调节电源频率使电路达到谐振时，$f_0=100\ kHz$，这时回路电流 $I_0=100\ mA$；当电源频率改变为 $f_1=99\ kHz$ 时，回路电流 $I=70.7\ mA$。求回路的品质因数 Q 和电路参数 r、L、C 的值。

解　由于 $f_1=99\ kHz$ 时，$I=70.7\ mA=0.707I_0$，故该频率即为下截止频率。电路的通频带为

$$B=2(f_0-f_1)=2\ kHz$$

$$Q=\frac{f_0}{B}=\frac{100\times10^3}{2\times10^3}=50$$

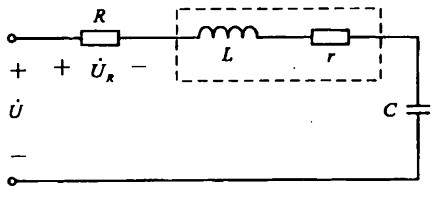
$$r=\frac{U_s}{I_0}=\frac{1}{0.1}=10\ \Omega$$

由于 $Q=\frac{\omega_0 L}{r}=\frac{1}{\omega_0 Cr}$，故

$$L=\frac{Qr}{\omega_0}=\frac{50\times 10}{2\pi\times 100\times 10^3}=796\ \mu\text{H}$$

$$C=\frac{1}{\omega_0 Qr}=\frac{1}{2\pi\times 100\times 10^3\times 50\times 10}=3180\ \text{pF}$$

5-8　题 5-8 图是应用串联谐振原理测量线圈电阻 r 和电感 L 的电路。已知 $R=10\ \Omega$，$C=0.1\ \mu\text{F}$，保持外加电压有效值 $U=1$ V 不变，而改变频率 f，同时用电压表测量电阻 R 的电压 U_R，当 $f=800$ Hz 时，U_R 获得最大值为 0.8 V，试求电阻 r 和电感 L。



题 5-8 图

解　根据题意，当 $f=800$ Hz 时，U_R 获得最大值为 0.8 V，此时电路处于谐振状态，即 $f_0=800$ Hz。

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{0.1\times 10^{-6}L}}$$

$$L=0.396\ \text{H}$$

谐振回路电流

$$I_0=\frac{U}{R+r}=\frac{1}{10+r}=\frac{U_R}{R}=\frac{0.8}{10}$$

解得 $r=2.5\ \Omega$。

5-9　rLC 串联谐振电路的谐振频率为 1000 Hz，其通带为 950～1050 Hz，已知 $L=200$ mH，求 r、C 和 Q 的值。

解　已知 $f_0=1000$ Hz，$B=1050-950=100$ Hz，则

$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{0.2C}}=1000\ \text{Hz}$$

$$C=0.126\ \mu\text{F}$$

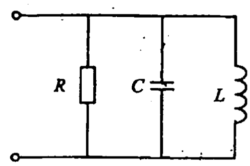
$$Q=\frac{f_0}{B}=\frac{1000}{100}=10$$

$$r=\frac{\omega_0 L}{Q}=\frac{2\pi\times 1000\times 200\times 10^{-3}}{10}=125.7\ \Omega$$

5-10　如题 5-10 图所示的 RLC 并联电路。

(1) 已知 $L=10$ mH，$C=0.01\ \mu\text{F}$，$R=10\ \text{k}\Omega$，求 ω_0、Q 和通带宽度 B；

(2) 如需设计一谐振频率 $f_0=1$ MHz，带宽 $B=20$ kHz 的谐振电路，已知 $R=10\ \text{k}\Omega$，求 L 和 C。



题 5-10 图

解　(1) 利用 RLC 并联谐振的有关公式，有

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.01 \times 0.01 \times 10^{-6}}} = 10^5 \text{ rad/s}$$

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{10 \times 10^3}{10^5 \times 0.01} = 10$$

$$B = \frac{\omega_0}{Q} = 10^4 \text{ rad/s}$$

(2) 已知 $f_0 = 1$ MHz，$B = 20$ kHz，则

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{10^6}{20 \times 10^3} = 50$$

由于 $Q = \dfrac{R}{\omega_0 L} = R\omega_0 C$，故

$$L = \frac{R}{\omega_0 Q} = \frac{10 \times 10^3}{2\pi \times 10^6 \times 50} = 31.8\ \mu\text{H}$$

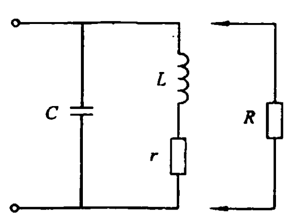
$$C = \frac{Q}{\omega_0 R} = \frac{50}{2\pi \times 10^6 \times 10 \times 10^3} = 796 \text{ pF}$$

5-11　如题 5-11 图所示的并联谐振电路。

(1) 已知 $L = 200\ \mu$H，$C = 200$ pF，$r = 10\ \Omega$，求谐振频率 f_0、谐振阻抗 Z_0、品质因数 Q 和带宽 B；

(2) 若要求谐振频率 $f_0 = 1$ MHz，已知线圈的电感 $L = 200\ \mu$H，$Q = 50$，求电容 C 和带宽 B；

(3) 为使(2)中的带宽扩展为 $B = 50$ kHz，需要在回路两端并联一电阻 R，求此时的 R 值。



题 5-11 图

解　(1) $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{200 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^{-12}}} = 796$ kHz

$$Z_0 = \frac{L}{Cr} = \frac{200 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-12} \times 10} = 100 \text{ k}\Omega$$

$$Q=\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{1}{r}=\sqrt{\frac{200\times10^{-6}}{200\times10^{-12}}}\frac{1}{10}=100$$

$$B=\frac{f_0}{Q}=\frac{796\times10^3}{100}=7.96\ \text{kHz}$$

(2) 由 $f_0=1$ MHz，$L=200\ \mu$H，$Q=50$

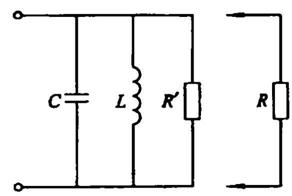
$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{200\times10^{-6}C}}=10^6$$

解得 $C=126.8$ pF。

$$B=\frac{f_0}{Q}=\frac{10^6}{50}=20\ \text{kHz}$$

(3) 将电路近似等效为如题 5-11 解图所示电路。其中，

$$R'=\frac{L}{Cr}=Q\omega_0L$$
$$=50\times2\pi\times10^6\times200\times10^{-6}$$
$$=62.8\ \text{k}\Omega$$



题 5-11 解图

若使 $B=50$ kHz，则并联 R 后的电路品质因数为

$$Q'=\frac{f_0}{B}=\frac{10^6}{50\times10^3}=20$$

并联的 R 值由下式计算：

$$R'\,/\!/\,R=Q'\omega_0L=20\times2\pi\times10^6\times200\times10^{-6}=25.12\ \text{k}\Omega$$

将 $R'=62.8$ kΩ 代入上式，可解得 $R=41.9$ kΩ。

5-12　如题 5-12 图所示电路，已知 $L=100\ \mu$H，$C=100$ pF，$r=25$ Ω，电流源 $I_s=1$ mA，其内阻 $R_s=40$ kΩ。

(1) 求电路的谐振频率和电源未接入时，回路的品质因数和谐振阻抗；

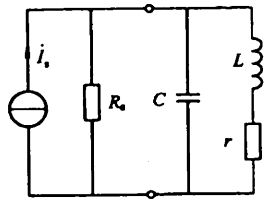
(2) 电源接入后，若电路已对电源频率谐振，求电路的品质因数(有载 Q 值)、流过各元件的电流和回路两端的电压。

解　设节点为 a、b，如题 5-12 解图所示。

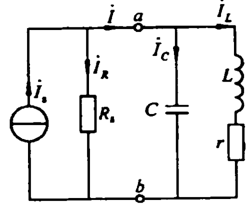
(1) $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{1}{\sqrt{100\times10^{-6}\times100\times10^{-12}}}=10^7$ rad/s

$$Q=\frac{\omega_0L}{r}=\frac{10^7\times100\times10^{-6}}{25}=40$$

$$Z_0=\frac{L}{Cr}=\frac{100\times10^{-6}}{100\times10^{-12}\times25}=40\ \text{k}\Omega$$



题 5-12 图



题 5-12 解图

(2) 电源接入后，有载 Q 值为

$$Q_L = \frac{Z_0 /\!/ R_s}{\omega_0 L} = \frac{20 \times 10^3}{10^7 \times 100 \times 10^{-6}} = 20$$

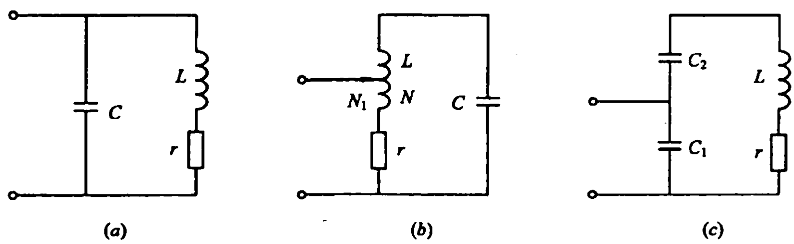
由于 $Z_0 = R_s$，显然各支路电流为

$$I_R = I = 0.5 I_s = 0.5 \text{ mA},\ I_L = I_C = Q_L I = 20 \text{ mA}$$

回路两端的电压

$$U_{ab} = R_s I_R = 40 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-3} = 20 \text{ V}$$

5 - 13　如题 5 - 13 图中的各电路，$L=125\ \mu\text{H}$，$r=10\ \Omega$，且知图(a)中 $C=80$ pF；图(b)中 $C=80$ pF，总匝数 $N=50$，$N_1=10$；图(c)中 $C_1=100$ pF，$C_2=400$ pF。分别求各图电路的并联谐振频率、品质因数、带宽和谐振时的阻抗。



题 5 - 13 图

解　图(a)：$f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{125\times10^{-6}\times80\times10^{-12}}} = 1.59\times10^6$ Hz

$$Z_0 = \frac{L}{Cr} = \frac{125 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-12} \times 10} = 156 \text{ k}\Omega$$

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{1}{r} = \sqrt{\frac{125 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-12}}} \cdot \frac{1}{10} = 125$$

图(b)：$f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{125\times10^{-6}\times80\times10^{-12}}} = 1.59\times10^6$ Hz

$$Z_0 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 \frac{L}{Cr} = \left(\frac{10}{50}\right)^2 \frac{125 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-12} \times 10} = 6.25 \text{ k}\Omega$$

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{r} = \sqrt{\frac{125 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-12}}} \cdot \frac{1}{10} = 125$$

图(c)：

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 80 \text{ pF}$$

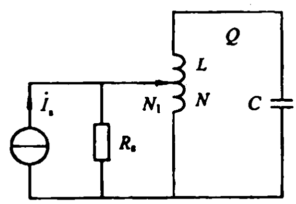
$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{125 \times 10^{-6} \times 80 \times 10^{-12}}} = 1.59 \times 10^6 \text{ Hz}$$

$$Z_0 = \left(\frac{C_2}{C_1 + C_2}\right)^2 \frac{L}{Cr} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \frac{125 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-12} \times 10} = 100 \text{ k}\Omega$$

$$Q = \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \frac{1}{r} = \sqrt{\frac{125 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-12}}} \cdot \frac{1}{10} = 125$$

5 - 14　如题 5 - 14 图所示的电路，已知 $L=400\ \mu\text{H}$，共有 100 匝，$C=100$ pF，谐振回

路的 $Q=100$(回路中电阻 r 未画出)，电源内阻 $R_s=8\ \text{k}\Omega$。为使并联谐振回路获得最大功率，求变换系数和电感抽头处的匝数 N_1。



题 5-14 图

解 根据题意，$N=100$，由 $Q=\sqrt{\frac{L}{C}}\cdot\frac{1}{r}$，得

$$r=\sqrt{\frac{L}{C}}\cdot\frac{1}{Q}=\sqrt{\frac{400\times10^{-6}}{100\times10^{-12}}}\cdot\frac{1}{100}=20\ \Omega$$

利用最大功率传输条件，有

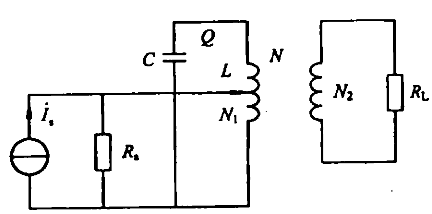
$$\left(\frac{N_1}{N}\right)^2\frac{L}{Cr}=m^2\frac{L}{Cr}=R_s$$

$$m=\sqrt{\frac{CrR_s}{L}}=\sqrt{\frac{100\times10^{-12}\times20\times8\times10^3}{400\times10^{-6}}}=0.2$$

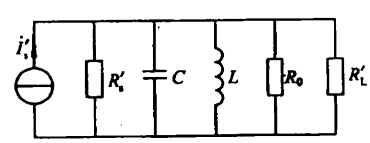
故

$$N_1=mN=0.2\times100=20\ \text{匝}$$

5-15 某晶体管收音机的中频变压器线路如题 5-15 图所示，已知其谐振频率 $f_0=465\ \text{kHz}$，回路自身的品质因数 $Q=100$，初级线圈共有 $N=160$ 匝，$N_1=40$ 匝，$N_2=10$ 匝，$C=200\ \text{pF}$，电源内阻 $R_s=16\ \text{k}\Omega$，负载电阻 $R_L=1\ \text{k}\Omega$，求电感 L 和回路有载品质因数 Q_L。



题 5-15 图



题 5-15 解图

解 将原电路近似等效为题 5-15 解图所示电路。

$$L=\frac{1}{\omega_0^2C}=\frac{1}{4\pi^2(465\times10^3)^2\times300\times10^{-12}}=586\ \mu\text{H}$$

并联谐振回路自身的阻抗

$$R_0=Q\sqrt{\frac{L}{C}}=100\times\sqrt{\frac{586\times10^{-6}}{200\times10^{-12}}}=171\ \text{k}\Omega$$

电源内阻和负载等效到电容两端的电阻为

$$R'_s = \left(\frac{N}{N_1}\right)^2 R_s = \left(\frac{160}{40}\right)^2 \times 16 \times 10^3 = 256\ \mathrm{k\Omega}$$

$$R'_L = \left(\frac{N}{N_2}\right)^2 R_L = \left(\frac{160}{10}\right)^2 \times 1 \times 10^3 = 256\ \mathrm{k\Omega}$$

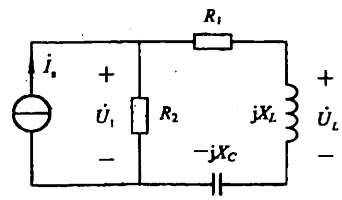
故并联电路的总阻抗

$$R = R'_s \mathbin{/\!/} R_0 \mathbin{/\!/} R'_L = 73.2\ \mathrm{k\Omega}$$

回路的有载品质因数为

$$Q_L = \frac{R}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{73.2 \times 10^3}{\sqrt{\frac{586 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-12}}}} = 42.8$$

5-16　设题 5-16 图示电路处于谐振状态，其中 $I_s=1$ A，$U_1=50$ V，$R_1=X_C=100$ Ω。求电压 U_L 和电阻 R_2。



题 5-16 图

解　由于电路处于谐振状态，则 $X_C=X_L$。故

$$R_1 \mathbin{/\!/} R_2 = \frac{U_1}{I_s} = 50\ \Omega$$

即

$$\frac{100R_2}{100+R_2} = 50$$

解得

$$R_2 = 100\ \Omega$$

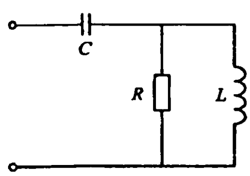
利用分压公式，有

$$\dot{U}_L = \frac{\mathrm{j}X_L}{R_1 + \mathrm{j}X_L - \mathrm{j}X_C}\dot{U}_1 = \frac{\mathrm{j}100}{100}\dot{U}_1$$

故

$$U_L = U_1 = 50\ \mathrm{V}$$

5-17　求题 5-17 图示一端口电路的谐振角频率和谐振时的等效阻抗与 R、L、C 的关系。



题 5-17 图

解　一端口电路的阻抗为

$$Z=-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}+\frac{\mathrm{j}\omega LR}{\mathrm{j}\omega L+R}=\frac{(\omega L)^2R}{(\omega L)^2+R^2}+\mathrm{j}\left[\frac{\omega LR^2}{(\omega L)^2+R^2}-\frac{1}{\omega C}\right]$$

令上式虚部为零，有

$$\frac{\omega LR^2}{(\omega L)^2+R^2}-\frac{1}{\omega C}=0$$

解得

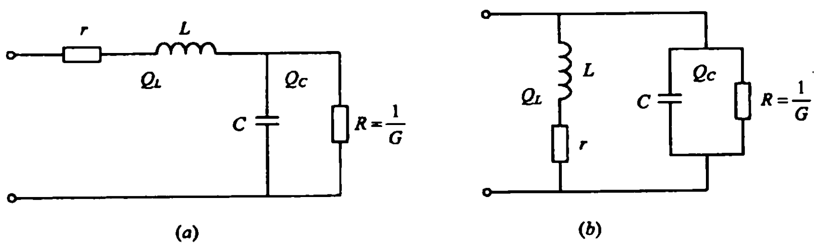
$$\omega=\omega_0=\frac{R}{\sqrt{R^2-\frac{L}{C}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

谐振阻抗

$$Z_0=\frac{L}{RC}$$

5-18　如题5-18图是由一线圈和一电容器组成的串联谐振电路(图(a))或并联谐振电路(图(b))。若在谐振角频率ω_0处，线圈的品质因数为Q_L($Q_L=\omega_0L/r$)。电容器的品质因数为Q_C($Q_C=\omega_0C/G=\omega_0CR$)。设电路的总品质因数为$Q$，试证

$$\frac{1}{Q}=\frac{1}{Q_L}+\frac{1}{Q_C}$$



题5-18图

证明　图(a)：电路端口的等效阻抗为

$$Z=r+\mathrm{j}\omega L+\frac{1}{G+\mathrm{j}\omega C}=r+\frac{G}{G^2+(\omega C)^2}+\mathrm{j}\left[\omega L-\frac{\omega C}{G^2+(\omega C)^2}\right]$$

令其虚部为零，即有谐振频率满足

$$\omega_0L-\frac{\omega_0C}{G^2+(\omega_0C)^2}=0$$

即

$$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{G}{C}\right)^2}$$

谐振时端口的总阻抗为

$$Z_0=r+\frac{G}{G^2+(\omega_0C)^2}=r+\frac{GL}{C}$$

则根据RLC串联谐振电路的特点，有

$$\frac{1}{Q}=\frac{Z_0}{\omega_0L}=\frac{r+\frac{GL}{C}}{\omega_0L}$$

而由线圈及电容器的品质因数，有

$$\frac{1}{Q_L}+\frac{1}{Q_C}=\frac{r}{\omega_0 L}+\frac{G}{\omega_0 C}=\frac{1}{\omega_0 L}\left(r+\frac{GL}{C}\right)$$

故有

$$\frac{1}{Q}=\frac{1}{Q_L}+\frac{1}{Q_C}$$

图(*b*)：电路端口的等效导纳为

$$Y=G+j\omega C+\frac{1}{r+j\omega L}=G+\frac{r}{r^2+(\omega L)^2}+j\left[\omega C-\frac{\omega L}{r^2+(\omega L)^2}\right]$$

令其虚部为零，即有谐振频率满足

$$\omega_0 C-\frac{\omega_0 L}{r^2+(\omega_0 L)^2}=0$$

即

$$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{LC}-\left(\frac{r}{L}\right)^2}$$

谐振时端口的总阻抗为

$$Y_0=G+\frac{r}{r^2+(\omega_0 L)^2}=G+\frac{rC}{L}$$

则根据 RLC 并联谐振电路的特点有

$$\frac{1}{Q}=\frac{Y_0}{\omega_0 C}=\frac{1}{\omega_0 C}\left(G+\frac{rC}{L}\right)$$

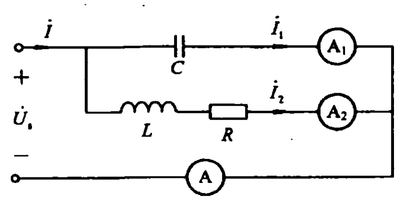
而由线圈及电容器的品质因数，有

$$\frac{1}{Q_L}+\frac{1}{Q_C}=\frac{r}{\omega_0 L}+\frac{G}{\omega_0 C}=\frac{1}{\omega_0 C}\left(G+\frac{rC}{L}\right)$$

故有

$$\frac{1}{Q}=\frac{1}{Q_L}+\frac{1}{Q_C}$$

5－19　题 5－19 图示电路发生并联谐振，已知电流计Ⓐ和A_1的读数分别为 8 A 和 10 A，求电流计A_2的读数(设各电流计内阻为零)。



题 5－19 图

解　设 $\dot{I}$ 为参考相量，即 $\dot{I}=8\angle 0^\circ$ A。由于电路发生谐振，故 $\dot{U}_s$ 与 $\dot{I}$ 同相，即

$$\dot{U}_s=U_s\angle 0^\circ\ \text{V}$$
$$\dot{I}_1=j\omega C\dot{U}_s=j10\ \text{A}$$

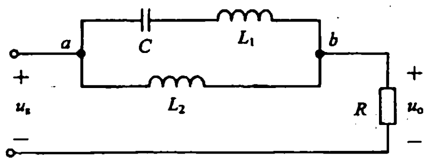
由 KCL，有

$$\dot{I}_2 = \dot{I} - \dot{I}_1 = 8 - \mathrm{j}10\ \mathrm{A}$$

故Ⓐ₂的读数

$$I_2 = \sqrt{8^2 + 10^2} = 12.8\ \mathrm{A}$$

5－20　题 5－20 图示电路，已知 $u_s(t) = 10\cos100\pi t + 2\cos300\pi t$ V，$u_o(t) = 2\cos300\pi t$ V，$C = 9.4\ \mu$F，求 L_1 和 L_2 的值。



题 5－20 图

解　设 $u_{s1}(t) = 10\cos100\pi t$ V，$u_{s2}(t) = 2\cos300\pi t$ V，$u_s(t) = u_{s1}(t) + u_{s2}(t)$，电源有两个频率：$\omega_1 = 100\pi$ rad/s 和 $\omega_2 = 300\pi$ rad/s。

观察电路结构，并比较 $u_o(t)$ 与 $u_s(t)$ 可知：

(1) 只有当 ab 两点间电路对 ω_1 发生并联谐振时，输出电压才会失去 ω_1 的频率分量；

(2) 只有当 L_1C 支路对 ω_2 发生串联谐振时，才有 $u_o(t) = u_{s2}(t) = 2\cos300\pi t$ V。故

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = 100\pi\ \mathrm{rad/s}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} = 300\pi\ \mathrm{rad/s}$$

由以上两式可解得

$$L_1 = 0.12\ \mathrm{H},\quad L_2 = 0.96\ \mathrm{H}$$

5－21　一个串联调谐无线收音电路由一个可变电容(40～360 pF)和一个 240 μH 的天线线圈组成，线圈的电阻为 12 Ω。

(1) 求收音机可调谐的无线电信号的频率范围；

(2) 确定频率范围每一端的 Q 值。

解　设可变电容的两端电容值分别记为 $C_1 = 40$ pF，$C_2 = 360$ pF；$L = 240\ \mu$H。

(1) $$f_{01} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{240\times10^{-6}\times40\times10^{-12}}} = 1.624\ \mathrm{MHz}$$

$$f_{02} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{240\times10^{-6}\times360\times10^{-12}}} = 0.54\ \mathrm{MHz}$$

故信号的频率范围是 0.54～1.624 MHz。

(2) C_1 端的 Q 值为

$$Q_1 = \frac{\omega_{01}L}{r} = \frac{2\pi\times1.624\times10^6\times240\times10^{-6}}{12} = 204$$

C_2 端的 Q 值为

$$Q_2 = \frac{\omega_{01}2L}{r} = \frac{2\pi\times0.54\times10^6\times240\times10^{-6}}{12} = 68$$

5－22　如题 5－22 图所示的高音音量控制电路，求其网络函数 $H(\mathrm{j}\omega) = \dfrac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$。

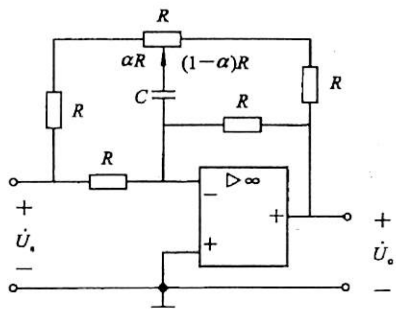
解　如题 5-22 解图所示，设①、②节点的节点电压分别为 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$，考虑运放的虚断特性，在这两个节点列出节点方程为

$$\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_1-\frac{1}{R}\dot{U}_s-\frac{1}{R}\dot{U}_o-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_2=0$$

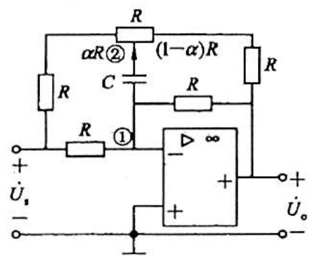
$$\left(\frac{1}{R+\alpha R}+\frac{1}{R+(1-\alpha)R}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_2-\frac{1}{R+\alpha R}\dot{U}_s-\frac{1}{R+(1-\alpha)R}\dot{U}_o-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_1=0$$

考虑运放的虚短特性，$\dot{U}_1=0$，由以上两式消去变量 $\dot{U}_2$，并整理得

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}=-\frac{3+\mathrm{j}\omega(2-\alpha)(2+\alpha)RC}{3+\mathrm{j}\omega(1+\alpha)(3-\alpha)RC}$$

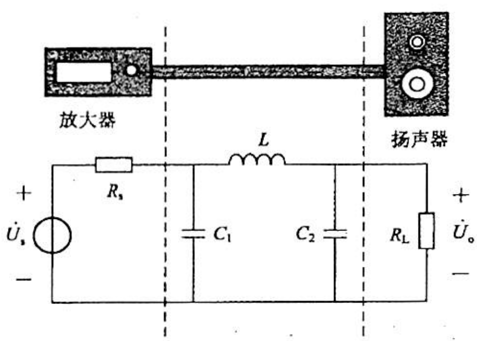


题 5-22 图

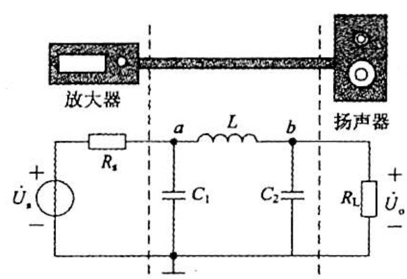


题 5-22 解图

5-23　如题 5-23 图所示的电路是与低音扬声器相连的三阶低通滤波器，求网络函数 $H(\mathrm{j}\omega)=\dfrac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$。



题 5-23 图



题 5-23 解图

解　设参考点如题 5-23 解图所示。在节点 a、b 列出节点方程为

$$\left(\frac{1}{R_s}+\mathrm{j}\omega C_1+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\right)\dot{U}_a-\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\dot{U}_o=\frac{1}{R_s}\dot{U}_s$$

$$\left(\frac{1}{R_L}+\mathrm{j}\omega C_2+\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\right)\dot{U}_o-\frac{1}{\mathrm{j}\omega L}\dot{U}_a=0$$

由以上两式消去变量 $\dot{U}_a$，并整理得

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$$

$$=\frac{R_L}{R_sR_LLC_1C_2(\mathrm{j}\omega)^3+L(R_sC_1+R_LC_2)(\mathrm{j}\omega)^2+(L+R_sR_LC_2+R_sR_LC_1)(\mathrm{j}\omega)+R_s+R_L}$$

5-24　如题 5-24 图所示的电路是与高音扬声器相连的三阶高通滤波器，求网络函数 $H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$。

解　标出网孔电流如题 5-24 解图所示。列出网孔方程为

$$\left(R_s+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}+\mathrm{j}\omega L\right)\dot{I}_1-\mathrm{j}\omega L\dot{I}_2=\dot{U}_s$$

$$\left(R_L+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}+\mathrm{j}\omega L\right)\dot{I}_2-\mathrm{j}\omega L\dot{I}_1=0$$

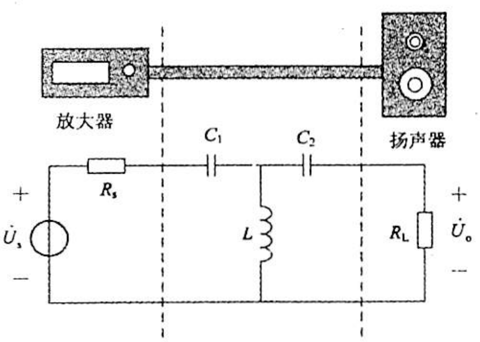
解得

$$\dot{I}_2=\frac{(\mathrm{j}\omega)^3LC_1C_2\dot{U}_s}{LC_1C_2(R_s+R_L)(\mathrm{j}\omega)^3+(C_1C_2R_sR_L+LC_1+LC_2)(\mathrm{j}\omega)^2+(C_1R_s+C_2R_L)(\mathrm{j}\omega)+1}$$

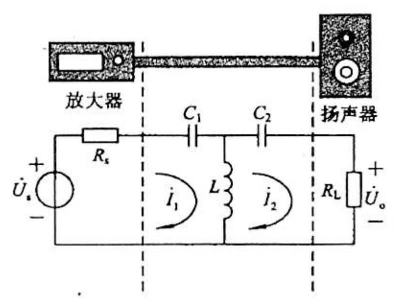
对电阻 R_L，由欧姆定律有 $\dot{U}_o=R_L\dot{I}_2$，故得

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$$

$$=\frac{(\mathrm{j}\omega)^3LC_1C_2R_L}{LC_1C_2(R_s+R_L)(\mathrm{j}\omega)^3+(C_1C_2R_sR_L+LC_1+LC_2)(\mathrm{j}\omega)^2+(C_1R_s+C_2R_L)(\mathrm{j}\omega)+1}$$

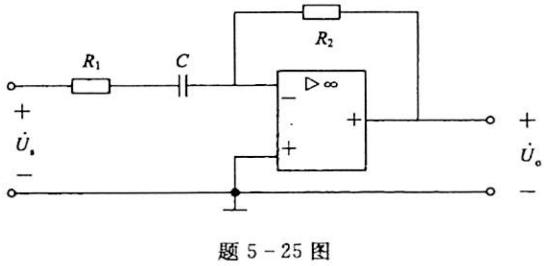


题 5-24 图



题 5-24 解图

5-25　设计一个如题 5-25 图所示的一阶有源高通滤波器，要求截止频率 $f_c=8$ kHz，通带放大系数 $|H(\mathrm{j}\infty)|=14$ dB，电容 $C=3.9$ nF。



题 5-25 图

解 根据运放的虚断和虚短特性，不难得出电路的网络函数

$$H(j\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}=-\frac{R_2}{R_1+\frac{1}{j\omega C}}=-\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{j\omega CR_1}}$$

$$|H(j\omega)|=\frac{R_2}{R_1}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{\omega CR_1}\right)^2}}$$

$$|H(j\infty)|=\frac{R_2}{R_1}$$

$$\omega_c=\frac{1}{R_1C}$$

由题中条件 $f_c=8$ kHz，$C=3.9$ nF，$|H(j\infty)|=14$ dB$=10^{14/20}\approx 5$，有

$$\omega_c=2\pi f_c=\frac{1}{R_1C}$$

即

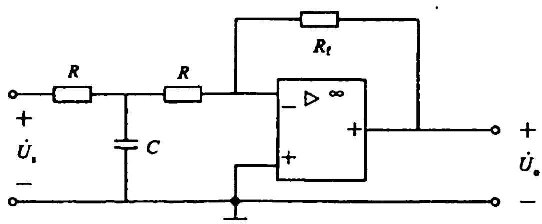
$$R_1=\frac{1}{2\pi f_cC}=\frac{1}{2\pi\times 8\times 10^3\times 3.9\times 10^{-9}}=5.1\times 10^3\ \Omega=5.1\ \text{k}\Omega$$

$$|H(j\infty)|=\frac{R_2}{R_1}=5$$

故

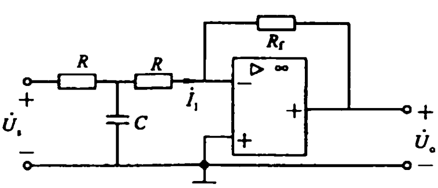
$$R_2=5R_1=25.5\ \text{k}\Omega$$

5-26 试求题 5-26 图所示电路网络函数 $H(j\omega)=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$，并设计一个电压通带增益为 100，截止频率 $\omega_c=100$ rad/s 的有源低通滤波器。



题 5-26 图

解 标设电流 $\dot{I}_1$，如题 5-26 解图所示。



题 5-26 解图

考虑运放的虚短特性，利用分压公式和欧姆定律，有

$$\dot{I}_1 = \frac{R \mathbin{/\!/} \left(\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)}{R + R \mathbin{/\!/} \left(\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\right)}\dot{U}_s \cdot \frac{1}{R} = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega RC + 2}\dot{U}_s$$

考虑运放的虚断特性，有

$$\dot{U}_o = -R_f\dot{I}_1 = -\frac{R_f}{R} \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega RC + 2}\dot{U}_s$$

故

$$H(\mathrm{j}\omega) = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s} = -\frac{R_f}{R} \cdot \frac{1}{\mathrm{j}\omega RC + 2}$$

$$|H(\mathrm{j}\omega)| = \frac{R_f}{2R} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (0.5\omega RC)^2}}$$

$$|H(\mathrm{j}0)| = \frac{R_f}{2R}$$

$$\omega_c = \frac{2}{RC}$$

由题中条件 $\omega_c = 100$ rad/s，$|H(\mathrm{j}0)| = 100$，有

$$\omega_c = \frac{2}{RC}$$

$$|H(\mathrm{j}0)| = \frac{R_f}{2R} = 100$$

若取 $R = 5$ kΩ，则

$$R_f = 2R \times 100 = 10^6\ \Omega = 1\ \mathrm{M\Omega}$$

$$C = \frac{2}{\omega_c R} = \frac{2}{100 \times 5 \times 10^3} = 0.4 \times 10^{-5}\ \mathrm{F} = 4\ \mu\mathrm{F}$$

5.27　设计一个 RLC 串联电路，使其谐振频率 $\omega_0 = 1000$ rad/s，品质因数为 80，且谐振时的阻抗为 10 Ω，并求其带宽 B。

解　根据题中已知条件和 RLC 串联电路的有关公式，有

$$R = 10\ \Omega$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

即

$$L = \frac{QR}{\omega_0} = \frac{80 \times 10}{1000} = 0.8\ \mathrm{H}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

即

$$C=\frac{1}{\omega_0^2 L}=\frac{1}{1000^2\times 0.8}=1.25\times 10^{-6}=1.25\ \mu\text{F}$$

$$B=\frac{\omega_0}{Q}=\frac{1000}{80}=12.5\ \text{rad/s}$$

5.28　设计一个 RLC 并联电路，使其谐振频率 $\omega_0=1000$ rad/s，且谐振时的阻抗为 1000 Ω，带宽 $B=100$ rad/s，并求其品质因数。

解　根据题中已知条件和 RLC 并联电路的有关公式，有

$$R=1000\ \Omega$$

$$B=\frac{\omega_0}{Q}$$

即

$$Q=\frac{\omega_0}{B}=\frac{1000}{100}=10$$

$$Q=\frac{R}{\omega_0 L}$$

即

$$L=\frac{R}{\omega_0 Q}=\frac{1000}{1000\times 10}=0.1\ \text{H}$$

$$Q=\omega_0 CR \quad 即 \quad C=\frac{Q}{\omega_0 R}=\frac{10}{1000\times 1000}=10\times 10^{-6}=10\ \mu\text{F}$$