4－1　如电压或电流的瞬时值表示式为

(1) $u(t)=30\cos(314t+45°)$ V

(2) $i(t)=8\cos(6280t-120°)$ mA

(3) $u(t)=15\cos(10\,000t+90°)$ V

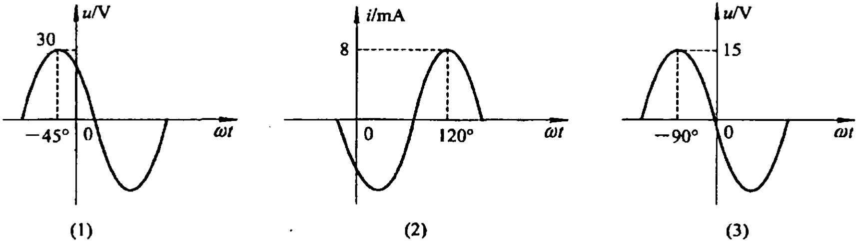
分别画出其波形，指出其振幅、频率和初相角。

解　波形图如题 4－1 解图所示。

(1) 振幅、频率和初相角分别为 30 V、$\dfrac{314}{2\pi}=50$ Hz、45°；

(2) 振幅、频率和初相角分别为 8 mA、$\dfrac{6280}{2\pi}=1000$ Hz、$-120°$；

(3) 振幅、频率和初相角分别为 15 V、$\dfrac{10\,000}{2\pi}=1592$ Hz、90°。



题 4－1 解图

4-2 如正弦电流的振幅 $I_m=10$ mA，角频率 $\omega=10^3$ rad/s，初相角 $\varphi_i=30°$，写出其瞬时表达式，求电流的有效值 I。

解 瞬时表达式和有效值分别为

$$i(t)=10\cos(10^3t+30°)\ \text{mA}$$

$$I=\frac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}\ \text{mA}$$

4-3 画出下列各电流的相量图，写出它们的瞬时值表达式：

(1) $\dot{I}_{m1}=30+j40$ A；

(2) $\dot{I}_{m2}=50e^{-j60°}$ A；

(3) $\dot{I}_{m3}=-25+j60$ A。

解 各电流的相量图如题 4-3 解图所示。瞬时值表达式分别为

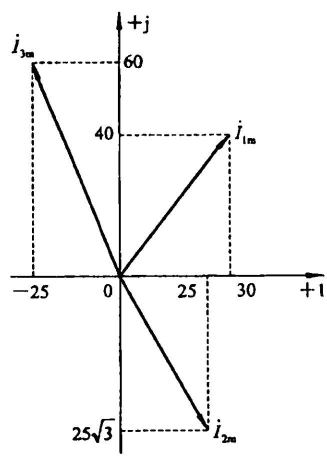
(1) $\dot{I}_{m1}=30+j40=50\angle 53.1°$ A

$i_1(t)=50\cos(\omega t+53.1°)$ A

(2) $i_2(t)=50\cos(\omega t-60°)$ A

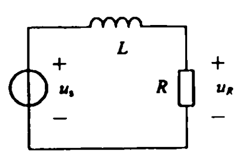
(3) $\dot{I}_{m3}=-25+j60=65\angle 112.6°$ A

$i_1(t)=65\cos(\omega t+112.6°)$ A



题 4-3 解图

4-4 如题 4-4 图所示的电路，已知 $R=200\ \Omega$，$L=0.1$ mH，电阻上电压 $u_R=\sqrt{2}\cos10^6t$ V，求电源电压 $u_s(t)$，并画出其相量图。



题 4-4 图

解　画出电路的相量模型，如题 4－4 解图(a)所示。

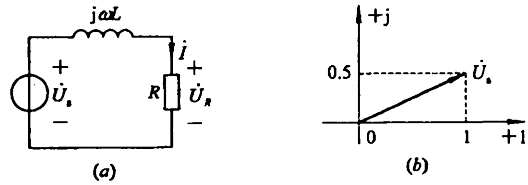
$$\dot{U}_R = 1\angle 0^\circ\ \text{V},\ \omega = 10^3\ \text{rad/s}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_R}{R} = \frac{1}{200}\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{U}_s = \text{j}\omega L\dot{I} + \dot{U}_R = \text{j}10^6 \times 0.1 \times 10^{-3} \times \frac{1}{200} + 1 = \text{j}0.5 + 1 = 1.12\angle 26.6^\circ\ \text{V}$$

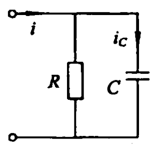
$$u_s(t) = 1.12\sqrt{2}\cos(10^3 t + 26.6^\circ)\ \text{V}$$

其相量图如题 4－4 解图(b)所示。



题 4－4 解图

4－5　RC 并联电路如题 4－5 图所示，已知 $R=10\ \text{k}\Omega$，$C=0.2\ \mu\text{F}$，$i_C=\sqrt{2}\cos(10^3 t+60^\circ)$ mA，试求电流 $i(t)$，并画出相量图。



题 4－5 图

解　画出电路的相量模型，如题 4－5 解图(a)所示。

$$\dot{I}_C = 1\angle 60^\circ\ \text{mA},\ \omega = 10^3\ \text{rad/s}$$

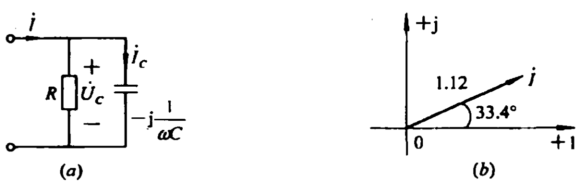
$$\dot{U}_C = -\text{j}\frac{1}{\omega C}\dot{I}_C = -\text{j}\frac{1}{10^3 \times 0.2 \times 10^{-6}}\dot{I}_C = -\text{j}5 \times 10^3\dot{I}_C$$

利用欧姆定律和 KCL，有

$$\dot{I} = \dot{I}_C + \frac{\dot{U}_C}{R} = (1 - \text{j}0.5)\dot{I}_C = 1.12\angle 33.4^\circ\ \text{mA}$$

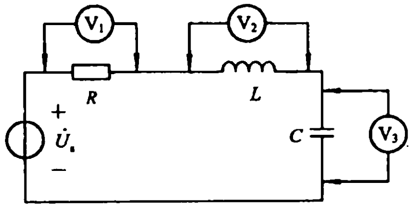
$$i(t) = 1.12\sqrt{2}\cos(10^3 t + 33.4^\circ)\ \text{mA}$$

其相量图如题 4－5 解图(b)所示。



题 4－5 解图

4－6　如题 4－6 图所示的电路，设伏特计内阻为无限大，已知伏特计Ⓥ₁、Ⓥ₂和Ⓥ₃读数依次为 15 V、80 V 和 100 V，求电源电压的有效值。

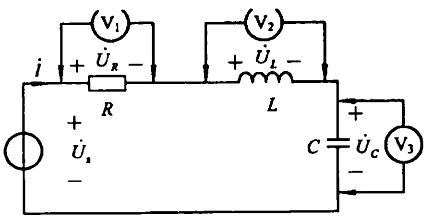


题 4－6 图

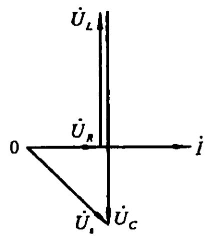
解　标示 $\dot I$、$\dot U_R$、$\dot U_L$、$\dot U_C$ 方向，如题 4－6 解图(一)所示。借助相量图找出各电压有效值之间的关系。

选电流相量 $\dot I$ 作为参考相量，依次画出各电压相量，如题 4－6 解图(二)所示。由该图中的直角三角形，有

$$U_s = \sqrt{U_R^2 + (U_C - U_L)^2} = \sqrt{15^2 + (100-80)^2} = 25\ \text{V}$$



题 4－6 解图(一)



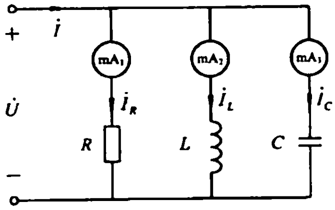
题 4－6 解图(二)

4－7　如题 4－7 图电路，设毫安计内阻为零，已知各毫安计读数依次为 40 mA、80 mA、50 mA，求总电流 I。

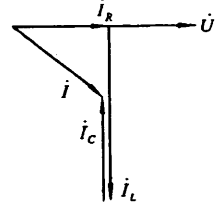
解　借助相量图找出各电流有效值之间的关系。

选电流相量 $\dot U$ 作为参考相量，依次画出各电流相量，如题 4－7 解图所示。由该图中的直角三角形，有

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{40^2 + (80-50)^2} = 50\ \text{mA}$$

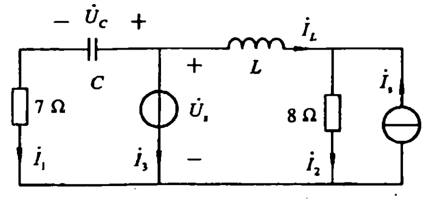


题 4－7 图



题 4－7 解图

4－8　电路的相量模型如题 4－8 图所示，已知 $\dot{U}_s=120\angle 0°$ V，$\dot{I}_s=10\angle 60°$ A，$\dot{I}_L=10\angle -70°$ A，$\dot{U}_C=100\angle -35°$ V。试求电流 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 和 $\dot{I}_3$。



题 4－8 图

解　根据两类约束，容易得到

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s-\dot{U}_C}{7}=\frac{120\angle 0°-100\angle -35°}{7}=9.84\angle 56.4° \text{ A}$$

$$\dot{I}_2=\dot{I}_s+\dot{I}_L=10\angle 60°+10\angle -70°=8.45\angle -5° \text{ A}$$

$$\dot{I}_2=-(\dot{I}_1+\dot{I}_L)=-(9.84\angle 56.4°+10\angle -70°)=8.95\angle 172.3° \text{A}$$

4－9　电路如题 4－9 图所示，已知 $R=50\ \Omega$，$L=2.5$ mH，$C=5\ \mu$F，电源电压 $\dot{U}=10\angle 0°$ V，角频率 $\omega=10^4$ rad/s，求电流 $\dot{I}_R$、$\dot{I}_L$、$\dot{I}_C$ 和 $\dot{I}$，并画出相量图。

解　根据元件伏安关系，得

$$\dot{I}_R=\frac{\dot{U}}{R}=\frac{10\angle 0°}{50}=0.2\angle 0° \text{ A}$$

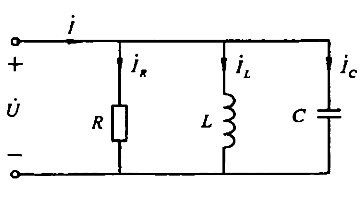
$$\dot{I}_L=\frac{\dot{U}}{\mathrm{j}\omega L}=\frac{10\angle 0°}{\mathrm{j}10^4\times 2.5\times 10^{-3}}=0.4\angle -90° \text{ A}$$

$$\dot{I}_C=\mathrm{j}\omega C\dot{U}=\mathrm{j}10^4\times 5\times 10^{-6}\times 10\angle 0°=0.5\angle 90° \text{ A}$$

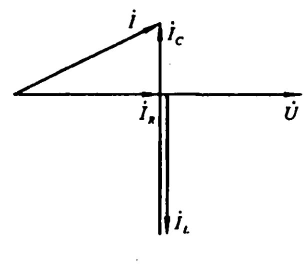
由 KCL，得

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_L+\dot{I}_C=0.2-\mathrm{j}0.4+\mathrm{j}0.5=0.223\angle 26.6° \text{ A}$$

相量图如题 4－9 解图所示。



题 4－9 图



题 4－9 解图

4－10　如题 4－10 图所示的一端口电路 N 中，不含独立源，若其端口电压 u 和电流 i 分别有以下几种情况，求各种情况下的阻抗和导纳。

(1) $u=200\cos\pi t$ V，$i=10\cos\pi t$ A；

(2) $u=10\cos(10t+45°)$ V，$i=2\cos(10t+35°)$ A；

(3) $u=200\cos(5t+60°)$ V，$i=10\cos(5t-30°)$ A；

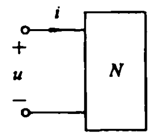
(4) $u=40\cos(2t+17°)$ V，$i=8\cos 2t$ A。

解 (1) $Z=\dfrac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}=\dfrac{200\angle 0^\circ}{10\angle 0^\circ}=20\ \Omega$，$Y=\dfrac{1}{Z}=\dfrac{1}{20}\ \mathrm{S}$

(2) $Z=\dfrac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}=\dfrac{10\angle 45^\circ}{2\angle 35^\circ}=5\angle 10^\circ\ \Omega$，$Y=\dfrac{1}{Z}=0.2\angle -10^\circ\ \mathrm{S}$

(3) $Z=\dfrac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}=\dfrac{200\angle 60^\circ}{10\angle -30^\circ}=20\angle 90^\circ\ \Omega$，$Y=\dfrac{1}{Z}=0.05\angle -90^\circ\ \mathrm{S}$

(4) $Z=\dfrac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}=\dfrac{40\angle 17^\circ}{8\angle 0^\circ}=5\angle 17^\circ\ \Omega$，$Y=\dfrac{1}{Z}=0.2\angle -17^\circ\ \mathrm{S}$



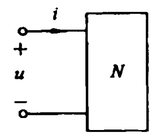
题 4-10 图

4-11 如题 4-11 图所示的电路，其端电压 u 和电流 i 分别有以下三种情况，N 可能是何种元件？并求其参数。

(1) $u=10\cos(10t+50^\circ)$ V，$i=2\sin(10t+140^\circ)$ A；

(2) $u=10\sin 100t$ V，$i=2\cos 100t$ A；

(3) $u=-10\cos 10t$ V，$i=-2\sin 10t$ A。



题 4-11 图

解 (1) $i=2\sin(10t+140^\circ)=2\cos(10t+140^\circ-90^\circ)$

$=2\cos(10t+50^\circ)$ A

$$Z=\frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}=\frac{10\angle 50^\circ}{2\angle 50^\circ}=5\ \Omega$$

因此，N 可能是 $R=5\ \Omega$ 的电阻元件。

(2)
$$u=10\sin 100t=10\cos(10t-90^\circ)\ \mathrm{V}$$

$$Z=\frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}=\frac{10\angle -90^\circ}{2\angle 0^\circ}=-\mathrm{j}5=-\mathrm{j}\,\frac{1}{100C}\ \Omega$$

故 $C=\dfrac{1}{500}$F，因此，N 可能是 $C=\dfrac{1}{500}$F 的电容元件。

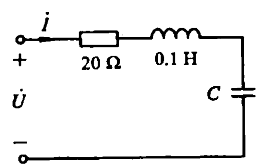
(3)
$$u=-10\cos 10t=10\cos(10t+180^\circ)\ \mathrm{V}$$

$$i=-2\sin 10t=10\cos(10t+90^\circ)\ \mathrm{A}$$

$$Z=\frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m}=\frac{10\angle 180^\circ}{2\angle 90^\circ}=\mathrm{j}5=\mathrm{j}10L\ \Omega$$

故 $L=0.5$ H，因此，N 可能是 $L=0.5$ H 的电感元件。

4-12 如题 4-12 图所示电路，已知电流相量 $\dot{I}=4\angle 0^\circ$ A，电压相量 $\dot{U}=80+\mathrm{j}200$ V，$\omega=10^3$ rad/s，求电容 C。



题 4-12 图

解
$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{80+\mathrm{j}200}{4}=20+\mathrm{j}50\ \Omega$$

而由电路可知

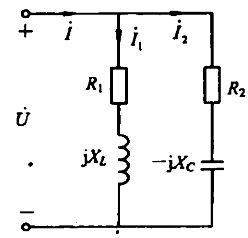
$$Z=20+\mathrm{j}10^3\times 0.1+\frac{1}{\mathrm{j}10^3C}$$

故

$$20+\mathrm{j}10^3\times 0.1+\frac{1}{\mathrm{j}10^3C}=20+\mathrm{j}50$$

解得
$$C=20\ \mu\mathrm{F}$$

4-13 如题 4-13 图所示电路，已知电流相量 $\dot{I}_1=20\angle -36.9^\circ$ A，$\dot{I}_2=10\angle 45^\circ$ A，电压相量 $\dot{U}=100\angle 0^\circ$ V。求元件 R_1、X_L、R_2、X_C 和输入阻抗 Z。



题 4 - 13 图

解　R_1 所在支路的阻抗为

$$Z_1=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_1}=\frac{100\angle 0^\circ}{20\angle -36.9^\circ}=4+\mathrm{j}3=R_1+\mathrm{j}X_L$$

故有 $R_1=4\ \Omega$，$X_L=3\ \Omega$。

R_2 所在支路的阻抗为

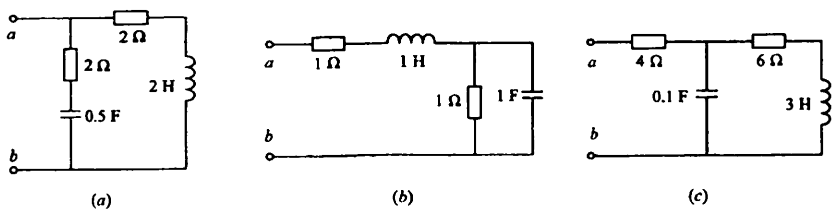
$$Z_2=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_2}=\frac{100\angle 0^\circ}{10\angle 45^\circ}=5\sqrt{2}-\mathrm{j}5\sqrt{2}=R_2-\mathrm{j}X_C$$

故有 $R_2=5\sqrt{2}\ \Omega$，$X_C=5\sqrt{2}\ \Omega$。

总阻抗为

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}_1+\dot{I}_2}=\frac{100\angle 0^\circ}{20\angle -36.9^\circ+10\angle 45^\circ}=4.23\angle 12.04^\circ\ \Omega$$

4 - 14　求题 4 - 14 图示各电路中 ab 端的阻抗和导纳（$\omega=2$ rad/s）。



题 4 - 14 图

解　图(a)：

$$Z_{ab}=(2+\mathrm{j}\omega\times 2)\ //\ \left(2-\mathrm{j}\frac{1}{\omega\times 0.5}\right)=(2+\mathrm{j}4)\ //\ (2-\mathrm{j})=2\ \Omega$$

$$Y_{ab}=\frac{1}{Z_{ab}}=0.5\ \mathrm{S}$$

图(b)：

$$Z_{ab}=1+\mathrm{j}\omega\times 1+1\ //\ \left(-\mathrm{j}\frac{1}{\omega\times 1}\right)=1+\mathrm{j}2+\frac{1\times(-\mathrm{j}0.5)}{1-\mathrm{j}0.5}=2\angle 53.1^\circ\Omega$$

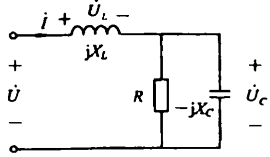
$$Y_{ab}=\frac{1}{Z_{ab}}=0.5\angle -53.1^\circ\ \mathrm{S}$$

图(c)：

$$Z_{ab}=4+(6+\mathrm{j}\omega\times 3)\ //\ \left(-\mathrm{j}\frac{1}{\omega\times 0.1}\right)=4+\frac{(6+\mathrm{j}6)\times(-\mathrm{j}5)}{6+\mathrm{j}6-\mathrm{j}5}=9.85\angle -35.2^\circ\Omega$$

$$Y_{ab}=\frac{1}{Z_{ab}}=9.85\angle 35.2^\circ\ \mathrm{S}$$

4 - 15　如题 4 - 15 图所示电路，已知 $X_L=100\ \Omega$，$X_C=200\ \Omega$，$R=150\ \Omega$，$U_C=$ 00 V。求电压 U 和电流 I，并画出相量图。



题 4 - 15 图

解　标示 $\dot{I}_R$、$\dot{I}_C$ 方向，如题 4-15 解图(一)所示。设 $\dot{U}_C=100\angle 0°$ V，则

$$\dot{I}_C=\frac{\dot{U}_C}{-\mathrm{j}X_C}=\frac{100\angle 0°}{-\mathrm{j}200}=-\mathrm{j}0.5\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_R=\frac{\dot{U}_C}{R}=\frac{100\angle 0°}{150}=\frac{2}{3}\ \mathrm{A}$$

由 KCL，得

$$\dot{I}=\dot{I}_R+\dot{I}_C=\frac{2}{3}-\mathrm{j}0.5=\frac{5}{6}\angle 36.9°\ \mathrm{A}$$

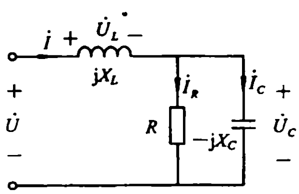
故
$$I=\frac{5}{6}\ \mathrm{A}$$

由 KVL，得

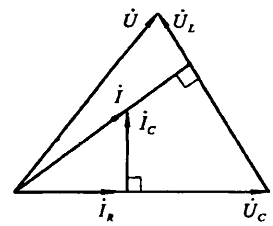
$$\dot{U}=\mathrm{j}X_L\dot{I}+\dot{U}_C=\mathrm{j}100\times\left(\frac{2}{3}-\mathrm{j}0.5\right)+100=\frac{250}{3}\angle 53.1\ \mathrm{V}$$

故
$$U=\frac{250}{3}\ \mathrm{V}$$

其相量图如题 4-15 解图(二)所示。

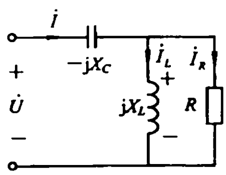


题 4-15 解图(一)

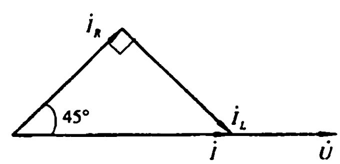


题 4-15 解图(二)

4-16　如题 4-16 图所示电路，已知 $X_L=100\ \Omega$，$X_C=50\ \Omega$，$R=100\ \Omega$，$I=2$ A。求 I_R 和 U，并画相量图。



题 4-16 图



题 4-16 解图

解　设 $\dot{I}=2\angle 0°$ A，则由分流公式可得

$$\dot{I}_R=\frac{\mathrm{j}X_L}{R+\mathrm{j}X_L}\dot{I}=\frac{\mathrm{j}100}{100+\mathrm{j}100}\times 2=\sqrt{2}\angle 45°\mathrm{A}$$

故

$$I_R=\sqrt{2}\ \mathrm{A}$$

利用 KVL，有

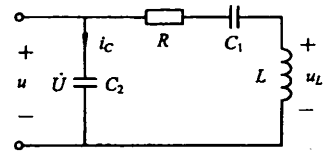
$$\dot{U}=-\mathrm{j}X_C\dot{I}+R\dot{I}_R=-\mathrm{j}50\times 2+100\times\sqrt{2}\angle 45°=100\angle 0°\ \mathrm{V}$$

故

$$U = 100\ \text{V}$$

其相量图如题 4 - 16 解图所示。

4 - 17　如题 4 - 17 图所示电路，已知 $C_1 = C_2 = 200\ \text{pF}$，$R = 1\ \text{k}\Omega$，$L = 6\ \text{mH}$，$u_L = 30\sqrt{2}\cos(10^6 t + 45°)\ \text{V}$，求 i_C。



题 4 - 17 图

解　$\dot U_L = 30\angle 45°\ \text{V}$

$$\dot U_L = \frac{\text{j}\omega L}{R + \text{j}\omega L - \text{j}\dfrac{1}{\omega C_1}}\dot U$$

即

$$\dot U = \frac{R + \text{j}\omega L - \text{j}\dfrac{1}{\omega C_1}}{\text{j}\omega L}\dot U_L$$

$$\dot I_C = \text{j}\omega C_2 \dot U = \text{j}\omega C_2 \frac{R + \text{j}\omega L - \text{j}\dfrac{1}{\omega C_1}}{\text{j}\omega L}\dot U_L = \frac{C_2\left(R + \text{j}\omega L - \text{j}\dfrac{1}{\omega C_1}\right)}{L}\dot U_L$$

将题中条件代入上式可得

$$\dot I_C = \sqrt{2}\angle 90°\ \text{A}$$

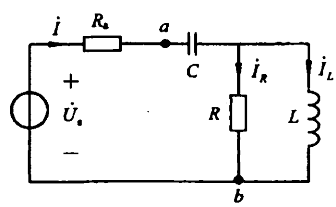
故

$$i_C = 2\cos(10^6 t + 90°)\ \text{A}$$

4 - 18　如题 4 - 18 图所示电路，已知 $\dot I = 10\angle 45°\ \text{mA}$，$\omega = 10^7\ \text{rad/s}$，$R_s = 0.5\ \text{k}\Omega$，$R = 1\ \text{k}\Omega$，$L = 0.1\ \text{mH}$。

(1) 电容 C 为何值时，电流 $\dot I$ 与 $\dot U_s$ 同相？

(2) 求上述情况时的 U_s、U_{ab}、I_R 和 I_L 的值。



题 4 - 18 图

解　先求电源端看进去的等效阻抗。

$$Z = R_s - \text{j}\frac{1}{\omega C} + R\ /\!/\ (\text{j}\omega L) = 0.5 - \text{j}\frac{1}{\omega C} + \frac{1\times\text{j}}{1+\text{j}} = 1 + \text{j}\left(0.5 - \frac{1}{\omega C}\right)\ \text{k}\Omega$$

(1) 电流 $\dot I$ 与 $\dot U_s$ 同相，则要求阻抗 Z 的虚部为零，即

$$\frac{1}{\omega C} = 0.5\ \text{k}\Omega$$

将 $\omega = 10^7\ \text{rad/s}$ 代入，解得 $C = 200\ \text{pF}$。

(2) $\dot I = 10\angle 45°\ \text{mA}$，此时 $Z = 1\ \text{k}\Omega$，故

$$\dot U_s = Z\dot I = 10\angle 45°\ \text{V}$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_s - R_s\dot{I} = 10\angle 45° - 0.5\times 10\angle 45° = 5\angle 45°\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_R = \frac{\mathrm{j}\omega L}{R+\mathrm{j}\omega L}\dot{I} = \frac{\mathrm{j}}{1+\mathrm{j}}\times 10\angle 45° = 5\sqrt{2}\angle 90°\mathrm{A}$$

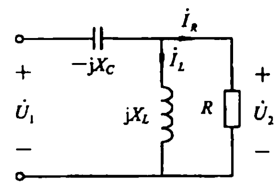
$$\dot{I}_L = \dot{I} - \dot{I}_R = 10\angle 45° - 5\sqrt{2}\angle 90° = 5\sqrt{2}\angle 0°\ \mathrm{A}$$

故有

$$U_s = 10\ \mathrm{V},\quad U_{ab} = 5\ \mathrm{V}$$

$$I_R = 5\sqrt{2}\ \mathrm{A},\quad I_L = 5\sqrt{2}\ \mathrm{A}$$

4-19 如题 4-19 图所示电路，已知 $I_R=10$ A，$X_C=10\ \Omega$，并且 $U_1=U_2=200$ V，求 X_L。



题 4-19 图

解 设 $\dot{I}_R=10\angle 0°$ A，则

$$\dot{U}_2 = 200\angle 0°\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_2}{\mathrm{j}X_L} = \frac{200}{X_L}\angle -90°\ \mathrm{A}$$

由 KVL，得

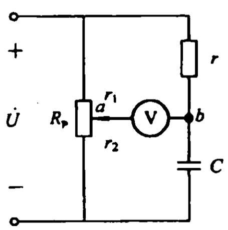
$$\dot{U}_1 = -\mathrm{j}X_C(\dot{I}_R+\dot{I}_L)+\dot{U}_2 = -\mathrm{j}10\left(10-\mathrm{j}\frac{200}{X_L}\right)+200 = 200-\frac{2000}{X_L}-\mathrm{j}100$$

由于 $U_1=200$ V，故有

$$200 = \sqrt{\left(200-\frac{2000}{X_L}\right)^2+100^2}$$

解得 $X_L=\dfrac{20}{2\pm\sqrt{3}}\ \Omega$，即 $X_L=5.73\ \Omega$ 或 $X_L=76.4\ \Omega$。

4-20 如题 4-20 图所示电路，已知 $U=10$ V，$\omega=10^4$ rad/s，$r=3$ kΩ。调节电位器 R_P，使伏特计指示为最小值，这时 $r_1=900\ \Omega$，$r_2=1600\ \Omega$。求伏特计的读数和电容 C。



题 4-20 图

解 利用 KVL 和分压公式，有

$$\dot{U}_{ab} = \left(\frac{r}{r-\mathrm{j}X_C}-\frac{r_1}{r_1+r_2}\right)\dot{U} = \left(\frac{r^2}{r^2+X_C^2}-\frac{r_1}{r_1+r_2}+\mathrm{j}\frac{rX_C}{r^2+X_C^2}\right)\dot{U}$$

由于上式变化的是 r_1 和 r_2，故若使括号内实部为 0，则 U_{ab}（电压表读数）最小，即

$$\frac{r^2}{r^2+X_C^2} = \frac{r_1}{r_1+r_2}$$

亦即

$$\frac{3000^2}{3000^2+\dfrac{1}{(10^4C)^2}} = \frac{900}{2500}$$

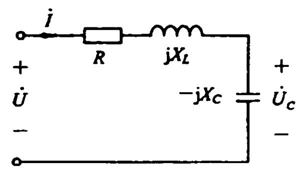
解得 $C=0.025\ \mu F$。此时

$$\dot{U}_{ab}=j\frac{12}{25}\dot{U}$$

故

$$U_{ab}=\frac{12}{25}U=\frac{120}{25}=4.8\ V$$

4 - 21　电路如题 4 - 21 图所示，当调节电容 C，使电流 $\dot{I}$ 与电压 $\dot{U}$ 同相时，测得电压有效值 $U=50\ V$，$U_C=200\ V$，电流有效值 $I=1\ A$。已知 $\omega=10^3\ rad/s$，求元件 R、L、C。



题 4 - 21 图

解　若电流 $\dot{I}$ 与电压 $\dot{U}$ 同相，则有

$$X_L=X_C=\frac{U_C}{I}=\frac{200}{1}=200\ \Omega$$

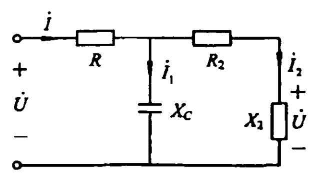
$$R=\frac{U}{I}=50\ \Omega$$

故

$$L=\frac{X_L}{\omega}=\frac{200}{10^3}=0.2\ H$$

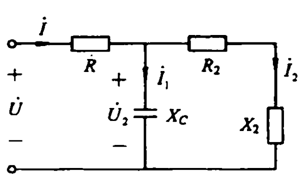
$$C=\frac{1}{\omega X_C}=\frac{1}{10^3\times 200}=5\ \mu F$$

4 - 22　如题 4 - 22 图所示电路，已知 $I_1=10\ A$，$I_2=20\ A$，$R_2=5\ \Omega$，$U=220\ V$，并且总电流 $\dot{I}$ 与总电压 $\dot{U}$ 同相。求电流 I 和 R、X_2、X_C 的值。

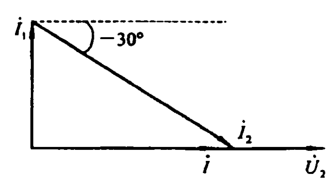


题 4 - 22 图

解　标示 $\dot{U}_2$ 方向，如题 4 - 22 解图(一)所示。设 $\dot{U}=U\angle 0°$ 为参考相量。由于 $\dot{I}$ 与 $\dot{U}$ 同相，则 $\dot{U}_2$ 与 $\dot{I}$ 也同相，而 $\dot{I}_1$ 超前 $\dot{U}_2$ 90°，$\dot{I}_2=\dot{I}-\dot{I}_1$，从而画出三个电流的相量图，如题 4 - 22 解图(二)所示。



题 4 - 22 解图(一)



题 4 - 22 解图(二)

显然有

$$I=\sqrt{I_2^2-I_1^2}=\sqrt{20^2-10^2}=10\sqrt{3}\ A$$

$$\dot I_1 = 10\angle 90^\circ\ \text{A},\ \dot I_2 = 20\angle -30^\circ\ \text{A}$$

$$\dot I_2 = \frac{U_2\angle 0^\circ}{R_2 + jX_2} = 20\angle -30^\circ\ \text{A}$$

故

$$\arctan\frac{X_2}{R_2} = 30^\circ$$

$$X_2 = R_2\tan 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{3} = 2.89\ \Omega$$

$$U_2 = \sqrt{R_2^2 + X_2^2}\,I_2 = \sqrt{5^2 + \left(\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)^2} \times 20 = \frac{200\sqrt{3}}{3}\ \text{V}$$

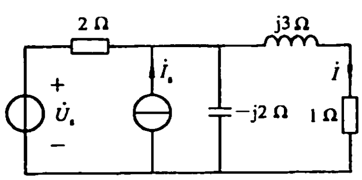
$$X_C = \frac{U_2}{I_1} = \frac{20\sqrt{3}}{3} = 11.55\ \Omega$$

$$R = \frac{\dot U - \dot U_2}{\dot I} = \frac{200 - \frac{200\sqrt{3}}{3}}{10\sqrt{3}} = 6.03\ \Omega$$

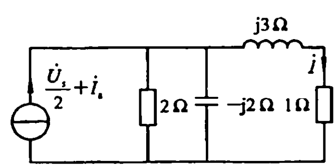
4 - 23　如题 4 - 23 图所示的电路，$\dot U_s = 4\angle 90^\circ$ V，$\dot I_s = 2\angle 0^\circ$ A，求电流 $\dot I$。

解　利用电源等效关系，画出等效电路如题 4 - 23 解图所示。由分流公式得

$$\dot I = \frac{\frac{1}{1+j3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{-j2} + \frac{1}{1+j3}}\left(\frac{\dot U_s}{2} + \dot I_s\right) = 1 - j = \sqrt{2}\angle -45^\circ\ \text{A}$$

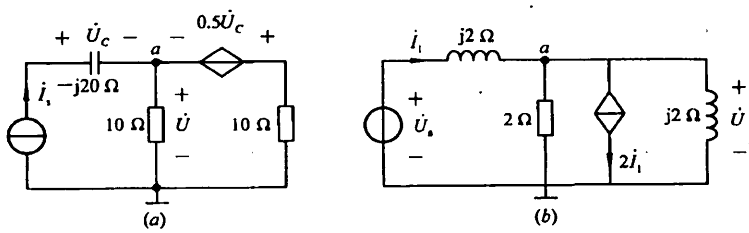


题 4 - 23 图



题 4 - 23 解图

4 - 24　如题 4 - 24 图所示电路，$\dot I_s = 10\angle 0^\circ$ A，$\dot U_s = 4\angle 0^\circ$ V，求电压 $\dot U$。



题 4 - 24 图

解　选参考节点如图所标，利用节点法。

图(a)：列出节点方程

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10}\right)\dot U = \dot I_s - \frac{0.5\dot U_C}{10} = \dot I_s - \frac{0.5(-j20\dot I_s)}{10}$$

解得

$$\dot{U} = 5(1 + \mathrm{j}5)\dot{I}_s = 50 + \mathrm{j}50\ \mathrm{V}$$

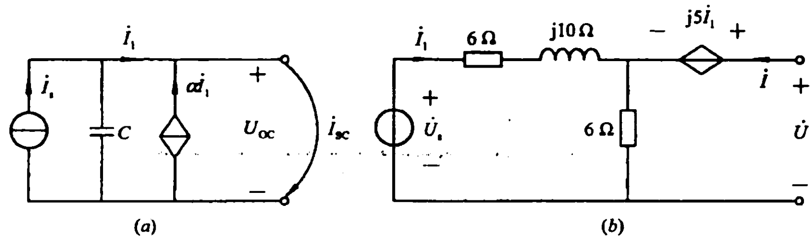
图(b)：列出节点方程

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\mathrm{j}2} + \frac{1}{\mathrm{j}2}\right)\dot{U} = -2\dot{I}_1 + \frac{\dot{U}_s}{\mathrm{j}2} = -2 \times \frac{\dot{U}_s - \dot{U}}{\mathrm{j}2} + \frac{\dot{U}_s}{\mathrm{j}2}$$

解得

$$\dot{U} = \mathrm{j}4\ \mathrm{V}$$

4－25　题 4－25 图所示电路，$\dot{U}_s = 60\angle 0^\circ$ V，求其一端口电路的戴维南等效电路。



题 4－25 图

解　图(a)：当 ab 端开路时，$\dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_1 = 0$，则 $\dot{I}_1 = 0$，从而

$$\dot{U}_{OC} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_s$$

当 ab 端短路时，

$$\dot{I}_{SC} = \dot{I}_1 + \alpha\dot{I}_1 = (1 + \alpha)\dot{I}_1 = (1 + \alpha)\dot{I}_s$$

因此，戴维南等效阻抗为

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{OC}}{\dot{I}_{SC}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C(1 + \alpha)}$$

图(b)：列出端口的伏安关系

$$\dot{U} = \mathrm{j}5\dot{I}_1 + 6(\dot{I}_1 + \dot{I}) = (6 + \mathrm{j}5)\dot{I}_1 + 6\dot{I}$$

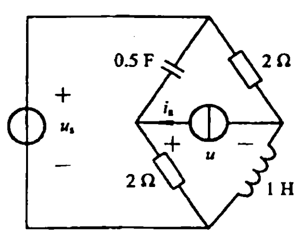
$$\dot{U} = \mathrm{j}5\dot{I}_1 - (6 + \mathrm{j}10)\dot{I}_1 + \dot{U}_s = (-6 - \mathrm{j}5)\dot{I}_1 + \dot{U}_s$$

由以上两式消去 $\dot{I}_1$，并整理可得

$$\dot{U} = 3\dot{I} + 0.5\dot{U}_s = 3\dot{I} + 3$$

故 $\dot{U}_{OC} = 3$ V，$Z_0 = 3\ \Omega$。戴维南等效电路略。

4－26　如题 4－26 图所示电路，已知 $u_s(t) = 10 + 10\cos t$ V，$i_s(t) = 5 + 5\cos 2t$ A，求 $u(t)$。



题 4－26 图

解　利用叠加定理求解。

设 $u_{s1}(t) = 10$ V，$u_{s2}(t) = 10\cos t$ V，$i_{s1}(t) = 5$ A，$i_{s2}(t) = 5\cos 2t$ A，则

$$u_s(t) = u_{s1}(t) + u_{s2}(t)$$

$$i_s(t) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t)$$

(1) 当仅由 $u_{s1}(t)=10$ V，$i_{s1}(t)=5$ A 作用时，电容开路，电感短路，容易得到响应为

$$u_1(t)=2i_{s1}=10 \text{ V}$$

(2) 当仅由 $u_{s2}(t)=10\cos t$ V 作用时，其响应记为 $u_2(t)$，画出其相量模型如题 4-26 解图(a)所示。利用 KVL 和分压公式，得

$$\dot{U}_{2m} = \left(\frac{2}{2-\text{j}2} - \frac{\text{j}}{2+\text{j}}\right)\dot{U}_{s2m} = 3+\text{j} = \sqrt{10}\angle 18.4^\circ \text{ V}$$

$$u_2(t) = \sqrt{10}\cos(t+18.4^\circ)\text{V}$$

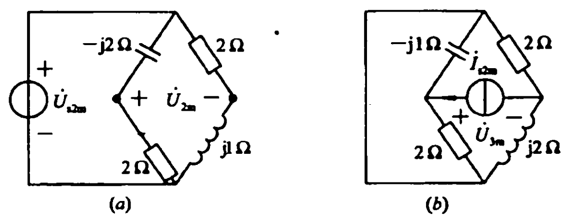
(3) 当仅由 $i_{s2}(t)=5\cos 2t$ A 作用时，其响应记为 $u_3(t)$，画出其相量模型如题 4-26 解图(b)所示。

$$\dot{U}_{3m} = [2 \mathbin{/\!/} (\text{j}2) + 2 \mathbin{/\!/} (-\text{j})]\dot{I}_{s2m} = \left(\frac{\text{j}4}{2+\text{j}2} + \frac{-\text{j}2}{2-\text{j}}\right)\times 5 = 7+\text{j} = \sqrt{50}\angle 8.13^\circ \text{ V}$$

$$u_3(t) = \sqrt{50}\cos(2t+8.13^\circ) \text{ V}$$

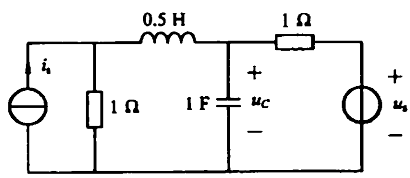
当所有电源共同作用时，由叠加定理，有

$$u_3(t) = u_1(t)+u_2(t)+u_3(t) = 10+\sqrt{10}\cos(t+18.4^\circ)+\sqrt{50}\cos(2t+8.13^\circ) \text{ V}$$



题 4-26 解图

4-27　如题 4-27 图所示电路，已知 $i_s(t)=3\cos t$ A，$u_s(t)=3\cos 2t$ V，求 $u_C(t)$。



题 4-27 图

解　利用叠加定理求解。

(1) 当 $i_s(t)=3\cos t$ A 单独作用时，画出其相量模型如题 4-27 解图(a)所示。利用分流公式，得

$$\dot{U}_{C1m} = \frac{1}{1+\text{j}0.5+1 \mathbin{/\!/} (-\text{j})}\dot{I}_{sm}\times[1 \mathbin{/\!/} (-\text{j})] = 1-\text{j} = \sqrt{2}\angle -45^\circ \text{ V}$$

$$u_{C1}(t) = \sqrt{2}\cos(t-45^\circ) \text{ V}$$

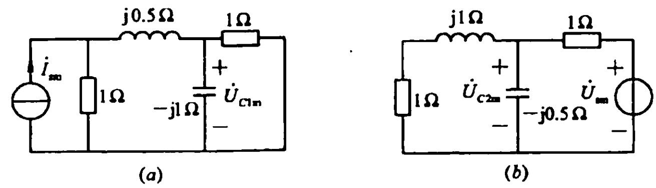
(2) 当 $u_s(t)=3\cos 2t$ V 单独作用时，画出其相量模型如题 4-27 解图(b)所示。利用分压公式，得

$$\dot{U}_{C2m}=\frac{(1+j)\ /\!/\ (-j0.5)}{1+(1+j)\ /\!/\ (-j0.5)}\dot{U}_{sm}=1-j=\sqrt{2}\angle-45^\circ$$

$$u_{C2}(t)=\sqrt{2}\ \cos(2t-45^\circ)\ \mathrm{V}$$

当 $i_s(t)$ 和 $u_s(t)$ 共同作用时，由叠加定理，有

$$u_C(t)=u_{C1}(t)+u_{C2}(t)=\sqrt{2}\ \cos(t-45^\circ)+\sqrt{2}\ \cos(2t-45^\circ)\ \mathrm{V}$$

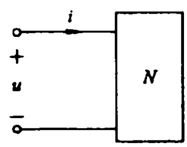


题 4-27 解图

4-28　如题 4-28 图所示的电路 N，若其端口电压 $u(t)$ 和电流 $i(t)$ 为下列函数，分别求电路 N 的阻抗，电路 N 吸收的有功功率、无功功率和视在功率。

(1) $u(t)=100\cos(10^3t+20^\circ)$ V，$i(t)=0.1\cos(10^3t-10^\circ)$ A；

(2) $u(t)=50\cos(10^3t-80^\circ)$ V，$i(t)=0.2\cos(10^3t-35^\circ)$ A。



题 4-28 图

解　(1) $\dot{U}=\frac{100}{\sqrt{2}}\angle 20^\circ \mathrm{V}$，$\dot{I}=\frac{0.1}{\sqrt{2}}\angle-10^\circ$ A，则

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=1000\angle 30^\circ\ \Omega$$

$$P=UI\ \cos\theta=\frac{100}{\sqrt{2}}\times\frac{0.1}{\sqrt{2}}\cos(20^\circ-10^\circ)=2.5\sqrt{3}\ \mathrm{W}$$

$$Q=UI\ \sin\theta=\frac{100}{\sqrt{2}}\times\frac{0.1}{\sqrt{2}}\sin(20^\circ-10^\circ)=2.5\ \mathrm{var}$$

$$S=UI=5\ \mathrm{V\cdot A}$$

(2) $\dot{U}=\frac{50}{\sqrt{2}}\angle-80^\circ \mathrm{V}$，$\dot{I}=\frac{0.2}{\sqrt{2}}\angle-35^\circ$ A，则

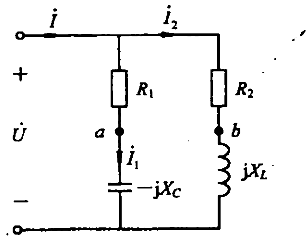
$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=250\angle-45^\circ\ \Omega$$

$$P=UI\ \cos\theta=\frac{50}{\sqrt{2}}\times\frac{0.2}{\sqrt{2}}\cos45^\circ=2.5\sqrt{2}\ \mathrm{W}$$

$$Q=UI\ \sin\theta=2.5\sqrt{2}\ \mathrm{var}$$

$$S=UI=5\ \mathrm{V\cdot A}$$

4－29　如题 4－29 图所示的电路，已知 $U=20$ V，电容支路消耗功率 $P_1=24$ W，功率因数 $\cos\theta_{Z1}=0.6$；电感支路消耗功率 $P_2=16$ W，功率因数 $\cos\theta_{Z2}=0.8$。求电流 I、电压 U_{ab} 和电路的总复功率。



题 4－29 图

解　设

$$\dot{U} = 20\angle 0^\circ \text{ V}$$

$$P_1 = UI_1\cos\theta_{Z1}$$

$$I_1 = \frac{P_1}{U\cos\theta_{Z1}} = \frac{24}{20\times 0.6} = 2 \text{ A}$$

$$\theta_{Z1} = -\arccos 0.6 = -53.1^\circ \quad \text{（容性支路）}$$

故

$$\dot{I}_1 = 2\angle 53.1^\circ \text{ A}$$

$$P_2 = UI_2\cos\theta_{Z2}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U\cos\theta_{Z2}} = \frac{16}{20\times 0.8} = 1 \text{ A}$$

$$\theta_{Z2} = \arccos 0.8 = 36.9^\circ \quad \text{（感性支路）}$$

故

$$\dot{I}_2 = 1\angle -36.9^\circ \text{ A}$$

由 KCL，得

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 2\angle 53.1^\circ + 1\angle -36.9^\circ = 2 + \text{j A}$$

故 $I=\sqrt{5}$ A。

总复功率为

$$\tilde{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 20(2-\text{j}) = 40 - \text{j}20 \text{ V}\cdot\text{A}$$

又由于 $P_1=R_1I_1^2$，$P_2=R_2I_2^2$，则

$$R_1 = \frac{P_1}{I_1^2} = \frac{24}{2^2} = 6\ \Omega$$

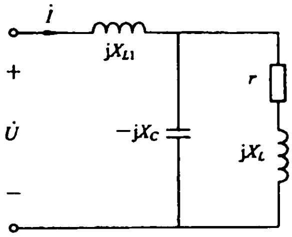
$$R_2 = \frac{P_2}{I_2^2} = \frac{16}{1^2} = 16\ \Omega$$

$$\dot{U}_{ab} = R_2\dot{I}_2 - R_1\dot{I}_1 = 16\times 2\angle 53.1^\circ + 6\times 1\angle -36.9^\circ = 5.6 - \text{j}19.2 \text{ V}$$

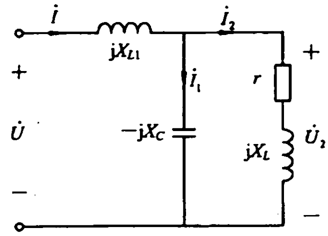
故

$$U_{ab} = \sqrt{5.6^2 + 19.2^2} = 20 \text{ V}$$

4－30　如题 4－30 图所示的电路，已知 $U=100$ V，$I=100$ mA，电路吸收功率 $P=6$ W；$X_{L1}=1.25$ kΩ，$X_C=0.75$ kΩ。电路呈电感性，求 r 和 X_L。



题 4－30 图



题 4－30 解图

解　标示 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$、$\dot{U}_2$ 方向，如题 4－30 解图所示。

$$P=UI\cos\theta_Z$$

$$\cos\theta_Z=\frac{P}{UI}=\frac{6}{100\times 0.1}=0.6$$

由于电路呈电感性，故 $\theta_Z=53.1^\circ$。

设 $\dot{I}=100\angle 0^\circ$ mA，则

$$\dot{U}=100\angle 53.1^\circ \text{ V}$$

则

$$\dot{U}_2=\dot{U}-jX_{L1}\dot{I}=100\angle 53.1^\circ-j1.25\times 10^3\times 0.1=60-j45 \text{ V}$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_2}{-jX_C}=\frac{60-j45}{-j0.75\times 10^3}=60+j80 \text{ mA}$$

$$\dot{I}_2=\dot{I}-\dot{I}_1=100-60-j80=40-j80 \text{ mA}$$

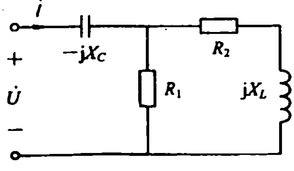
$$r+jX_L=\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}=\frac{60-j45}{(40-j80)\times 10^{-3}}=\frac{3}{4}+j\frac{3}{8} \text{ kΩ}$$

故

$$r=\frac{3}{4} \text{ kΩ}=750 \text{ Ω}$$

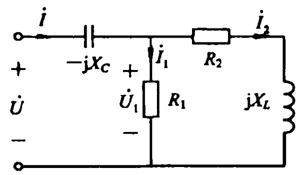
$$X_L=\frac{3}{8} \text{ kΩ}=375 \text{ Ω}$$

4－31　如题 4－31 图所示电路，已知 $\dot{U}=20\angle 0^\circ$ V，电路消耗的总功率 $P=34.6$ W，功率因数 $\cos\theta_Z=0.866(\theta_Z<0)$，$X_C=10$ Ω，$R_1=25$ Ω，求 R_2 和 X_L。



题 4－31 图

解　标示 $\dot{U}_1$、$\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 方向，如题 4-31 解图所示。



题 4-31 解图

由于 $\cos\theta_Z=0.866(\theta_Z<0)$，故 $\theta_Z=-30°$。

$$I=\frac{P}{U\cos\theta_Z}=\frac{34.6}{20\times0.866}=2\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}=2\angle30°\ \mathrm{A}$$

由 KVL，有

$$\dot{U}_1=\dot{U}-(-\mathrm{j}X_C)\dot{I}=20+\mathrm{j}10\times2\angle30°=10+\mathrm{j}10\sqrt{3}\ \mathrm{V}$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_1}{R_1}=\frac{2}{5}(1+\mathrm{j}\sqrt{3})\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_2=\dot{I}-\dot{I}_1=2\angle30°-\frac{2}{5}(1+\mathrm{j}\sqrt{3})=1.33+\mathrm{j}0.31\ \mathrm{A}$$

$$R_2+\mathrm{j}X_L=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}=\frac{10+\mathrm{j}10\sqrt{3}}{1.33+\mathrm{j}0.31}=14.6\angle47°=9.96+\mathrm{j}10.68\ \Omega$$

故有

$$R_2=9.96\ \Omega,\quad X_L=10.68\ \Omega$$

4-32　电路如题 4-32 图所示，已知 $\dot{I}_s=2\angle0°$ A，$\dot{U}_s=\mathrm{j}6$ V，求电流相量 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2$。

解　利用电源互换得等效电路如题 4-32 解图所示。以 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_2-\dot{I}_1$ 为网孔电流，列出网孔方程为

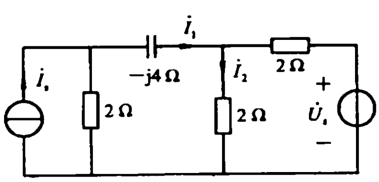
$$(2-\mathrm{j}4+2)\dot{I}_1+2(\dot{I}_2-\dot{I}_1)=2\dot{I}_s$$

$$2\dot{I}_1+4(\dot{I}_2-\dot{I}_1)=\dot{U}_s$$

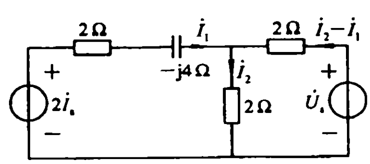
将 $\dot{I}_s=2\angle0°$ A，$\dot{U}_s=\mathrm{j}6$ V 代入上述方程组，解得

$$\dot{I}_1=1\angle16.2°\ \mathrm{A}$$

$$\dot{I}_2=1.71\angle73.7°\ \mathrm{A}$$

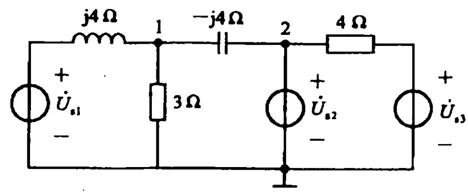


题 4-32 图



题 4-32 解图

4-33　电路如题 4-33 图所示，已知 $\dot{U}_{s1}=\dot{U}_{s3}=10\angle0°$ V，$\dot{U}_{s2}=\mathrm{j}10$ V，求节点电压 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$。



题 4 - 33 图

解 设节点电压分别为 $\dot{U}_1$、$\dot{U}_2$，列出节点方程为

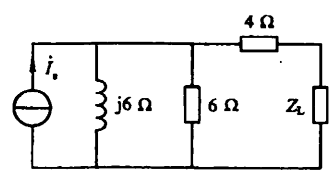
$$\left(\frac{1}{j4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{j4}\right)\dot{U}_1-\left(-\frac{1}{j4}\right)\dot{U}_2=\frac{\dot{U}_{s1}}{j4}$$

$$\dot{U}_2=\dot{U}_{s2}=j10\ V$$

解得

$$\dot{U}_1=-7.5-j7.5=7.5\sqrt{2}\angle-135^\circ\ V$$

4 - 34 如题 4 - 34 图所示的电路，已知 $\dot{I}_s=2\angle0^\circ$ A，求负载 Z_L 获得最大功率时的阻抗值及负载吸收功率。



题 4 - 34 图

解 首先将除负载 Z_L 之外的电路进行戴维南等效。其开路电压为

$$\dot{U}_{OC}=[(j6)\ //\ 6]\dot{I}_s=6+j6=6\sqrt{2}\angle45^\circ\ V$$

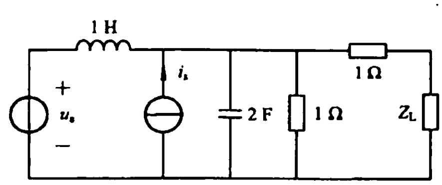
等效阻抗为

$$Z_0=1+(j6)\ //\ 6=4+j3\ \Omega$$

故当 $Z_L=Z_0^*=4-j3\ \Omega$ 时，负载 Z_L 获得最大功率为

$$P_{Lmax}=\frac{U_{OC}^2}{4R_0}=\frac{(6\sqrt{2})^2}{4\times4}=4.5\ W$$

4 - 35 如题 4 - 35 图所示电路，已知 $u_s=3\cos t$ V，$i_s=3\cos t$ A，求负载 Z_L 获最大功率时阻抗值及负载吸收功率。



题 4 - 35 图

解 画出相量模型如题 4 - 35 解图所示。首先将除负载 Z_L 之外的电路进行戴维南等效。其开路电压为

$$\dot{U}_{OC}=[(-j0.5)\ /\!/\ (j1)\ /\!/\ 1]\left(\frac{\dot{U}_s}{j1}+\dot{I}_s\right)$$

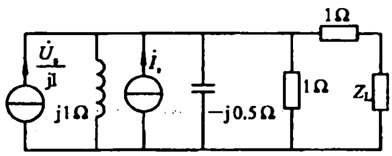
$$=(0.5-j0.5)\left(\frac{3}{\sqrt{2}}-j\frac{3}{\sqrt{2}}\right)=\frac{3}{\sqrt{2}}\angle-90^\circ\ \text{V}$$

等效阻抗为

$$Z_0=1+(-j0.5)\ /\!/\ (j1)\ /\!/\ 1=1.5-j0.5\ \Omega$$

故当 $Z_L=Z_0^*=1.5+j0.5\ \Omega$ 时，负载 Z_L 获得最大功率为

$$P_{L\max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_0}=\frac{(3/\sqrt{2})^2}{4\times1.5}=\frac{3}{4}\ \text{W}$$



题 4-35 解图

4-36　如题 4-36 图所示电路，已知 $\dot{I}_s=2\angle0^\circ$ A，负载为何值时它能获得最大功率？最大功率 P_{Lmm}是多少？

解　首先将除负载 Z_L 之外的电路进行戴维南等效。去掉 Z_L(如题 4-36 解图所示)，列出端口的伏安关系：

$$\dot{U}=(\dot{I}+0.5\dot{I}_1)\times250-j25\times\dot{I}_1$$

而

$$\dot{I}=\dot{I}_1-0.5\dot{I}_1-\dot{I}_s$$

由以上两式消去 $\dot{I}_1$，并整理得

$$\dot{U}=500(1-j2)+500(1-j)\dot{I}$$

故戴维南等效电路中的开路电压

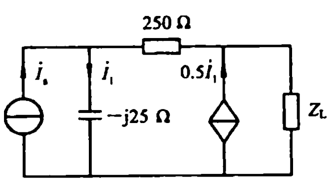
$$\dot{U}_{OC}=500(1-j2)\ \text{V}$$

内阻抗

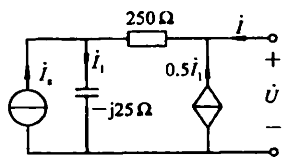
$$Z_0=500(1-j)\ \Omega$$

因此，当 $Z_L=Z_0^*=500(1+j)\ \Omega$ 时，负载 Z_L 获得最大功率为

$$P_{L\max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_0}=\frac{(500\sqrt{5})^2}{4\times500}=625\ \text{W}$$

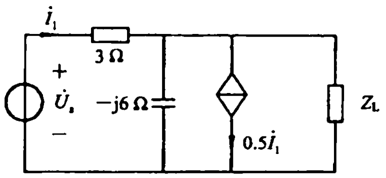


题 4-36 图

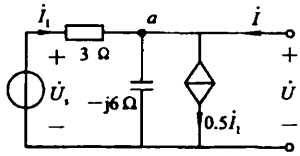


题 4-36 解图

4-37　如题 4-37 图电路，已知 $\dot{U}_s=6\angle0^\circ$ V，负载为何值时获最大功率？最大功率 P_{Lmm}是多少？



题 4-37 图



题 4-37 解图

解　首先将除负载 Z_L 之外的电路进行戴维南等效。去掉 Z_L（如题 4-37 解图所示），列出端口的伏安关系：

$$\dot{U}=-3\dot{I}_1+\dot{U}_s$$

在节点 a 由 KCL，有

$$\dot{I}+\dot{I}_1=0.5\dot{I}_1+\frac{\dot{U}}{-\mathrm{j}6}$$

由以上两式消去 $\dot{I}_1$，并整理得

$$\dot{U}=\frac{6}{\sqrt{2}}\angle-45^\circ+3(1-\mathrm{j})\dot{I}$$

故戴维南等效电路中的开路电压

$$\dot{U}_{OC}=\frac{6}{\sqrt{2}}\angle-45^\circ\ \mathrm{V}$$

内阻抗

$$Z_0=3(1-\mathrm{j})\ \Omega$$

因此，当 $Z_L=Z_0^*=3(1+\mathrm{j})\ \Omega$ 时，负载 Z_L 获得最大功率为

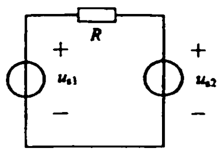
$$P_{L\max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_0}=\frac{\left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2}{4\times3}=1.5\ \mathrm{W}$$

4-38　如题 4-38 图所示电路，已知 $R=10\ \Omega$，

(1) $u_{s1}=10\cos100t$ V，$u_{s2}=20\cos(100t+30^\circ)$ V

(2) $u_{s1}=20\cos(t+25^\circ)$ V，$u_{s2}=30\sin(5t-50^\circ)$ V

求电阻 R 吸收的平均功率 P。



题 4-38 图

解　(1) 两电源同频率，其对应的相量为

$$\dot{U}_{s1}=\frac{10}{\sqrt{2}}\angle0^\circ\ \mathrm{V},\quad \dot{U}_{s2}=\frac{20}{\sqrt{2}}\angle30^\circ\ \mathrm{V}$$

由 KVL，电阻上的电压

$$\dot{U}_R=\dot{U}_{s1}-\dot{U}_{s2}=\frac{10}{\sqrt{2}}\angle 0^\circ-2\angle 30^\circ=\frac{10}{\sqrt{2}}(-0.73-\mathrm{j})\ \mathrm{V}$$

故

$$P_R=\frac{U_R^2}{R}=\frac{\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2\sqrt{0.73^2+1}}{10}=7.68\ \mathrm{W}$$

(2) 两电源频率不同，且两频率之比为有理数，因此可用功率叠加。

u_{s1}单独作用时，

$$P_{R1}=\frac{U_{s1}^2}{R}=\frac{\left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2}{10}=20\ \mathrm{W}$$

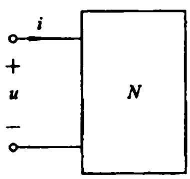
u_{s2}单独作用时，

$$P_{R2}=\frac{U_{s2}^2}{R}=\frac{\left(\frac{30}{\sqrt{2}}\right)^2}{10}=45\ \mathrm{W}$$

故

$$P_R=P_{R1}+P_{R2}=65\ \mathrm{W}$$

4-39　如题 4-39 图所示电路 N，其端口电压 $u=100+100\cos\omega t+30\cos 3\omega t$ V，电流 $i=50\cos(\omega t-45^\circ)+10\sin(3\omega t-60^\circ)+20\cos 5\omega t$ A。求电路吸收的平均功率 P 以及电压 u 和电流 i 的有效值。



题 4-39 图

解　将电流 i 改写为

$$i=50\cos(\omega t-45^\circ)+10\cos(3\omega t-150^\circ)+20\cos 5\omega t\ \mathrm{A}$$

故根据多频电路功率和有效值的计算方法，可得

$$P=\frac{1}{2}\times 100\times 50\cos(0-45^\circ)+\frac{1}{2}\times 30\times 10\cos(0+150^\circ)$$

$$=1768-130=1638\ \mathrm{W}$$

$$U=\sqrt{100^2+\left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{30}{\sqrt{2}}\right)^2}=124.3\ \mathrm{V}$$

$$I=\sqrt{\left(\frac{50}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{20}{\sqrt{2}}\right)^2}=38.7\ \mathrm{V}$$

4-40　功率为 40 W，功率因数为 0.5 的日光灯(为感性负载)与功率为 60 W 的白炽灯(纯阻性负载)各 100 只，并联接于 220 V、50 Hz 的正弦交流电源上。

(1) 求电路的功率因数；

(2) 如要把电路的功率因数提高到 0.9，应并联多大的电容？

解　(1) 电路总平均功率为

$$P=(40+60)\times 100=10\ 000\ \mathrm{W}$$

一个日光灯的功率因数 $\cos\theta_1=0.5$，$\sin\theta_1=\sqrt{1-\sin^2\theta_1}=0.866$，其无功功率

$$Q_1=\frac{P_1}{\cos\theta_1}\sin\theta_1=\frac{40}{0.5}\times 0.866=69.28\ \mathrm{var}$$

总无功功率为

$$Q=100\times 69.28=6928\ \mathrm{var}$$

故电路的功率因数为

$$\cos\theta=\frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}=\frac{10^4}{\sqrt{10^8+6928^2}}=0.822$$

(2) 并联电容后，$\cos\theta'=0.9$，$\sin\theta'=\sqrt{1-\cos^2\theta'}=\sqrt{1-0.9^2}=0.44$，总平均功率不变，总无功功率变为

$$Q'=\frac{P}{\cos\theta'}\sin\theta'=\frac{10^4}{0.9}\times 0.44=4843\ \mathrm{var}$$

无功功率降低就是并联电容所引起的。故电容的无功功率

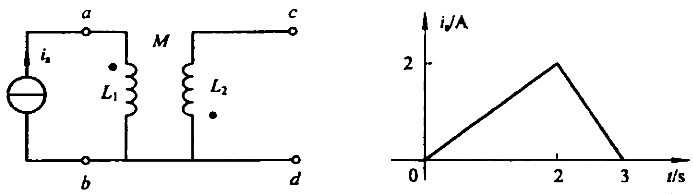
$$Q_C=-\omega CU^2=Q'-Q=4843-6928=2082\ \mathrm{var}$$

解得 $C=137.1\ \mu\mathrm{F}$。

4-41　如题 4-41 图(a)所示电路，已知 $L_1=4\mathrm{H}$，$L_2=3\mathrm{H}$，$M=2\mathrm{H}$。

(1) 如 i_s 的波形如图(b)所示，画出 u_{ab}、u_{cd} 和 u_{ac} 的波形。

(2) 如 $i_s=1-\mathrm{e}^{-2t}$ A，求 u_{ab}、u_{cd} 和 u_{ac}。



(a)　　(b)

题 4-41 图

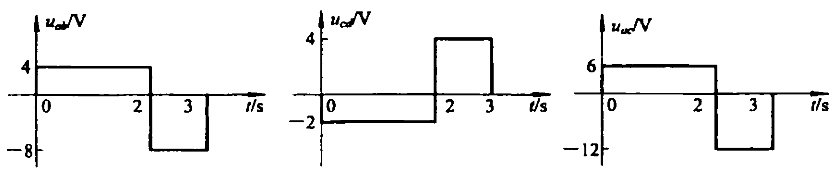
解　(1)

$$u_{ab}=L_1\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}=4\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}$$

$$u_{cd}=-M\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}=-2\frac{\mathrm{d}i_s}{\mathrm{d}t}$$

$$u_{ac}=u_{ab}-u_{cd}$$

画出 u_{ab}、u_{cd} 和 u_{ac} 的波形如题 4-41 解图所示。



(a)　　(b)　　(c)

题 4-41 解图

(2) $i_s=1-e^{-2t}$ A，则

$$u_{ab}=4\frac{di_s}{dt}=8e^{-2t}\ V$$

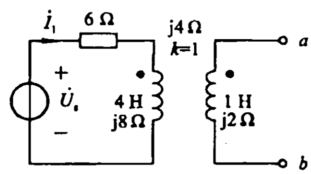
$$u_{cd}=-2\frac{di_s}{dt}=-4e^{-2t}\ V$$

$$u_{ac}=u_{ab}-u_{cd}=12e^{-2t}\ V$$

4-42　如题 4-42 图所示电路，如 $\dot{U}_s=6\angle 0°$ V，电源角频率 $\omega=2$ rad/s。

(1) 如 ab 端开路，求 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{U}_{ab}$；

(2) 如将 ab 端短路，求 $\dot{I}_1$ 和 $\dot{I}_{ab}$。



题 4-42 图

解　计算出 $j\omega M=j\omega\sqrt{L_1L_2}=j4\ \Omega$，$j\omega L_1=j8\ \Omega$，$j\omega L_2=j2\ \Omega$，标于图中。

(1) ab 端开路时，

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{6+j8}=\frac{6\angle 0°}{6+j8}=0.6\angle -53.1°\text{A}$$

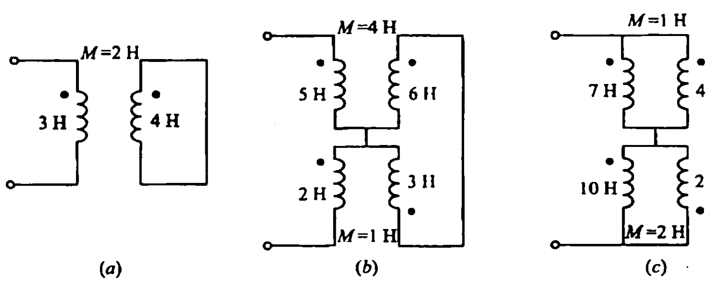
$$\dot{U}_{ab}=j4\dot{I}_1=2.4\angle 36.9°\ \text{V}$$

(2) ab 端短路时，

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{6+j8+\frac{4^2}{j2}}=1\angle 0°\ \text{A}$$

$$\dot{I}_{ab}=\frac{j4\dot{I}_1}{j2}=2\angle 0°\ \text{A}$$

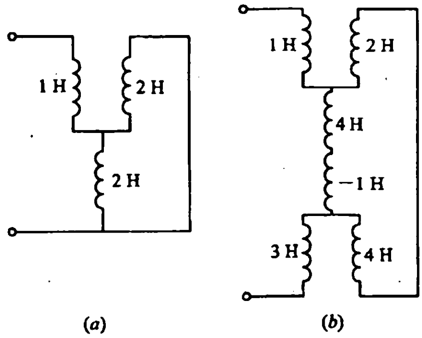
4-43　求题 4-43 图示电路的等效电感。



题 4-43 图

解　图(a)：将两线圈的下端相连，并进行 T 形等效，原电路等效为题 4-43 解图(a)所示电路。利用电感的串、并联关系，得等效电感

$$L=1+2/\!/2=2\ \text{H}$$



题 4 - 43 解图

图(b)：利用 T 形等效，将原电路等效为题 4 - 43 解图(b)所示电路。利用电感的串、并联关系，得等效电感

$$L=1+3+(4-1)/\!/(2+4)=6\ \text{H}$$

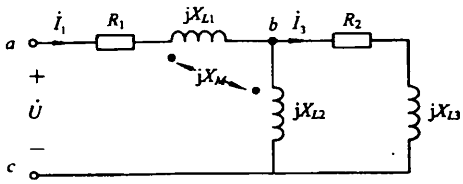
图(c)：利用 T 形等效，将原电路等效为题 4 - 43 解图(c)所示电路。利用电感的串、并联关系，得等效电感

$$L=(6/\!/3)+1-2+(12/\!/4)=4\ \text{H}$$

4 - 44　如题 4 - 44 图所示电路，已知 $X_{L1}=10\ \Omega$，$X_{L2}=6\ \Omega$，$X_M=4\ \Omega$，$X_{L3}=4\ \Omega$，$R_1=8\ \Omega$，$R_3=5\ \Omega$，端电压 $U=100$ V。

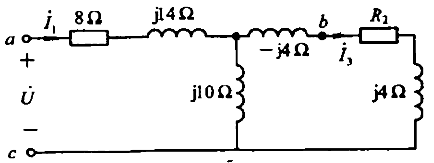
(1) 求 $\dot I_1$ 和 $\dot I_3$；

(2) 求 $\dot U_{ab}$。



题 4 - 44 图

解　利用 T 形去耦等效，并把参数代入，将原电路等效为如题 4 - 44 解图所示电路。



题 4 - 44 解图

(1) 设 $\dot U=100\angle 0^\circ$ V，则

$$Z_{ab}=8+\text{j}14+(\text{j}10)/\!/(-\text{j}4+5+\text{j}4)=12+\text{j}16\ \Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_{ab}} = \frac{100}{12+\mathrm{j}16} = 5\angle -53.1^\circ\ \mathrm{A}$$

由分流公式，得

$$\dot{I}_3 = \frac{\mathrm{j}10}{\mathrm{j}10+5}\dot{I}_1 = 4.47\angle -26.6^\circ\ \mathrm{A}$$

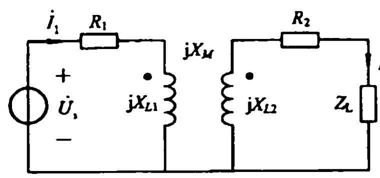
(2) $$\dot{U}_{ab} = (8+\mathrm{j}14)\dot{I}_1 + (-\mathrm{j}4)\dot{I}_3 = 75-\mathrm{j}6 = 72.25\angle -4.76^\circ\ \mathrm{V}$$

4-45　如题 4-45 图所示电路，已知 $R_1=10\ \Omega$，$R_2=2\ \Omega$，$X_{L1}=30\ \Omega$，$X_{L2}=8\ \Omega$，$X_M=10\ \Omega$，$u_s=100\ \mathrm{V}$。

(1) 如果 $Z_L=2\ \Omega$，求 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_2$ 和负载 Z_L 吸收的功率。

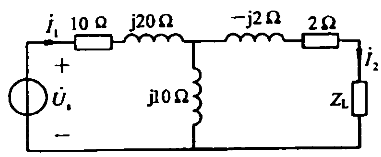
(2) 若 Z_L 为纯电阻 R_L，为使其获得最大功率，R_L 应取何值？求这时负载吸收功率；

(3) 若负载 Z_L 由电阻和电抗组成，即 $Z_L=R_L+\mathrm{j}X_L$，为使负载获得功率为最大，Z_L 应取何值？求这时负载吸收功率。



题 4-45 图

解　设 $\dot{U}=100\angle 0^\circ\ \mathrm{V}$，利用 T 形去耦等效，并把参数代入，将原电路等效为如题 4-45 解图所示电路。



题 4-45 解图

(1) $Z_L=2\ \Omega$，则列出网孔方程

$$(10+\mathrm{j}30)\dot{I}_1 - \mathrm{j}10\dot{I}_2 = \dot{U}_s$$
$$-\mathrm{j}10\dot{I}_1 + (\mathrm{j}10-\mathrm{j}2+2+Z_L)\dot{I}_2 = 0$$

将 $Z_L=2\ \Omega$ 和 $\dot{U}=100\angle 0^\circ$ V 代入上述方程组，解得

$$\dot{I}_1 = 4\angle -53.1\ \mathrm{A}$$
$$\dot{I}_2 = 4.47\angle -26.6\ \mathrm{A}$$

负载 Z_L 的吸收功率为

$$P_L = 2I_2^2 = 2\times 4.47^2 = 40\ \mathrm{W}$$

(2) 当 Z_L 断开时，开路电压

$$\dot{U}_{OC} = \frac{\mathrm{j}10}{10+\mathrm{j}20+\mathrm{j}10}\dot{U}_s = \frac{\mathrm{j}10}{10+\mathrm{j}30}\times 100 = 31.62\angle 18.4\ \mathrm{V}$$

负载 Z_L 端看去的戴维南等效阻抗为

$$Z_0 = 2-\mathrm{j}2+(\mathrm{j}10)\ //\ (10+\mathrm{j}20) = 3+\mathrm{j}5\ \Omega$$

故当 $Z_L=R_L=|Z_0|=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}=5.83\ \Omega$ 时，负载获得功率为最大。此时

$$\dot{I}_2=\frac{\dot{U}_{OC}}{Z_0+R_L}=\frac{31.62\angle 18.4^\circ}{3+j5+5.83}=3.12\angle -11.12^\circ\ \mathrm{A}$$

最大功率为

$$P_{Lm}=R_L I_2^2=5.83\times 3.12^2=56.75\ \mathrm{W}$$

(3) 若负载 Z_L 由电阻和电抗组成，即 $Z_L=R_L+jX_L$，则当 $Z_L=Z_0^*=3-j5\ \Omega$ 时，负载获得最大功率，其为

$$P_{L\max}=\frac{U_{OC}^2}{4R_0}=\frac{31.62^2}{4\times 3}=83.3\ \mathrm{W}$$

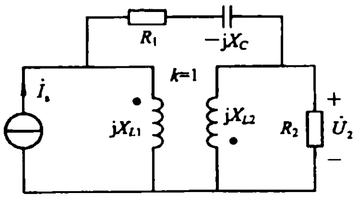
4-46　如题 4-46 图所示电路，已知 $X_{L1}=X_{L2}=1\ \Omega$，耦合系数 $k=1$，$X_C=1\ \Omega$，$R_1=R_2=1\ \Omega$，$\dot{I}_s=1\angle 0^\circ$ A，求 $\dot{U}_2$。

解　利用 T 形去耦等效，并把参数代入，将原电路等效为如题 4-46 解图所示电路。其中 $j\omega M=\sqrt{X_{L1}X_{L2}}=j1\ \Omega$。列出网孔方程为

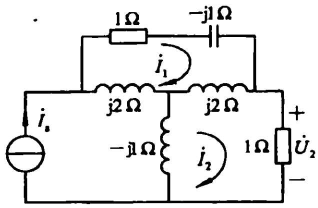
$$(1+j3)\dot{I}_1-j2\dot{I}_2-j2\dot{I}_s=0$$
$$-j2\dot{I}_1+(1+j2)\dot{I}_2-(-j1)\dot{I}_s=0$$

将 $\dot{I}_s=1\angle 0^\circ$ A 代入以上两式，可解得

$$\dot{I}_2=0.316\angle 161.6^\circ\ \mathrm{A}$$
$$\dot{U}_2=1\times\dot{I}_2=0.316\angle 161.6^\circ\ \mathrm{V}$$

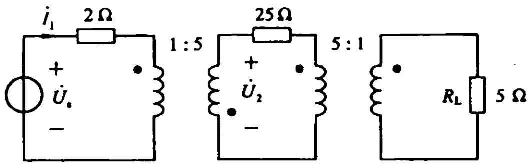


题 4-46 图



题 4-46 解图

4-47　如题 4-47 图所示电路，已知 $\dot{U}_s=16\angle 0^\circ$ V，求 $\dot{I}_1$、$\dot{U}_2$ 和 R_L 吸收的功率。



题 4-47 图

解　利用理想变压器的变阻特性，并由题 4-47 解图有

$$R_{L1}=5^2R_L=5^2\times 5=125\ \Omega$$

$$R_{L2}=\frac{1}{5^2}(R_{L1}+25)=6\ \Omega$$

$$\dot{I}_1=\frac{\dot{U}_s}{2+R_{L2}}=\frac{16\angle 0^\circ}{8}=2\angle 0^\circ\mathrm{A}$$

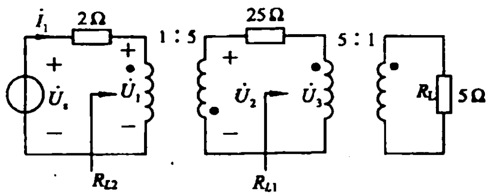
$$\dot{U}_1 = R_{L2}\dot{I}_1 = 6\times 2\angle 0^\circ = 12\angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{U}_2 = -5\dot{U}_1 = 60\angle 180^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{U}_3 = \frac{R_{L1}}{25+R_{L1}}\dot{U}_2 = \frac{125}{25+125}\times 60\angle 180^\circ = 50\angle 180^\circ\ \text{V}$$

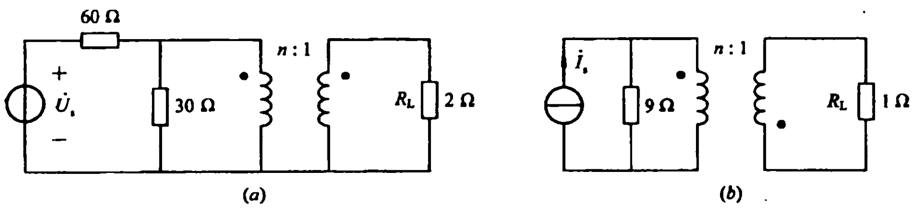
则负载吸收的功率为

$$P_L = \frac{U_3^2}{R_{L1}} = \frac{50^2}{125} = 20\ \text{W}$$



题 4-47 解图

4-48 如题 4-48 图所示电路，$\dot{U}_s=12\angle 0^\circ$ V，$\dot{I}_s=2\angle 0^\circ$ A，为使 R_L 能获得最大功率，求匝数比 n 和 R_L 吸收的功率。



题 4-48 图

解 (1) 由题 4-48 解图(a)，图中 ab 端以左电路的开路电压

$$\dot{U}_{OC} = \frac{30}{60+30}\dot{U}_s = \frac{30}{90}\times 6\angle 0^\circ = 4\angle 0^\circ\ \text{V}$$

戴维南等效电阻为

$$R_0 = 60/\!/30 = 20\ \Omega$$

利用理想变压器的变阻特性，得从 ab 端向右看去的等效电阻为

$$R_{L1} = n^2 R_L = 2n^2\ \Omega$$

故当 $R_{L1}=2n^2=R_0=20\ \Omega$，即 $n=\sqrt{10}$ 时，R_L 获得最大功率为

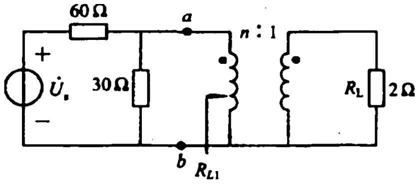
$$P_{L\max} = \frac{U_{OC}^2}{4R_0} = \frac{4^2}{4\times 20} = 0.2\ \text{W}$$

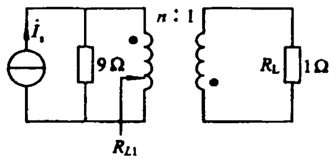
(2) 由题 4-48 解图(b)，利用理想变压器的变阻特性，得

$$R_{L1} = n^2 R_L = n^2$$

故当 $R_{L1}=n^2=9\ \Omega$，即 $n=3$ 时，R_L 获得最大功率为

$$P_{L\max} = \frac{1}{4}I_s^2 R_{L1} = \frac{1}{4}\times 2^2\times 9 = 9\ \text{W}$$



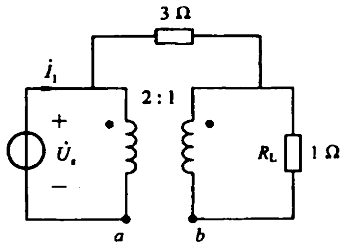


题 4－48 解图

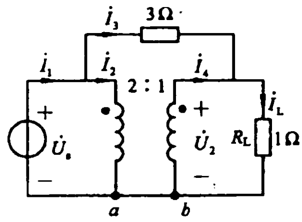
4－49　如题 4－49 图所示电路，$\dot{U}_s=6\angle 0^\circ$ V，

(1) 求电流 I_1、从电源端看去的输入阻抗 Z_{in}和 R_L 吸收的功率；

(2) 如图中 ab 短路，再求 I_1、Z_{in}和 R_L 吸收的功率。



题 4－49 图



题 4－49 解图

解　(1) 3 Ω 电阻无电流，可看做开路，故利用变阻特性，得输入阻抗

$$Z_{in} = 2^2 R_L = 4 \times 1 = 4\ \Omega$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_{in}} = \frac{6\angle 0^\circ}{4} = 1.5\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$I_1 = 1.5\ \text{A}$$

$$P_L = \frac{\left(\frac{U_s}{2}\right)^2}{R_L} = \frac{\left(\frac{6}{2}\right)^2}{1} = 9\ \text{W}$$

(2) ab 短路时，如题 4－49 解图所示电路。

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{2}\dot{U}_s = 3\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_2}{R_L} = \frac{3\angle 0^\circ}{1} = 3\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_s - \dot{U}_2}{3} = \frac{6-3}{3} = 1\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_4 = \dot{I}_L - \dot{I}_3 = 3 - 1 = 2\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{2}\dot{I}_4 = 1\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 2\angle 0^\circ\ \text{A}$$

故有

$$Z_{in} = \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}} = \frac{6\angle 0^\circ}{2\angle 0^\circ} = 3\ \Omega$$

$$P_L = \frac{U_2^2}{R_L} = \frac{3^2}{1} = 9\ \text{W}$$

4-50　如题 4-50 图所示的电路，$\dot{I}_s = 1\angle 0^\circ$ A，求电源端电压 $\dot{U}$、输入阻抗 Z_{in} 和电压 $\dot{U}_2$。

解　标出各元件电压和电流如题 4-50 解图中所示。

$$\dot{I}_2 = 2\dot{I}_s = 2\times 1\angle 0^\circ = 2\angle 0^\circ\ \text{A}$$

$$\dot{U}_2 = 2\dot{I}_2 = 2\times 2\angle 0^\circ = 4\angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$\dot{U}_4 = 2(\dot{I}_s - \dot{I}_2) = 2\times(1-2) = -2\ \text{V}$$

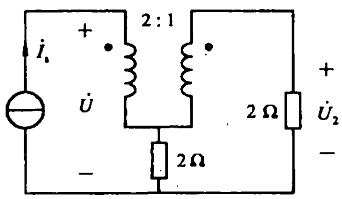
在右边回路列出 KVL 方程，有

$$\dot{U}_3 = \dot{U}_2 - \dot{U}_4 = 4-(-2) = 6\ \text{V}$$

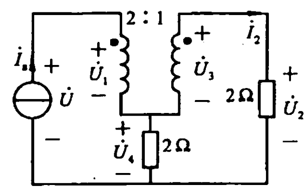
$$\dot{U}_1 = 2\dot{U}_3 = 12\ \text{V}$$

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_4 = 12+(-2) = 10\ \text{V}$$

$$Z_{in} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_s} = \frac{10}{1\angle 0^\circ} = 10\ \Omega$$



题 4-50 图



题 4-50 解图

4-51　已知对称三相电路的线电压 $U_l = 380$ V，

(1) 若负载为 Y 形联接，负载 $Z = 10+j15\ \Omega$，求相电压和负载吸收功率；

(2) 若负载为△形联接，负载 $Z = 15+j20\ \Omega$，求线电流和负载吸收功率。

解　(1) 负载为 Y 形联接时，有

$$U_p = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = 220\ \text{V}$$

$$I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{220}{\sqrt{10^2+15^2}} = 12.2\ \text{A}$$

$$P = 3I_p^2\times 10 = 30\times 12.2^2 = 4465.2\ \text{W}$$

(2) 负载为△形联接时，有

$$U_p = U_l = 380\ \text{V}$$

$$I_p = \frac{U_p}{|Z|} = \frac{380}{\sqrt{15^2+20^2}} = 15.2\ \text{A}$$

$$I_l = \sqrt{3}I_p = \sqrt{3}\times 15.2 = 26.33\ \text{A}$$

$$P = 3I_p^2\times 15 = 45\times 15.2^2 = 10\ 396.8\ \text{W}$$

4-52　已知对称三相负载，其功率为 12.2 kW，线电压为 220 V，功率因数为 0.8（感

性)，求线电流。如果负载连接成 Y 形，求负载阻抗 Z。

解

$$P=\sqrt{3}U_l I_l\cos\theta_Z$$

$$I_l=\frac{P}{\sqrt{3}U_l\cos\theta_Z}=\frac{12\ 200}{\sqrt{3}\times 220\times 0.8}=40\ \text{A}$$

负载为 Y 形联接时，有

$$U_p=\frac{U_l}{\sqrt{3}}=\frac{220}{\sqrt{3}}=127\ \text{V}$$

$$I_p=I_l=40\ \text{A}$$

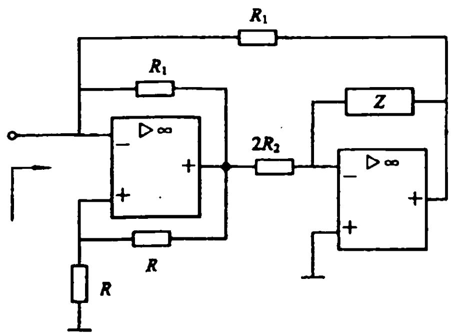
$$|Z|=\frac{U_p}{I_p}=\frac{127}{40}=3.18\ \Omega$$

而 $\cos\theta_Z=0.8$(感性)，故 $\theta_Z=36.9°$，因此，$Z=3.18\angle 36.9°\ \Omega$。

4-53 题 4-53 图所示的运放电路，

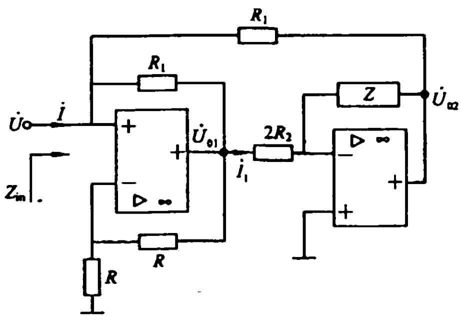
(1) 写出输入阻抗 Z_{in} 的表达式；

(2) 若 $R_1=R_2=10\ \text{k}\Omega$，则为使该电路等效一个 1 H 的电感，元件 Z 应选取什么元件，并求出其参数值。



题 4-53 图

解 标出运放输出端的节点电压 $\dot{U}_1$ 和 $\dot{U}_2$，$2R_2$ 电阻上的电流 $\dot{I}_1$，以及电路输入端的电压 $\dot{U}$ 和电流 $\dot{I}$，如题 4-53 解图所示。



题 4-53 解图

(1) 考虑运放的虚断特性，利用 KCL 和欧姆定律，有

$$\dot I = \frac{\dot U - \dot U_{01}}{R_1} + \frac{\dot U - \dot U_{02}}{R_1} \tag{①}$$

考虑运放的虚断，利用分压公式，有

$$\dot U = \frac{R}{R+R}\dot U_{01} \quad 即 \quad \dot U_{01} = 2\dot U \tag{②}$$

考虑运放的虚短特性，对 $2R_2$ 电阻利用欧姆定律，有

$$\dot I_1 = \frac{\dot U_{01}}{2R_2}$$

对 Z 阻抗，有

$$\dot U_{02} = -Z\dot I_1 = -\frac{Z\dot U_{01}}{2R_2} = -\frac{Z\dot U}{R_2} \tag{③}$$

将式②和式③代入式①，并整理得

$$\dot I = \frac{Z}{R_1R_2}\dot U$$

故

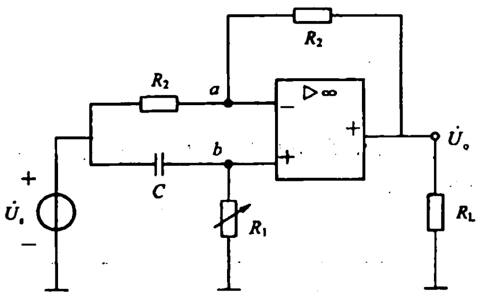
$$Z_{in} = \frac{\dot U}{\dot I} = \frac{R_1R_2}{Z} \tag{④}$$

(2) 为使该电路等效一个 1 H 的电感，要求 $Z_{in} = j\omega L = j\omega$。考虑 $R_1 = R_2 = 10\ k\Omega$，由式④得

$$Z = \frac{R_1R_2}{Z_{in}} = \frac{10\times10^3\times10\times10^3}{j\omega} = -j\frac{1}{\omega\times10^{-8}}$$

由电容的阻抗特性可知，阻抗应选电容元件，其电容值 $C=0.01\ \mu F$。

4-54　题 4-54 图所示是一阶移相电路，求其相移范围。



题 4-54 图

解　在节点 a 和 b 列出节点方程，有

$$\left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_2}\right)\dot U_a - \frac{1}{R_2}\dot U_s - \frac{1}{R_2}\dot U_o = 0$$

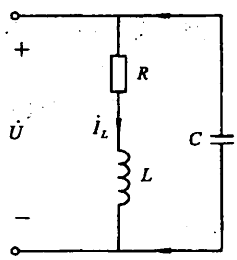
$$\left(j\omega C + \frac{1}{R_1}\right)\dot U_b - j\omega C\dot U_s = 0$$

考虑运放的虚短特性 $\dot U_a = \dot U_b$，由以上两式消去 $\dot U_a$ 和 $\dot U_b$，并整理得

$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}=\frac{\mathrm{j}\omega CR_1-1}{\mathrm{j}\omega CR_1+1}=1\angle(180°-2\arctan\omega CR_1)$$

由此可见，当可变电阻 R_1 在 0～∞范围变化时，其相移范围是 0°～180°。

4-55　如题 4-55 图所示，日光灯可等效为 RL 串联的感性负载，已知 $U=220$ V，$f=50$ Hz，R 消耗的功率为40 W，$I_L=0.4$ A。为使功率因数为 0.8，应并联多大的电容 C? 并求 L 的值。



题 4-55 图

解　并联 C 前，电路的视在功率为

$$S_1=UI_L=220\times0.4=88\ \mathrm{V\cdot A}$$

无功功率为

$$Q_1=\sqrt{S_1^2-P^2}=\sqrt{88^2-40^2}=78.38\ \mathrm{var}$$

由电路知，$Q_1=\omega LI_L^2$，故

$$L=\frac{Q_1}{\omega I_L^2}=\frac{78.38}{2\pi\times50\times0.4^2}=1.56\ \mathrm{H}$$

并联 C 后，电路消耗功率 $P=40$ W 不变。$\cos\theta_2=0.8$，$\sin\theta_2=\sqrt{1-0.8^2}=0.6$，电路的无功功率为

$$Q_2=P\tan\theta_2=40\times\frac{0.6}{0.8}=30\ \mathrm{var}$$

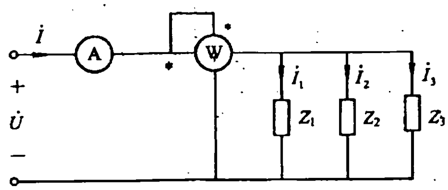
故电容的无功功率

$$Q_C=-\omega CU^2=Q_2-Q_1=30-78.38=-48.38$$

解得

$$C=\frac{48.38}{\omega U^2}=\frac{48.38}{2\pi\times50\times220^2}=3.18\ \mu\mathrm{F}$$

4-56　如题 4-56 图所示，将 3 个负载并联接到 220 V 的正弦电源上，各负载消耗的功率和电流分别为 $P_1=4.4$ kW，$I_1=44.7$ A(感性)；$P_2=8.8$ kW，$I_1=50$ A(感性)；$P_3=6.6$ kW，$I_3=60$ A(容性)。求图中电流表和功率表的读数以及电路的功率因数。



题 4-56 图

解　功率表的读数为

$$P=P_1+P_2+P_3=4.4+8.8+6.6=19.8\ \mathrm{kW}$$

Z_1、Z_2 和 Z_3 的视在功率和无功功率分别为

$$S_1=UI_1=220\times44.7=9834\ \mathrm{V\cdot A}$$

$$Q_1=\sqrt{S_1^2-P_1^2}=\sqrt{9834^2-4400^2}=8794.7\ \mathrm{var}(感性)$$

$$S_2=UI_2=220\times50=11\ 000\ \mathrm{V\cdot A}$$

$$Q_2=\sqrt{S_2^2-P_2^2}=\sqrt{11\ 000^2-8800^2}=6600\ \text{var}(\text{感性})$$

$$S_3=UI_3=220\times60=13\ 200\ \text{V}\cdot\text{A}$$

$$Q_3=-\sqrt{S_3^2-P_3^2}=-\sqrt{13\ 200^2-6600^2}=-11\ 431.5\ \text{var}(\text{容性})$$

电路的总无功功率为

$$Q=Q_1+Q_2+Q_3=8794.7+6600-11\ 431.5=3963.2\ \text{W}$$

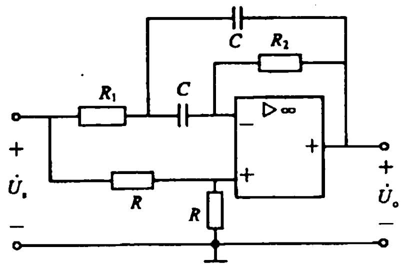
故电路的功率因数为

$$\cos\theta=\frac{P}{S}=\frac{P}{\sqrt{P^2+Q^2}}=\frac{19\ 800}{\sqrt{19\ 800^2+3963.2^2}}=0.981$$

电流表的读数为

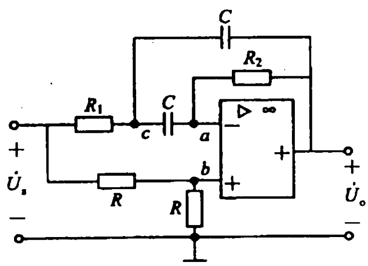
$$I=\frac{P}{U\cos\theta}=\frac{19\ 800}{220\times0.981}=91.74\ \text{A}$$

4-57　如题 4-57 图所示电路为实用的二阶移相电路，求转移电压比 $\dot{U}_o/\dot{U}_s$。



题 4-57 图

解　设节点 a、b、c 的节点电压分别为 $\dot{U}_a$、$\dot{U}_b$、$\dot{U}_c$，如题 4-57 解图所示。



题 4-57 解图

考虑运放的虚断特性，利用分压公式，有

$$\dot{U}_b=\frac{R}{R+R}\dot{U}_s=0.5\dot{U}_s \qquad ①$$

在节点 a、c 列出节点方程，有

$$\left(\frac{1}{R_2}+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_a-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_c-\frac{1}{R_2}\dot{U}_o=0 \qquad ②$$

$$\left(\frac{1}{R_1}+\mathrm{j}\omega C+\mathrm{j}\omega C\right)\dot{U}_c-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_a-\mathrm{j}\omega C\dot{U}_o-\frac{1}{R_1}\dot{U}_s=0 \qquad ③$$

考虑运放的虚短特性，$\dot{U}_a=\dot{U}_b$，由式①、②、③消去中间变量 $\dot{U}_a$、$\dot{U}_b$、$\dot{U}_c$，并整理，得

$$\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}=\frac{0.5+j0.5\omega C(2R_1+R_2)}{1+j2R_1\omega C-(\omega C)^2R_1R_2}$$

4－58 某电路由75只功率为40 W、功率因数为0.5的日光灯与100只功率为50 W的白炽灯相并联组成，它由220 V的正弦电源(f=50 Hz)供电。若要将该电路的功率因数提高到0.92(感性)，应并联多大的电容？

解 电路的总平均功率为

$$P=75\times40+100\times50=8000\ \text{W}$$

每只日光灯的功率因数 $\cos\theta_1=0.5$，$\sin\theta_1=\sqrt{1-\cos^2\theta_1}=\sqrt{1-0.5^2}=0.866$，其无功功率为

$$Q_1=P_1\frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1}=40\times\frac{0.866}{0.5}=69.28\ \text{var}$$

电路的总无功功率为

$$Q=75\times69.28=5196\ \text{var}$$

并联电容 C 后，电路消耗功率 P=8000 W不变。$\cos\theta'=0.92$，$\sin\theta'=\sqrt{1-0.92^2}=0.392$，电路的总无功功率为

$$Q'=P\tan\theta'=8000\times\frac{0.392}{0.92}=3408\ \text{var}$$

故电容的无功功率

$$Q_C=-\omega CU^2=Q'-Q=3408-5196=-1788$$

解得

$$C=\frac{1788}{\omega U^2}=\frac{1788}{2\pi\times50\times220^2}=117.6\ \mu\text{F}$$

4－59 某放大器内阻为2 Ω，扬声器电阻为8 Ω。

(1) 为使扬声器获得最大功率，在放大器与扬声器之间需要插入匝比为多大的理想变压器？若此时扬声器获得的最大功率为10 W，则放大器输出正弦波的振幅为多少？

(2) 如果将扬声器直接与放大器相连，放大器输出正弦波的振幅为多少时扬声器可获得10 W的功率？

解 (1) 设理想变压器的匝比为1∶n，正弦波的振幅为 U_m，则当 $2=\frac{1}{n^2}\times8$，即 $n=2$ 时，扬声器获得最大功率。

$$P_{L\max}=\frac{1}{2}\times\frac{U_m^2}{4\times2}=10$$

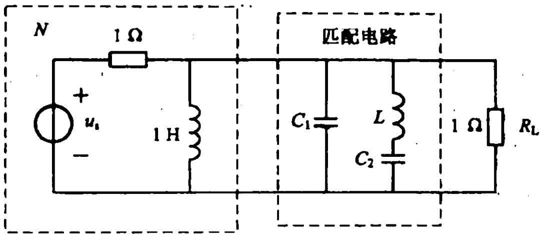
解得 U_m=12.65 V。

(2) 扬声器的功率

$$P_L=\frac{1}{2}\left(\frac{U_m}{2+8}\right)^2\times8=10$$

解得 U_m=15.8 V。

4－60 如题4－60图所示电路，已知 $u_s(t)=10\sqrt{2}\cos t+5\sqrt{2}\cos2t$ V，为使负载电阻 R_L 从 N 中获得最大功率，在 N 和 R_L 之间插入一个纯电抗匹配电路，如图所示。求匹配电路中的元件参数值，并计算出最大功率。



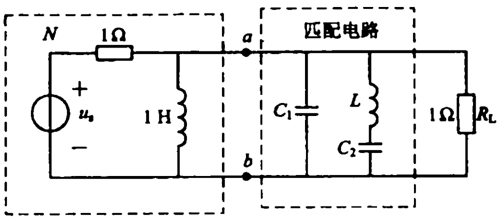
题 4-60 图

解　如题 4-60 解图所示，ab 端以左电路的戴维南等效阻抗为

$$Z_0(\mathrm{j}\omega)=\frac{\mathrm{j}\omega}{1+\mathrm{j}\omega}=\frac{\omega^2}{1+\omega^2}+\mathrm{j}\,\frac{\omega}{1+\omega^2}$$

开路电压

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}}(\mathrm{j}\omega)=\frac{\mathrm{j}\omega}{1+\mathrm{j}\omega}\dot{U}_s(\mathrm{j}\omega)$$



题 4-60 解图

ab 端以右电路的等效阻抗为

$$Z_{ab}(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{\dfrac{1}{R_L}+\mathrm{j}\omega C_1+\dfrac{1}{\mathrm{j}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C_2}\right)}}=\frac{\mathrm{j}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C_2}\right)}{\mathrm{j}\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C_2}\right)+1-\omega^2LC_1+\dfrac{C_1}{C_2}}$$

$$=\frac{\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C_2}\right)^2}{\left(1-\omega^2LC_1+\dfrac{C_1}{C_2}\right)^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C_2}\right)^2}+\mathrm{j}\,\frac{\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C_2}\right)\left(1-\omega^2LC_1+\dfrac{C_1}{C_2}\right)}{\left(1-\omega^2LC_1+\dfrac{C_1}{C_2}\right)^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C_2}\right)^2}\quad①$$

当 $\omega=1$ rad/s 时，

$$Z_0(\mathrm{j}1)=0.5+\mathrm{j}0.5\ \Omega$$

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}}(\mathrm{j}1)=\frac{\mathrm{j}1}{1+\mathrm{j}1}\dot{U}_s(\mathrm{j}1)=\frac{1\angle 90^\circ}{\sqrt{2}\angle 45^\circ}\times 10\angle 0^\circ=5\sqrt{2}\angle 45^\circ\ \mathrm{V}$$

当 $\omega=2$ rad/s 时，

$$Z_0(\mathrm{j}2)=0.8+\mathrm{j}0.4\ \Omega$$

$$\dot{U}_{\mathrm{OC}}(\mathrm{j}2)=\frac{\mathrm{j}2}{1+\mathrm{j}2}\dot{U}_s(\mathrm{j}2)=\frac{2\angle 90^\circ}{\sqrt{5}\angle 63.4^\circ}\times 10\angle 0^\circ=4\sqrt{5}\angle 26.6^\circ\ \mathrm{V}$$

根据最大功率传输定理，要求纯电抗匹配电路的输入阻抗

$$Z_{ab}(\mathrm{j}1) = 0.5 - \mathrm{j}0.5\ \Omega \qquad ②$$

$$Z_{ab}(\mathrm{j}2) = 0.8 - \mathrm{j}0.4\ \Omega \qquad ③$$

时，负载获得最大功率，其为

$$P_{L\max} = \frac{(5\sqrt{2})^2}{4\times 0.5} + \frac{(4\sqrt{5})^2}{4\times 0.8} = 45\ \mathrm{W}$$

式①与式②、③结合，有

$$\frac{\left(L-\frac{1}{C_2}\right)^2}{\left(1-LC_1+\frac{C_1}{C_2}\right)^2+\left(L-\frac{1}{C_2}\right)^2} = 0.5$$

$$\frac{\left(L-\frac{1}{C_2}\right)\left(1-LC_1+\frac{C_1}{C_2}\right)}{\left(1-LC_1+\frac{C_1}{C_2}\right)^2+\left(L-\frac{1}{C_2}\right)^2} = -0.5$$

$$\frac{\left(2L-\frac{1}{2C_2}\right)^2}{\left(1-4LC_1+\frac{C_1}{C_2}\right)^2+\left(2L-\frac{1}{2C_2}\right)^2} = 0.8$$

$$\frac{\left(2L-\frac{1}{2C_2}\right)\left(1-4LC_1+\frac{C_1}{C_2}\right)}{\left(1-4LC_1+\frac{C_1}{C_2}\right)^2+\left(2L-\frac{1}{2C_2}\right)^2} = -0.4$$

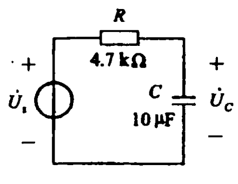
由以上四式可得到下面两个方程：

$$\frac{1}{C_2} - L = 1 - LC_1 + \frac{C_1}{C_2}$$

$$\frac{1}{2C_2} - 2L = 2\left(1 - 4LC_1 + \frac{C_1}{C_2}\right)$$

选 $L=2$ H，代入上两式可解得 $C_1=0.5$ F，$C_2=0.25$ F。

4 - 61　设题 4 - 61 图中的电容存在泄漏，且泄漏电阻等于 5 kΩ，电源频率为 10 Hz，$u_s=10$ V，试说明此泄漏电阻对输出电压 $\dot{U}_C$ 的影响。



题 4 - 61 图

解　电容的容抗为

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\times 10\times 10\times 10^{-6}} = 1591.5\ \Omega$$

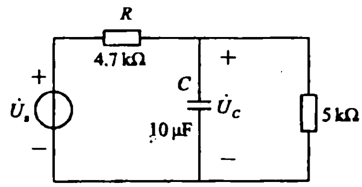
当电容无泄漏时，利用分压公式，得

$$\dot{U}_C = \frac{-\mathrm{j}X_C}{R-\mathrm{j}X_C}\dot{U}_s = \frac{-\mathrm{j}1591.5}{4700-\mathrm{j}1591.5}\times 10 = \frac{15\,915\angle -90^\circ}{\angle -18.7^\circ} = 3.21\angle -71.3^\circ\ \mathrm{V}$$

当电容存在泄漏时，其等效电路如题 4 - 61 解图所示。利用分压公式，得

$$\dot{U}_C=\frac{(-\mathrm{j}X_C)\ /\!/\ (5\times10^3)}{R+(-\mathrm{j}X_C)\ /\!/\ (5\times10^3)}\dot{U}_s=\frac{(-\mathrm{j}1591.5)\ /\!/\ (5\times10^3)}{4700+(-\mathrm{j}1591.5)\ /\!/\ (5\times10^3)}\times10$$

$$=\frac{460-\mathrm{j}1445.1}{5160-\mathrm{j}1445.1}\times10=2.83\angle-56.7^\circ\ \mathrm{V}$$



题 4 - 61 解图