姓名：零疑问　　学号：100

《信号与系统》第一次测试题(A)

一、多项选择题（每小题3分，共18分，多选少选都算错）

1、已知系统如下，不是线性系统的是（ A ）。

A、$y(t)=2f(t)+3$　　B、$y(t)=f(2t)$ ✓　　C、$y(t)=f(-t)$ ✓　　D、$y(t)=tf(t)$ ✓

增量线性

2.序列和 $\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(n-1)$ 等于(A)　　$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(n)$，把$\delta(n)$全部加起来，只有一个1

(A)1；　　(B)∞　　(C)$u(n-1)$　　(D)$nu(n-1)$

3.已知 $f(t)$，为求 $f(t_0-at)$ 应按下列哪种运算求得正确结果（式中 t_0, a 都为正值）？ 答：(D)

左正右负，左加右减

(A) $f(-at)$ 左移 t_0　　(B) $f(at)$ 右移 t_0

(C) $f(at)$ 左移 $\frac{t_0}{a}$　　(D) $f(-at)$ 右移 $\frac{t_0}{a}$　　$f[-a(t-\frac{t_0}{a})]$

4、离散信号 $x(n)=\cos\left(\frac{4}{7}n-\frac{\pi}{7}\right)$ 的周期为（ D ）。　　$\Omega_0=\frac{4}{7}$，不是π的有理数倍.

A、7　　B、14　　C、$\frac{7}{2}\pi$　　D、不存在

5、已知某系统的初始状态为零，当输入为 $x(t)$ 时，系统的响应为 $y(t)=tx(t)$，则下列说法正确的是（ABD）。

线性系统

A、输入为 $2x(t)$ 时，响应为 $2tx(t)$

B、输入为 $x(t-t_0)$ 时，响应为 $tx(t-t_0)$

C、输入为 $x(t-t_0)$ 时，响应为 $(t-t_0)x(t-t_0)$　　这是y(t)的直接移位结果

D、系统为线性时变系统

6、如果信号 f(t)为功率信号，则：B

A、f(t)的平均功率 $0<P<\infty$，总能量 $E=0$；

B、f(t)的平均功率 $0<P<\infty$，总能量E为无穷大；　　因为能量∞，才想出用功率进一步区分

C、f(t)的平均功率 $P=0$，总能量 $0<E<\infty$；

D、f(t)的平均功率 $P=0$，总能量E为无穷大；

二、填空题（每小题 4 分，共 28 分）

相乘特性：$\sum_{k=-\infty}^{n} 2^2\delta(k-2)=4\sum_{k=-\infty}^{n}\delta(k-2)$ （令 $k'=k-2$）

$=4\sum_{k'=-\infty}^{n-2}\delta(k')$

$=4u(n-2)$

第 1 题：序列和 $\sum_{k=-\infty}^{n} 2^k\delta(k-2)=$ （ $4u(n-2)$ ）

方法一：用 $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta^{(n)}(t-t_0)dt=(-1)^n f^{(n)}(t_0)$

$=(-1)^1(2t)\big|_{t=1}=-2$

第 2 题：$\int_{-4}^{4} t^2\delta'(t-1)dt=$（ -2 ）

方法二：$\int_{-4}^{4} t^2 d\delta(t-1)=t^2\delta(t-1)\Big|_{-4}^{4}-\int_{-4}^{4}2t\delta(t-1)dt=-2$

第 3 题：积分 $\int_{-\infty}^{\infty}(\sin\pi t)\delta(1-2t)dt$ 等于（ $\frac{1}{2}$ ）。

$\int_{-\infty}^{\infty}(\sin\pi t)\delta(2t-1)dt=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{|2|}\delta(t-\frac{1}{2})(\sin\pi t)dt=\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2}=\frac{1}{2}$

第 4 题：已知一周期信号为 $x(n)=\cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{n\pi}{8}\right)-\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$，其周期为（ 16 ）

$T_1=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{4}}=8$，$T_2=\frac{2\pi}{\pi/8}=16$，$T_3=\frac{2\pi}{\pi/2}=4$，最小公倍数 $T=16$

第 5 题：$\int_{0}^{2\pi} t\sin\left(\frac{t}{3}\right)\delta(\pi-t)dt=$（ $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$ ）

$\int_0^{2\pi} t\sin(\frac{t}{3})\delta(t-\pi)dt=\pi\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\pi$

第 6 题：$\left[e^{-3t}u(t)\right]*3$ 等于（ 1 ）

$3\int_{-\infty}^{\infty}e^{-3\tau}u(\tau)d\tau=3\int_0^{\infty}e^{-3\tau}d\tau=-e^{-3\tau}\Big|_0^{\infty}=1$

第 7 题：已知 $x(t)=(2t^2+4)u(t)$，则 $x''(t)=$ $\underline{4u(t)}$。$+4\delta'(t)$

$x'(t)=4tu(t)+(2t^2+4)\delta(t)=4tu(t)+4\delta(t)$ ∴ $x''(t)=4u(t)+4t\delta(t)+4\delta(t)$

$=4u(t)+4\delta(t)$

三、简答题（共 18 分）

第 1 题：（4 分）对于某一连续系统 $y(t)=(t+1)f(t)$，$f(t)$ 为其输入，$y(t)$ 为输出，试问该系统是否为：①线性系统；②时不变系统；③因果系统；④稳定系统？并说明原因。

①线性 ②时变 ③因果 ④不稳定（如 $f(t)=1$）.

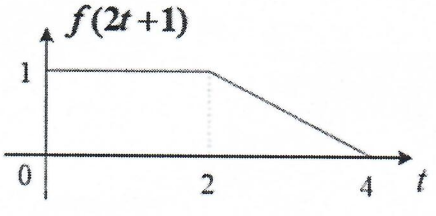
第 2 题：（6 分）已知信号 $f(2t+1)$ 的波形如下图所示，试画出信号 $f(3-2t)$ 的波形。

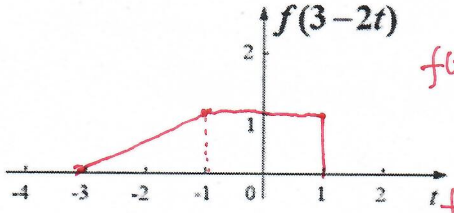
方法一：特显点法

$f(1)=1$，$3-2t=1$，$t=1$

$f(5)=1$，$3-2t=5$，$t=-1$

$f(9)=0$，$3-2t=9$，$t=-3$





方法三：表办法，先求 $f(t)$

$f(t)\xrightarrow{\text{左移1}}f(t+1)\xrightarrow{\text{压缩}\frac{1}{2}}f(2t+1)$

$f(2t+1)\xrightarrow{\text{扩展2倍}}f(t+1)\xrightarrow{\text{右移1}}f(t)$

$f(t)\xrightarrow{\text{左移3}}f(t+3)\xrightarrow{\text{压缩为}\frac{1}{2}}f(2t+3)\xrightarrow{\text{翻转}}f(-2t+3)$

方法二：变量替换 $2t'+1=3-2t$，$t=1-t'$，左移1，再翻转

第 3 题：（8 分）系统的输入分别为 $f(t)$ 或 $x(n)$，输出为 $y(t)$ 或 $y(n)$，M 为常数，判断下列两系统的线性、时不变和因果属性，并给出原因。

1) $y(t)=\cos t\cdot f(t)$

1). 线性、时变、因果。（按定义），步骤略。

简答题过程可简写

2) $y(n)=\sum_{k=-M}^{M}x(n-3k)$

2) 线性、时变。

M=0为因果系统

M≠0为非因果系统

① 线性判断

A. $y_{zi}(n)=0$，$y_{zs}(n)=\sum_{k=-M}^{M}x(n-3k)$，$y(n)=y_{zi}(n)+y_{zs}(n)$，满足分解性

B、$ax(n)\to\sum_{k=-M}^{M}ax(n-3k)=ay_{zs}(n)$，$x_1(n)+x_2(n)\to\sum_{k=-M}^{M}[x_1(n-3k)+x_2(n-3k)]=y_{zs}(n)$

∴满足齐次性和可加性（$y_{zs}(n)$）

C、$y_{zi}(n)=0$ 本身为线性。故该系统为线性系统。

② 时不变性判断（只有平移，没有展缩和翻转，故为时不变系统）

A. $y(n-n_0)=\sum_{k=-M}^{M}x(n-n_0-3k)$

B. $x(n-n_0)\to y_1(n)=\sum_{k=-M}^{M}x(n-3k-n_0)=y(n-n_0)$ ∴为时不变系统

四、计算题（共 36 分）

③ M=0时，$y(n)=x(n)$，为因果系统；当M>0时，为非因果系统。该系统实际为抽取滤

第 1 题：（8 分）一线性连续时间系统在相同的初始条件下，当输入为 $f(t)$ 时，全响应为 $y(t)=5e^{-t}+\cos 2t$，当输入为 $2f(t)$ 时，全响应 $y(t)=e^{-t}+2\cos 2t$。求在 2 倍初始条件下，输入为 $3f(t)$ 时的全响应。

$y(t)=6e^{-t}+3\cos 2t$

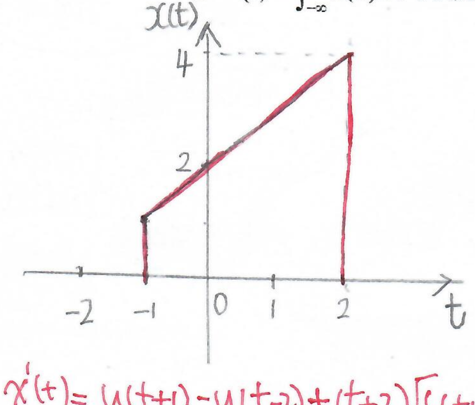
第**2**题：(8分)系统的微分方程为 $y''(t)+3y'(t)+2y(t)=f'(t)+3f(t)$，已知 $f(t)=u(t)$，初始状态为 $y(0^-)=1$，$y'(0^-)=2$，求系统的零输入响应。

$y_{zi}(t)=[4e^{-t}-3e^{-2t}],\ t\geq 0$

第 3 题：（10 分）计算卷积积分 $f_1(t)*f_2(t)$，其中 $f_1(t)=e^{-3at}u(t)$，$f_2(t)=\sin t\,u(t-\pi)$。

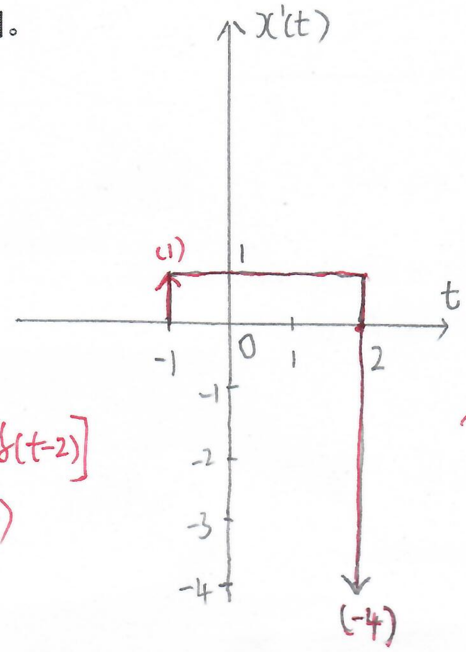
$$y(t)=\frac{3a\sin t-\cos t-e^{-3a(t-\pi)}}{9a^2+1}u(t-\pi)$$

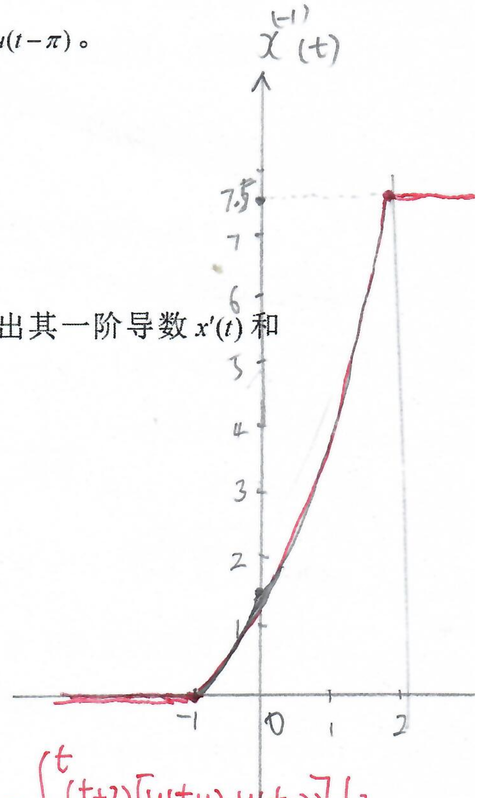
第 4 题：（10 分）请画出 $x(t)=(t+2)[u(t+1)-u(t-2)]$ 的波形图，并画出其一阶导数 $x'(t)$ 和 $x^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$ 的波形图。



$x'(t)=u(t+1)-u(t-2)+(t+2)[\delta(t+1)-\delta(t-2)]$

$=u(t+1)-u(t-2)+\delta(t+1)-4\delta(t-2)$





$x^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t}(t+2)[u(t+1)-u(t-2)]d\tau$

$=\begin{cases}0, & 当t\leq -1\\ \frac{t^2}{2}+2t+\frac{3}{2}, & 当 -1<t\leq 2\\ 7.5, & 当t>2\end{cases}$

$=y_{zs1}(n)+y_{zs2}(n)$

四1:

解:

已知

$y(0), f(t) \longrightarrow 5e^{-t}+\cos 2t$ ······ ①

$y(0), 2f(t) \longrightarrow e^{-t}+2\cos 2t$ ······ ②

②-①得

$y(0)=0, f(t) \longrightarrow -4e^{-t}+\cos 2t$ ······ ③，即 $y_{zs}(t)=-4e^{-t}+\cos 2t$

①-③得

$y(0), f(t)=0 \longrightarrow 9e^{-t}$ ······ ④，即 $y_{zi}(t)=9e^{-t}$

2×④+3×③得

$2y(0), 3f(t) \longrightarrow 6e^{-t}+3\cos 2t$

即全响应：$y(t)=6e^{-t}+3\cos 2t$

由取滑动平均。

四2:

解:

算子方程：$(p^2+3p+2)y(t)=(p+3)f(t)$

特征方程：$\lambda^2+3\lambda+2=0$

特征根：$\lambda_1=-1, \lambda_2=-2$

零输入响应：$y_{zi}(t)=A_1e^{-t}+A_2e^{-2t}, \quad t\geq 0$

代入初始条件

$$\begin{cases} A_1+A_2=1 \\ -A_1-2A_2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A_1=4 \\ A_2=-3 \end{cases}$$

所以零输入响应为 $y_{zi}(t)=[4e^{-t}-3e^{-2t}]u(t)$.

此题解法不唯一

四3:

解：$y(t)=f_1(t)*f_2(t)=-[e^{-3at}u(t)]*[\sin(t-\tau)u(t-\tau)]$

令 $y_1(t)=-[e^{-3at}u(t)]*[\sin t\, u(t)]$，根据卷积的时移特性，显然有 $y(t)=y_1(t-\tau)$

$y_1(t)=-\int_{-\infty}^{\infty}\sin\tau\, u(\tau)e^{-3a(t-\tau)}u(t-\tau)=-e^{-3at}\left[\int_0^t \sin\tau e^{3a\tau}d\tau\right]u(t) \triangleq -e^{-3at}y_2(t)u(t)$

根据数学积分公式：$\int e^{At}\sin Bt\,dt=\frac{e^{At}(A\sin Bt-B\cos Bt)}{A^2+B^2}$ （该公式也可以自己推一下，两次分部积分）

$\because y_2(t)=\int_0^t \sin\tau e^{3a\tau}d\tau=e^{3at}\frac{3a\sin t-\cos t}{9a^2+1}\Big|_0^t=\frac{e^{3at}(3a\sin t-\cos t)+1}{9a^2+1}$

$\therefore y_1(t)=\frac{-e^{-3at}+\cos t-3a\sin t}{9a^2+1}u(t)$

$y_2(t)=\frac{-e^{-3a(t-\tau)}+\cos(t-\tau)-3a\sin(t-\tau)}{9a^2+1}u(t-\tau)=\frac{-e^{-3a(t-\tau)}-\cos t+3a\sin t}{9a^2+1}u(t-\tau)$

四4:见左边

t