

w8PRML 演習問題 1.3.5

@sa_i

平成 24 年 10 月 2 日

(1.106) と (1.107) を使って、1 変数ガウス分布 (1.109) のエントロピーが (1.111) で与えられることを示せ。

以下をつかう。

$$\begin{aligned}\int p(x)dx &= 1 \\ \int xp(x)dx &= \mu \\ \int (x - \mu)^2 p(x)dx &= \sigma^2 \\ p(x) &= \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2} \exp\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\}}\end{aligned}$$

\ln のかかっている $p(x)$ に代入し変形する。

$$\begin{aligned}H[x] &= - \int p(x) \ln p(x) dx \\ &= - \int p(x) \left(-\frac{1}{2} \ln(2\pi\sigma^2) - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} \left(\ln(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{\sigma^2} \int p(x)(x-\mu)^2 dx \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\ln(2\pi\sigma^2) + 1 \right)\end{aligned}$$