

Question 3.10

予測分布は目標変数の条件付き分布 (3.8) を事後分布 (3.49) について、 \mathbf{w} で積分することにより得られるので、

$$\begin{aligned} p(t|\mathbf{t}, \alpha, \beta) &= \int p(t|\mathbf{w}, \beta)p(\mathbf{w}|\mathbf{t}, \alpha, \beta) \\ &= \int \mathcal{N}(t|y(\mathbf{x}, \mathbf{w}), \beta^{-1})\mathcal{N}(\mathbf{w}|\mathbf{m}_N, \mathbf{S}_N)d\mathbf{w} \end{aligned}$$

と表される。ここで式 (2.115) のガウス分布の周辺分布の公式を用いることで、次式を導くことができる

$$p(t|\mathbf{t}, \alpha, \beta) = \mathcal{N}(t|\mathbf{m}_N^T\phi(\mathbf{x}), \beta^{-1} + \phi(\mathbf{x})^T\mathbf{S}_N\phi(\mathbf{x}))$$