

ANTHONY PRIEUR

UNIVERSITE PARIS VIII

**SIMULATION DE LA FORMATION DES
STRUCTURES DE L'UNIVERS**



Directeur de Recherche : M^r Pierre Audibert

Résumé

Nous avons développé dans ce projet une application capable de simuler l'évolution d'un très grand nombre de particules soumises aux lois de la physique. Ces simulations vont de la modélisation du mouvement de quelques particules en interaction, jusqu'à celles de la formation de galaxies regroupant des milliers d'étoiles. Ces comportements sont très complexes et nécessitent l'élaboration d'algorithmes sophistiqués. Ces derniers seront étudiés et répertoriés. Nous allons de plus voir comment l'informatique et la physique peuvent être logiquement reliées, et comment, sous certaines conditions, les résultats obtenus numériquement peuvent devenir un outil très important pour les théoriciens.

SOMMAIRE

1 – Préambule	4
2 – Historique	4
3 – Modèles Scientifiques	5
. Naissance du Big-Bang	
. Forces en présence	
. Gravitation, densité et distribution de matière dans l'univers	
. Le rayonnement fossile	
. La formation des Galaxies	
. Approche des équations du modèle	
4 – De la Théorie à la Simulation Informatique	11
. Modèles Informatiques	
. Algorithmes Informatiques	
5 – Algorithme Tree-Code	15
. Algorithme	
. Figures	
6 – Systèmes Chaotiques	19
. Théorie du Chaos	
. Problème des Trois Corps et Systèmes Chaotiques	
7 – Simulations	25
. Visualisation	
. Simulations	
. Evolution d'une Galaxie Spirale	
8 – Conclusion	34

1 – Préambule

Dans la Cosmologie moderne la simulation numérique est un outil indispensable pour l'étude de la formation des structures de l'univers. Comment se forment les galaxies ? Quelle est leur répartition dans l'espace, leur nombre, leurs masses ? Pourquoi se regroupent-elles en amas ou en filaments ?

Les processus physiques à l'œuvre dans l'organisation de la matière cosmique sont terriblement complexes et nécessitent l'utilisation de simulations numériques colossales.

La puissance de calcul grandissante des ordinateurs, couplée à l'implémentation d'algorithmes élaborés autorise des simulations très avancées qui permettent une réelle mise à l'épreuve des modèles physiques testés par comparaison avec les résultats obtenus par les observations astronomiques.

2 – Historique

Pendant deux mille ans, selon la pensée Aristotélicienne – séparation du monde en un domaine *Infralunaire*, soumis au changement, et en un domaine *Supralunaire*, inaltérable –, on a admis l'idée d'un univers statique, invariant dans le temps, éternellement immuable.

La fin du XVI^{ème} siècle voit le début de la remise en question de la cosmologie statique.

Avec Copernic et Galilée, la Terre devient un astre comme les autres et les étoiles quittent leur antique 'sphère céleste' pour donner à l'espace des dimensions prodigieuses.

Kepler s'interroge : dans un univers statique les étoiles brillent depuis toujours et déversent éternellement leur flux d'énergie lumineuse dans l'espace, dès lors comment la nuit peut elle être noire ? La vision d'un univers statique et éternel s'effrite.

Puis, Galilée et Newton prouvent l'universalité des lois de la nature, la Terre et les étoiles sont soumises aux mêmes lois.

Au XIX^{ème} siècle, la Thermodynamique condamne les étoiles, leur éternité présumée va à l'encontre de la notion d'énergie et d'entropie.

Dans les années 1930 les physiciens découvrent la source de l'énergie stellaire, les étoiles sont d'immenses réacteurs thermonucléaires, elles obtiennent leur énergie en combinant des noyaux légers en noyaux plus lourds. En brillant les étoiles consomment de l'énergie ; quand les réserves des étoiles sont épuisées, elles meurent.

On est maintenant bien loin de l'idée d'un univers statique, paisible et immuable, l'univers est en évolution et les réactions y sont d'une extrême violence.

Il faudra l'avènement de la théorie de la relativité générale d'Einstein, pour pouvoir commencer l'élaboration de modèles décrivant le comportement de l'univers dans son ensemble.

A la fin du XX^{ème} siècle, l'arrivée de l'informatique et des ordinateurs doués d'une puissance de calcul gigantesque, permet l'affinement des constantes et scénarios des modèles cosmologiques de l'univers.

3 – Modèles Scientifiques

Naissance du Big-Bang

Le modèle cosmologique du Big-Bang se formule à partir de la théorie de la relativité générale, les prédictions de ce modèle sont en accord sur de nombreux points avec les observations astronomiques. C'est la théorie la plus vraisemblable de l'évolution de l'univers dans son ensemble, elle décrit un univers homogène, isotrope et en expansion.

Les observations d'Edwin Hubble – 1920-30 – suggèrent un comportement dynamique de l'univers, les galaxies s'éloignent toutes de nous, et d'une façon singulière : plus une galaxie est lointaine, plus elle s'éloigne rapidement, tout se passe comme si l'univers dans son ensemble subissait un vaste mouvement d'expansion.

La formulation du modèle du Big-Bang commença dans les années 1940 sous l'impulsion des théoriciens de l'époque, Alexander Friedman, Georges Lemaître et George Gamow.

Pour rendre compte de l'abondance relative des différents éléments aux premiers temps de l'univers, ils supposèrent que par le passé il avait atteint une densité et une chaleur immense, puis s'est dilaté et refroidi jusqu'à nos jours.

En 1948, Gamow, prédit qu'une conséquence directe de ce modèle devait être la présence d'une trace d'un rayonnement millimétrique, correspondant à une température de quelques Kelvins, témoin de l'extraordinaire 'luminosité' énergétique qui devait régner par le passé.

La détection effective de ce rayonnement, dit fossile, en 1965 par deux astronomes, Penzias et Wilson, place le Big-Bang comme la théorie la plus crédible capable de décrire l'évolution du cosmos.

De nombreux problèmes portant sur les conditions initiales ont amené à faire évoluer le modèle standard en lui ajoutant des épisodes inflationnaires – image même du Big-Bang –, c'est à nos jours la meilleure solution retenue, même si certains problèmes résistent.

Forces en présence

Les forces de la nature qui gouvernent notre monde et l'évolution cosmique sont au nombre de quatre : *la force de gravité, la force électromagnétique, la force nucléaire forte, la force nucléaire faible.*

Ces forces sont responsables de l'immense variété des structures qui existent dans l'univers, elles sont à l'œuvre comme agents de cohésion du monde.

La force de gravité gouverne le cosmos à grande échelle, elle est le lien entre les galaxies et les étoiles, la force électromagnétique soude les atomes et les molécules, la force nucléaire forte agence les quarks en nucléons et les nucléons en noyaux, la force nucléaire faible n'est responsable d'aucune structure, elle joue un rôle très important dans la désintégration des neutrons en protons par son action au niveau des quarks dont elle change certaines propriétés, et elle change les électrons en neutrinos et inversement.

Au niveau de la structure fondamentale de la matière, le modèle standard nécessite douze particules de matière et quatre particules porteuses de force.

Les particules porteuses de force ou particules de rayonnement sont appelées : *bosons* et les particules de matière sont appelées : *fermions*, composées des *quarks* et des *leptons*.

– A toutes ces particules, on peut ajouter leurs anti-particules correspondantes, de même caractéristiques mais de *charge* opposée –

FORCES

FORCE	PORTEE	INTENSITE	ACTION	PARTICULE
<i>Gravité</i>	Infinie	10^{-40}	Tout	Graviton (?)
<i>Electromagnétique</i>	Infinie	1/137	Electrons - Quarks	Photon
<i>Nucléaire Forte</i>	10^{-13} cm	1	Quarks	Gluon
<i>Nucléaire Faible</i>	10^{-16} cm	10^{-5}	Electrons Neutrinos Quarks	Boson W

PARTICULES

FERMIONS <i>Matière</i>			
Leptons		Quarks	
<i>Electron : e</i>	<i>Electron-Neutrino : νe</i>	<i>Up : u</i>	<i>Down : d</i>
<i>Muon : μ</i>	<i>Muon - Neutrino : $\nu \mu$</i>	<i>Charm : c</i>	<i>Strange : s</i>
<i>Tau : τ</i>	<i>Tau - Neutrino : $\nu \tau$</i>	<i>Top : t</i>	<i>Bottom : b</i>

BOSONS <i>Rayonnement</i>			
Gravitation	Electromagnétisme	Nucléaire Forte	Nucléaire Faible
<i>Graviton (?)</i>	<i>Photon</i>	<i>8 Gluons</i>	<i>W^-, W^+ et Z^0</i>

Gravitation, densité et distribution de matière dans l'univers

La gravitation est au cœur de la cosmologie scientifique basée sur la théorie de la relativité générale. Selon le modèle du Big-Bang, la gravitation détermine la structure de l'univers dans sa globalité, elle fixe l'évolution dynamique de l'ensemble, puis au sein de cette évolution globale, elle sculpte les structures cosmiques qui naissent par effondrements hiérarchiques de petites fluctuations primordiales – les grandes structures : filaments, murs..., les plus petites : amas, galaxies... –.

Les relevés des vitesses radiales de galaxies nous environnant ont révélé que l'univers à grande échelle présente un entrelacs de feuilletts et de filaments, les amas de galaxies se trouvant à l'intersection des structures. Les espaces vides – ou bulles – occupent une place prépondérante.

Les galaxies ne représentent toutefois qu'une faible fraction de la densité cosmique, une composante de *matière noire* constitue près de 90% de la masse de l'ensemble du cosmos.

La découverte de cette matière invisible à nos télescopes, provient de l'observation d'une part des vitesses orbitales des étoiles au sein des galaxies et d'autre part de l'observation des vitesses des galaxies individuelles dans les amas, ces vitesses sont largement supérieures aux vitesses théoriques calculées. Ces observations suggèrent l'existence d'une composante de *matière noire* dont le champ gravitationnel expliquerait cette situation.

L'observation des grandes structures de l'univers nous apporte des informations précieuses sur la nature et la quantité de matière noire. Elle nous renseigne également sur l'origine des perturbations initiales de densité de cette matière, dont l'évolution sous l'effet de la gravité à mené au monde actuel.

L'évolution de l'univers est intimement lié à sa densité de matière. Dans un monde de faible densité, les galaxies s'éloigneraient sans arrêt et l'univers se raréfierait indéfiniment. Plus la densité est grande, plus la puissance d'attraction mutuelle des galaxies est élevée, ce qui ralentit leur mouvement, au delà d'une certaine valeur de densité dite *densité critique*, leur mouvement viendrait à s'inverser et l'espace à se recontracter.

Pour éclairer ces spéculations, il faut entreprendre des investigations lointaines, à des époques reculées où les structures – et les amas de galaxies – étaient jeunes et moins évoluées, voire encore en formation. En comparant les observations aux simulations numériques, il sera alors possible de contraindre les scénarios et les constantes de la cosmologie.

– Un éclairage supplémentaire nous est apporté grâce à la physique quantique, par l'introduction des *champs quantiques*. La matière prend l'aspect, d'une part de particules et d'autre part elle se comporte comme une onde. Les champs, nécessaires pour décrire ces phénomènes, sont associés à leur particule respective et possèdent une énergie – il y a perpétuellement création et annihilation de paires particule-anti-particule, le vide n'est pas vide –, cette énergie engendre à son tour des forces de gravité (répulsives). Ces champs ou *énergies du vide* influencent à ce titre l'évolution du cosmos.–

Le rayonnement fossile

La théorie et les observations nous disent que l'univers primitif était beaucoup plus dense et chaud. L'élévation de la température a pour conséquence directe l'augmentation du mouvement des atomes, ce qui induit leur rayonnement.

Au milieu du XX^{ème} siècle, George Gamow était arrivé à ces conclusions : plus dense et plus chaud, l'univers devait être beaucoup plus lumineux, il doit donc rester une trace de ce temps où l'énergie lumineuse dominait toutes les autres formes d'énergies.

D'où la question légitime, où sont passés les photons qui composaient ce rayonnement ?

La physique moderne peut répondre : l'expansion de l'espace a allongé la longueur d'onde des photons primordiaux, devenus invisibles à nos yeux, il faut attendre des appareils de mesures très sensibles pour les détecter.

Ce qui arriva en 1965, deux radioastronomes Penzias et Wilson, observèrent un rayonnement d'une température voisine de 3K venant uniformément de toutes les directions de l'espace.

L'univers contemporain est composé à 90% d'atomes d'hydrogène. Au dessus de 3000K l'agitation thermique ionise ces atomes et la matière prend alors la forme d'un plasma électrique composé de protons et d'électrons libres.

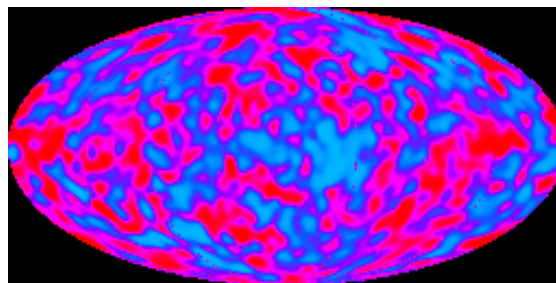
Cette substance est opaque à la lumière, elle interagit avec le rayonnement électromagnétique, les photons sont constamment absorbés puis réémis, conférant à l'univers une structure de corps noir, quand la température descend au dessous de 3000K les électrons se fixent aux protons et l'univers devient alors un gaz d'hydrogène transparent à la lumière, le rayonnement fossile est alors émis.

Le rayonnement fossile apparaît extrêmement isotherme à l'échelle du cosmos, ce qui pose un problème quant à l'origine des galaxies.

L'univers actuel est hautement granulaire, les différences de densité à grande échelle sont immenses, des germes de galaxies devraient avoir leurs prémices dans le rayonnement fossile.

En 1992, le programme COBE – Cosmic Background Explorer – découvre la granularité du rayonnement fossile, des variations de température de l'ordre de $1/10^5$ y sont détectées, les germes des grandes structures du cosmos sont présentes.

Les données seront par la suite confirmées et affinées par les ballons sonde Boomerang et Maxima, les résultats obtenus sont en accord avec la théorie.



Anisotropie du rayonnement fossile - COBE 1992

L'origine des Galaxies

La matière primordiale du cosmos était extrêmement homogène, le rayonnement fossile en est l'antique témoin. Néanmoins, comme nous l'avons vu précédemment, de toutes petites fluctuations de densité existent, tels de minuscules germes de galaxies.

Les régions surdenses attirent vers elles la matière environnante, et ainsi de suite, l'effet boule de neige accentue les contrastes ; les grandes structures de l'univers ont trouvé leur origine.

Au cours de la formation d'une galaxie, le gaz primordial se concentre sous l'action de sa propre gravité et tombe en chute libre dans son puits de potentiel primordial.

Au cours de l'effondrement d'une région surdense, une onde de choc apparaît, entrent en jeu des processus hydrodynamiques qui chauffent violemment le gaz – l'énergie cinétique se transforme en énergie thermique – jusqu'à des températures de plusieurs millions de degrés.

Une fois que l'objet s'est effondré sur lui-même, le gaz chaud est à l'équilibre hydrostatique, mais ce dernier rayonne de l'énergie, ce qui le refroidit. Ce processus de refroidissement, hautement instable, provoque dans le gaz, l'apparition de grumeaux et de filaments denses et froids au sein desquels naissent les étoiles et les galaxies que nous observons aujourd'hui.

Malgré ces considérations logiques, ici réside un point faible de la théorie. Il faut beaucoup de temps pour que ces petites fluctuations de densité se transforment en galaxies ou en amas de galaxies, trop de temps relativement au phénomène gravitationnel que nous venons de décrire. La physique théorique montre que pendant que la température chute d'un facteur dix, le contraste augmente d'un facteur dix.

Au niveau de la matière ordinaire – nucléonique –, rien ne se passe avant l'émission du rayonnement fossile, le rayonnement trop intense empêche toute accumulation de matière.

Entre le moment de cette émission et aujourd'hui, la température tombe d'un facteur mille – $3000\text{K} \rightarrow 3\text{K}$ –, les surdensités se sont donc accrues d'un facteur mille, or l'anisotropie du rayonnement fossile ne dépasse pas le cent-millième, donc aujourd'hui ces surdensités ne devraient pas dépasser le centième, ce qui est en désaccord avec les observations astronomiques.

Encore une fois la *matière noire* corrigerait la situation. Rappelons que cette matière interagit très peu avec le rayonnement électromagnétique, elle peut donc commencer sa propre condensation bien avant l'émission du rayonnement fossile et en cela accélérer la germination des futures galaxies, les embryons de ces dernières tombant dans les puits de potentiels créés.

Cette *matière noire* tellement indispensable à la théorie – et dont la découverte effective se fait encore attendre –, semble devenir une composante incontournable de la simulation numérique.

Approche des équations du modèle du Big-Bang

La théorie du Big-Bang est un modèle d'univers dérivant des équations tensorielles d'Einstein.

Dans ce formalisme les interprétations physiques sont très difficiles, c'est pour cela que l'étude d'un modèle Newtonien, plus simple, permet de se familiariser avec le contenu physique des équations du Big-Bang.

Considérons tout d'abord un fluide de densité homogène ρ soumis à sa propre gravité.

Soit maintenant une portion de ce fluide inscrit dans une sphère imaginaire de rayon r et de masse $M = \rho \frac{4}{3} \pi r^3$. La force exercée par cette masse sur un élément de matière à la surface du fluide est donnée par l'équation de Newton :

$$d^2r/dt^2 = - GM/r^2$$

Intégrons cette équation :

$$\int d^2r/dt^2 \cdot dr/dt = - GM \int 1/r^2 \cdot dr/dt$$

$$\frac{1}{2} (dr/dt)^2 = GM/r + K/2 \quad (K = \text{constante d'intégration})$$

$$(dr/dt)^2 / r^2 = 8\pi G\rho/3 + K/r^2$$

Interprétons ce résultat :

La vitesse dr/dt n'est pas nulle car la solution $K/r^2 = - 8\pi G\rho/3$ est instable, alors la sphère n'est pas statique elle peut être, soit en Expansion : $dr/dt > 0$, soit en Contraction : $dr/dt < 0$.

On retrouve ici les comportements caractéristiques du modèle du Big-Bang, un espace en expansion ou en contraction, en excluant le cas statique.

4 – De la Théorie à la Simulation Informatique

Modèles Informatiques

L'univers considéré comme ensemble *matière noire* plus étoiles, peut être assimilé à un fluide auto-gravitant sans collision⁽¹⁾, dont l'évolution est décrite par l'équation de Boltzmann :

$$\partial f / \partial t + v \cdot \partial f / \partial r - \nabla \Phi \cdot \partial f / \partial v = 0$$

Le potentiel Φ est donné par l'équation de Poisson :

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \int f d^3v$$

Le terme $f d^3v$ représente la masse totale des corps dans le volume d^3v , tandis que r et v sont respectivement, les positions et vitesses. f est la fonction de distribution de matière et est définie telle que f est le nombre de particules positionnées – au temps t – entre r et $r+dr$ et ayant des vitesses comprises entre v et $v+dv$.

L'équation de Boltzmann décrit entièrement l'évolution de la fonction de distribution et est utilisée comme équation fondamentale de la dynamique galactique.

Il est en pratique très difficile de résoudre ce couple d'équations. De manière standard le fluide peut être représenté par un ensemble de N corps dont il faut intégrer les trajectoires en fonction des forces considérées. Pour le calcul des forces et du potentiel, il est nécessaire de transformer le champ standard – de forme $1/r^2$ – en un champ 'adouci' – de forme $1/(r^2 + \varepsilon^2)$ où ε est le "paramètre adoucissant" et a la dimension d'une longueur – cette transformation a pour but d'atténuer les effets de croissance exponentielle des quantités lors des interactions à courte distance.

Ce système – de N corps – évolue selon les équations de Newton :

$$\begin{aligned} dr_i / dt &= v_i \\ dv_i / dt &= -\nabla \Phi(r_i) \end{aligned}$$

La solution discrète du calcul du potentiel que nous utilisons est la suivante :

$$\Phi(r_i) = -\sum_{j \neq i} G \cdot [M_j / (|r_j - r_i|^2 + \varepsilon^2)^{1/2}]$$

L'intégration des trajectoires par rapport au temps se fait selon un schéma 'leap frog', Δt est constant et fixé au début de la simulation, considérons r_n et v_n être la position et la vitesse d'un corps au temps n , alors l'avancement des attributs des corps se fait selon les équations suivantes :

$$v_{n+1/2} = v_n + \frac{1}{2} \Delta t a_n$$

$$r_{n+1} = r_n + \Delta t v_{n+1/2}$$

$$v_{n+1} = v_{n+1/2} + \frac{1}{2} \Delta t a_{n+1}$$

Où $a = a(r)$ est l'accélération obtenue à partir des positions au temps n ou $n+1$ correspondant.

⁽¹⁾ Le modèle *matière noire* plus étoiles se révèle insuffisant pour l'étude des systèmes où les collisions jouent un rôle important, il devient alors nécessaire d'ajouter une composante de gaz en collision (modèle SPH : Smoothed Particle Hydrodynamics).

Algorithmes Informatiques

Les méthodes de résolution utilisées comprennent trois grandes familles de base :

1 - Particle-Particle (PP)

La plus intuitive et la plus simple : la totalité des interactions entre les corps est considérée, l'équation du mouvement est ensuite directement intégrée.

L'avantage principal est la précision de cette simulation, mais la complexité de cet algorithme est celle de $O(N^2)$ ⁽²⁾.

(Il existe un hardware spécial – GRAPE pour "GRAvity PipE" – qui a été conçu pour utiliser de façon optimale cette méthode).

2 - Tree-Code (TC)

L'espace considéré est subdivisé de manière récursive en régions de plus en plus petites, qui contiennent de moins en moins de corps.

L'arbre n-aire (fonction du nombre de dimensions où l'on évolue) ainsi créé représente une hiérarchie naturelle de l'organisation des corps en cet espace.

L'idée sous jacente provient de l'approximation suivante : si un groupe de corps est suffisamment éloigné d'un autre corps alors les actions combinées du groupe sur ce corps peuvent être assimilées à l'action d'un seul corps localisé au centre de gravité du groupe, et dont la masse est la masse du groupe (Newton 1687).

Les interactions créées par un groupe de corps suffisamment distant sont donc simplifiées, et la complexité est alors réduite à $O(N \log N)$ ⁽²⁾.

Parmi les autres avantages de cette méthode, on décompte : une résolution spatiale élevée, l'incorporation ou non de conditions limites, aucune géométrie préférentielle, la possibilité d'une parallélisation importante.

Le principal inconvénient est l'espace mémoire relativement important nécessaire pour le stockage des données intermédiaires.

Suivant ce principe l'algorithme FMM – Fast Multipole Method – est plus rapide que les modèles classiques où chaque feuille de l'arbre comprend un seul corps, alors que pour le FMM c'est un groupe de corps, la complexité tombe alors à $O(N)$.

3 - Particle-Mesh (PM)

La notion de fluide peut aussi être utilisée en terme de variation de densité, induisant des variations de potentiel . Les forces exercées sur le fluide sont calculées localement grâce à l'évaluation du potentiel sur une grille quadrillant l'espace considéré.

On attribue sur la grille les variations de densité du fluide, puis on en déduit en chaque zone le potentiel local en résolvant l'équation de Poisson, généralement par une transformée de Fourier.

Le principal avantage de cette technique est sa rapidité – $O(N + Ng \log Ng)$ ⁽²⁾ où Ng est le nombre de cases de la grille – ainsi que le grand nombre de corps simulé.

Algorithmes Hybrides

L'algorithme PM utilisé sans optimisation révèle certains points faibles non négligeables: une résolution spatiale limitée, l'impossibilité de traitement précis des systèmes corrélés – systèmes à interactions rapprochées – et des distributions hautement non homogènes.

C'est pour ces raisons que se sont développés des algorithmes 'hybrides', combinant plusieurs des algorithmes de base.

L'idée est d'utiliser une méthode plus précise pour les régions de forte densité – une sous-grille plus raffinée, l'algorithme PP ou l'algorithme Tree-code –, et l'algorithme PM pour les régions de plus faible densité, les algorithmes PM2 (Particle Multiple-Mesh), P³M (PP-PM) et TPM (Tree-PM) sont alors obtenus.

Nous avons choisi pour nos simulations de privilégier l'utilisation de l'algorithme Tree-Code. Nous avons de plus implémenté l'algorithme PP dans le but de pouvoir quantifier le temps gagné sur l'algorithme de base grâce à l'utilisation de l'algorithme récursif.

⁽²⁾ Toutes les estimations de la complexité des algorithmes citées restent intrinsèquement dépendantes de la nature de la distribution originelle étudiée (isotrope ou non).

5 – Algorithme Tree-Code

Algorithme

L'algorithme Tree-Code se révèle être l'une des meilleures solutions pour l'étude du mouvement d'un grand nombre de particules ; en effet les avantages de cette méthode vont nous être très utiles : rapidité, importante résolution spatiale, aucune géométrie préférentielle. L'approche choisie est une approche de type *N-Corps*, notre système sera assimilé à un ensemble auto-gravitant – sans collision – de N corps, dont il faut intégrer les trajectoires.

L'algorithme utilisé est issu de la considération suivante : si un groupe de corps est suffisamment éloigné d'un autre corps alors les actions combinées du groupe sur ce corps peuvent être assimilées à l'action d'un seul corps localisé au centre de gravité du groupe, et dont la masse est, la masse du groupe ; de plus on constate que les corps relativement proches, sont soumis à des interactions similaires.

Pour construire cet arbre, on divise récursivement l'espace en régions de plus en plus petites – nous évoluons avec trois dimensions, les régions d'espace sont donc subdivisées en huit sous-régions –, contenant de moins en moins de corps, ceci jusqu'aux régions minimales qui en contiennent un seul. L'arbre obtenu – oct-tree – représente ainsi une hiérarchie naturelle de l'organisation des corps de cet espace.

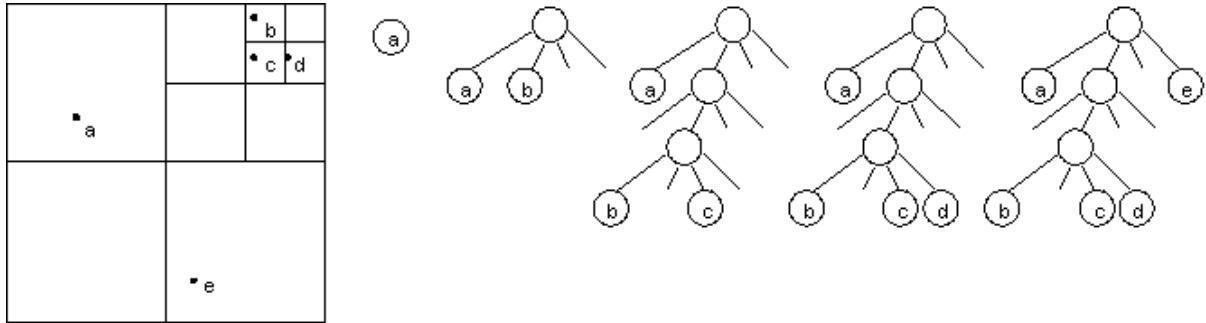
Notre arbre est constitué de cellules et de corps, à l'espace entier est associée la cellule racine, les cellules intermédiaires en sont les branches internes – à chaque niveau correspond un degré de raffinement de l'espace plus ou moins grand, plus on descend dans l'arbre, plus les régions considérées sont de petites tailles –, aux feuilles de l'arbre – au plus bas de notre hiérarchie – on trouve les corps eux-mêmes.

Construction de l'Oct-Tree

Pour construire l'arbre, on insère les corps les uns après les autres. Pour insérer un corps b dans un arbre de racine x , on utilise l'algorithme récursif suivant:

1. Si le nœud x ne contient pas de corps, y placer alors le corps b .
2. Si x est un nœud interne, mettre à jour son centre de masse et sa masse totale. Insérer récursivement le corps b dans l'octant approprié.
3. Si x est une feuille, contenant un corps c , il y a alors deux corps (b et c) dans la même région. Subdiviser la région en créant huit nœuds fils. Puis, insérer récursivement le corps b et le corps c dans l'octant approprié, cela jusqu'à ce que b et c soient dans deux octants distincts. Puis, mettre à jour le centre de masse et la masse totale de x .

A titre d'exemple on pourra considérer le schéma ci-dessous. Les corps sont stockés séquentiellement dans un tableau puis sont insérés les uns après les autres dans notre arbre, avec comme convention, pour cet exemple, que les branches de gauche à droite représentent les quadrants nord-ouest, nord-est, sud-ouest, sud-est.



Progression dans la construction de l'arbre (exemple en deux dimensions)

Structures de données

Les structures des cellules et des corps sont composées de différents champs :

CELLULE

La masse : masse totale de tous les corps inclus dans la cellule.
La position : position du centre de gravité de l'ensemble des corps inclus dans la cellule.
Un tableau de huit pointeurs : chacun pointant vers une des huit cellules filles.
Un pointeur vers la première des huit cellules filles.
Un pointeur vers la cellule ou le corps suivant : cellule ou corps non encore visité -si disponible- du même niveau, sinon première cellule ou corps non visité du niveau d'ordre inférieur, etc.

CORPS

La masse : masse du corps.
La position : position du corps.
La vitesse : vitesse du corps.
L'accélération : accélération du corps.
Le potentiel : potentiel du corps.
Un pointeur vers la cellule ou le corps suivant : cellule ou corps non encore visité -si disponible- du même niveau, sinon première cellule ou corps non visité du niveau d'ordre inférieur, etc.

Les données communes aux cellules et aux corps sont rassemblées dans une structure Nœud.

En pratique le pointeur vers la première des huit cellules filles sert à obtenir une information plus détaillée de la distribution locale de matière ; tandis que le pointeur vers la cellule ou le corps suivant est utilisé pour se déplacer vers la partie suivante de l'arbre.

L'arbre représente maintenant l'entière distribution de matière de l'espace, les nœuds contiennent la description de l'ensemble des corps situés dans la zone octale qu'ils représentent, pour chaque niveau que l'on descend, on obtient une description de plus en plus précise de cette distribution.

De cette représentation, on déduit un calcul rapide d'approximation des forces agissant sur les corps, ceci en considérant la contribution d'un groupe de corps suffisamment distant ⁽⁴⁾ comme celle d'un seul 'gros' corps regroupant les caractéristiques de l'ensemble du groupe. Pour chaque corps on explore partiellement l'arbre pour déterminer les forces agissant sur lui, on débute de la cellule racine selon l'algorithme ci-après.

Calcul des forces agissant sur un corps

Pour calculer l'ensemble des forces agissant sur un corps b , partant de la cellule racine de l'oct-tree, on utilise l'algorithme récursif suivant:

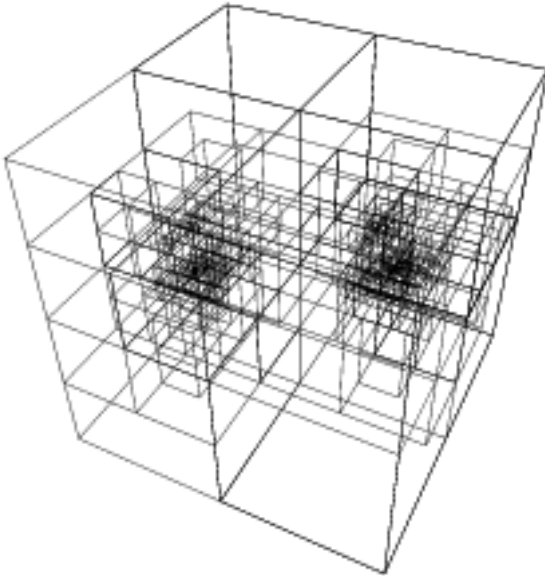
1. Si le nœud courant est une feuille (qui n'est pas le corps b), calculer la force exercée par ce nœud sur b et l'ajouter à l'ensemble des forces agissant sur b .
2. Si le nœud courant est un nœud interne, calculer s/d (s est la taille de la région représenté par ce nœud et d est la distance entre b et le centre de masse de ce nœud). Si $s/d < \theta$, considérer alors ce nœud comme un corps, et calculer la force qu'il exerce sur b , et l'ajouter à l'ensemble des forces agissant sur b .
3. Sinon, relancer récursivement cette procédure sur chacun des huit nœuds fils.

Pour un ensemble de N corps, cet algorithme à la complexité de $O(N \log N)$ et offre un gain de temps vraiment considérable par rapport à l'algorithme PP – qui prend en compte et calcule toutes les interactions et dont la complexité est $O(N^2)$ –, et permet de garder un contrôle sur le degré de précision souhaité lors du calcul ⁽⁴⁾.

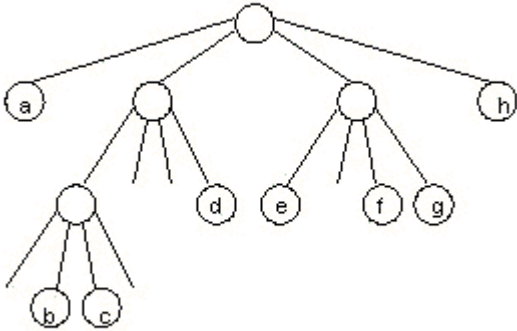
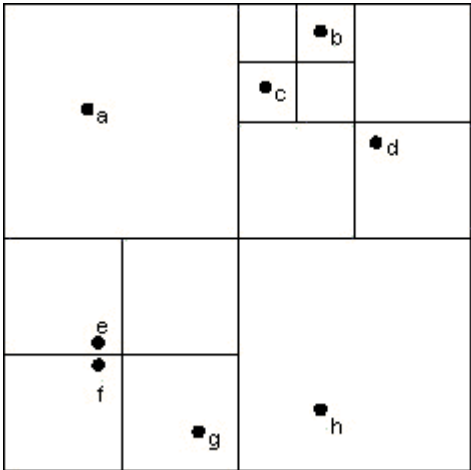
A titre d'exemple, une simulation effectuée sur un processeur AMD Athlon XP 2500+, et comprenant 3000 corps en mouvement, a nécessité, pour 100 cycles d'évolution : 216 secondes pour l'algorithme PP, contre 17 secondes pour l'algorithme Tree-Code.

⁽⁴⁾ Une cellule est considérée comme suffisamment éloignée si : la taille de cette cellule divisée par la distance entre son centre de gravité et le corps examiné est plus petite qu'un paramètre θ , paramètre qui gouverne la précision de calcul désirée.

Figures



Exemple du subdivision de l'espace correspondant à une distribution de deux groupes de particules



Exemple d'arbre généré pour la distribution de particules considérée (en deux dimensions)

6 – Systèmes Chaotiques

Théorie du Chaos

Un système chaotique peut être caractérisé par le comportement de l'écart entre deux de ses trajectoires. Celles-ci sont en général solutions d'un système d'équations différentielles déterministes décrivant l'évolution du système. Quand le système est chaotique – et déterministe (sans bruit) –, deux solutions correspondant à deux conditions initiales infiniment proches tendent à diverger exponentiellement l'une par rapport à l'autre (pouvant atteindre une distance limite qui est de l'ordre du diamètre de l'attracteur – au delà d'un certain horizon temporel, le repliement des trajectoires imposé par le caractère borné de l'espace des phases stoppe la divergence exponentielle –). Le mouvement n'est plus prévisible sur une longue période de temps. On parle de *sensibilité extrême aux conditions initiales*.

L'écart Δ suit une loi exponentielle:

$$\Delta = \varepsilon \cdot e^{(t/\tau)}$$

ε est la distance entre deux conditions initiales de l'espace des phases.

τ est appelé le temps de Lyapunov, tandis que τ^{-1} est l'exposant de Lyapunov.

Si l'exposant de Lyapunov est négatif, les deux trajectoires tendent à se rapprocher à vitesse exponentielle. Si l'exposant est nul, l'évolution de la distance est gouvernée par des termes plus lents, de type polynomial. Si l'exposant est positif, les deux trajectoires tendent à s'éloigner à vitesse exponentielle.

Le temps de Lyapunov permet de définir une véritable échelle de temps d'un système chaotique, échelle de temps par rapport à laquelle l'expression "deux mêmes systèmes" (deux systèmes correspondant à la même description initiale) garde un sens effectif. Après un temps d'évolution long par rapport au temps de Lyapunov, la connaissance que nous avons de l'état initial du système a perdu sa pertinence et ne nous permet plus de déterminer sa trajectoire. En ce sens, les systèmes chaotiques sont caractérisés par un horizon temporel, défini par le temps de Lyapunov.

Au delà de cet horizon temporel, nous ne pouvons plus décrire l'évolution du système en termes de comportement individuel, mais seulement en termes de comportement erratique commun à tous les systèmes caractérisés par un attracteur étrange ⁽³⁾.

Un grand nombre de systèmes chaotiques provient d'un autre type d'instabilité que l'on nomme instabilité de Poincaré. En se demandant s'il était possible de décrire la nature sans tenir compte des interactions, il reconnut que dans la plupart des systèmes dynamiques on ne pouvait pas les éliminer. Ceci est lié à l'existence de phénomènes de résonances, phénomènes qui relient, à un niveau probabiliste, les processus en couple. Les résonances de Poincaré introduisent une contribution non Newtonienne au milieu des interactions, le concept Newtonien de trajectoires ne devient dès lors plus qu'une approximation.

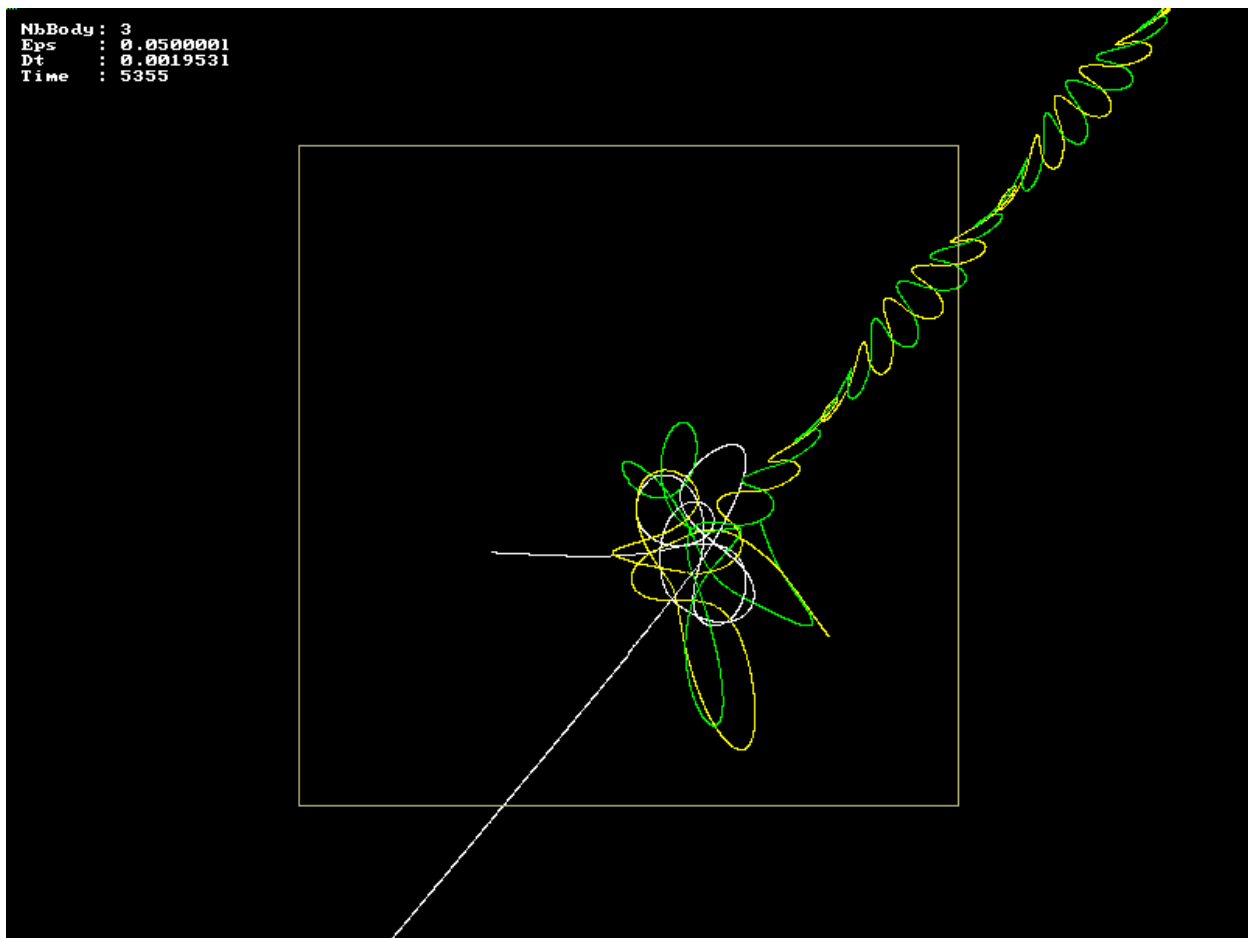
Lors de la modélisation d'un phénomène physique, la propriété de *sensibilité extrême aux conditions initiales* montre la difficulté à prédire le comportement de ce phénomène. En effet, toute mesure effectuée sur une grandeur physique contient un bruit de mesure – auquel viennent s'ajouter les approximations inhérentes au calcul informatique –, qui fait que la trajectoire du système modélisé et celle du système réel divergeront au bout d'un temps fini. Aussi précise que soit la modélisation, il est impossible de prédire le comportement du système réel à long terme. De plus, outre les imprécisions des appareils de mesures, la mécanique quantique nous apprend qu'il est *physiquement impossible* (impossibilité qui tient réellement en la Physique elle-même) de mesurer simultanément, avec la précision que nous voulons, la position et la vitesse d'une particule (par exemple). Le comportement chaotique apparaît inévitable.

⁽³⁾ Géométriquement, un tel attracteur peut être décrit comme le résultat d'une opération d'étirement et de repliement d'un cycle de l'espace des phases, répétée un nombre infini de fois (voir la transformation du boulanger). La "longueur" de l'attracteur est infinie, bien qu'il soit contenu dans un espace fini. Un attracteur étrange manifeste les propriétés suivantes :

- Il est contenu dans un espace fini. Son volume est nul. Sa dimension est fractale (non entière).
- Presque toute trajectoire sur l'attracteur a la propriété de ne jamais passer deux fois sur le même point : chaque trajectoire est presque sûrement apériodique.
- Deux trajectoires proches à l'instant t voient localement leur distance augmenter à une vitesse exponentielle.

Toute condition initiale appartenant au bassin d'attraction produit une trajectoire qui tend à parcourir de façon spécifique et unique cet attracteur. Le système est contraint à évoluer de manière "imprévisible" dans une région bien définie de l'espace des phases.

L'étude des systèmes chaotiques nous donne des indications quant aux limites des prévisions obtenues par simulation, par exemple le théorème de récurrence de Poincaré (tout système dynamique finira toujours, après un temps assez long – temps de Poincaré –, par repasser aussi près que l'on veut de sa position initiale) cesse d'être valide pour un système chaotique général car le temps de Poincaré est bien plus long que le temps de Lyapounov. Dès lors la description d'une trajectoire revenant à son point initial se situe au-delà de l'horizon temporel, à un moment où la notion de trajectoire individuelle a perdu son sens.



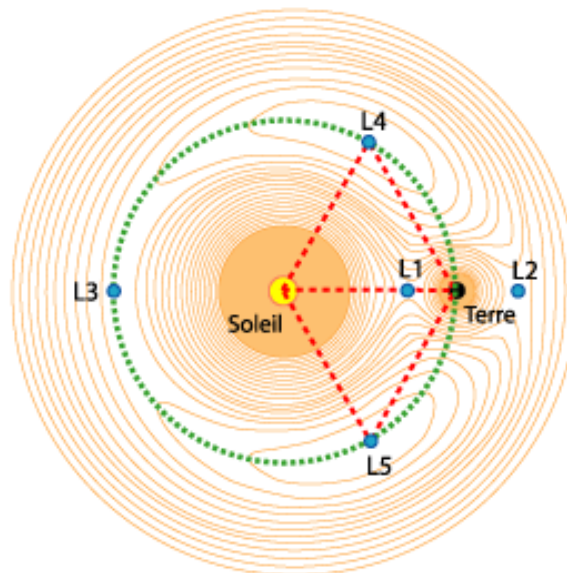
Exemple d'une simulation d'un système à 3 corps (conditions initiales aléatoires)

Problème des Trois Corps et Systèmes Chaotiques

Le calcul des orbites d'un système composé de trois objets est un problème qui n'a pas de solution générale exacte, la vision d'un univers Newtonien réglé et déterministe s'évapore.

Dans le cas des orbites de deux corps en interaction, Newton, a complètement résolu le problème, la trajectoire est une conique – cercle, ellipse, parabole ou hyperbole – dont l'un des foyers est occupé par le centre gravitationnel du système.

Confronté au problème des trois corps, Lagrange, en résolvant les équations différentielles du mouvement, trouva un système impossible à résoudre complètement, le problème n'a pas de solution exacte. Les techniques utilisées pour faire des prédictions sur le mouvement de ces corps reposent sur des approximations. Les planètes du système solaire sont attirées par la force gravitationnelle du Soleil, mais elles s'attirent aussi entre elles. Leurs masses sont cependant si petites par rapport à la masse du Soleil, qu'on peut négliger ces forces et se servir d'une "approximation à deux corps" et ajouter des perturbations pour établir leurs itinéraires. Les calculs établirent que, pour qu'un astre reste en équilibre avec les deux autres, sa masse devait être d'un niveau nettement inférieur à celle des deux autres. Lagrange déduisit mathématiquement l'existence de cinq zones d'équilibre au voisinage d'un couple de deux corps en interaction gravitationnelle. Ces cinq zones d'équilibre furent historiquement dénommées points de Lagrange.



Points de Lagrange

Les points L1, L2 et L3 sont instables, un objet placé sur un de ces points sera dans un équilibre précaire, au bout de quelque temps il tendra à s'en écarter et dérivera dans une orbite solaire ou terrestre ; tandis que L4 et L5 sont stables, des forces perturbatrices modérées agissant sur le corps ne l'empêchent pas de garder son équilibre.

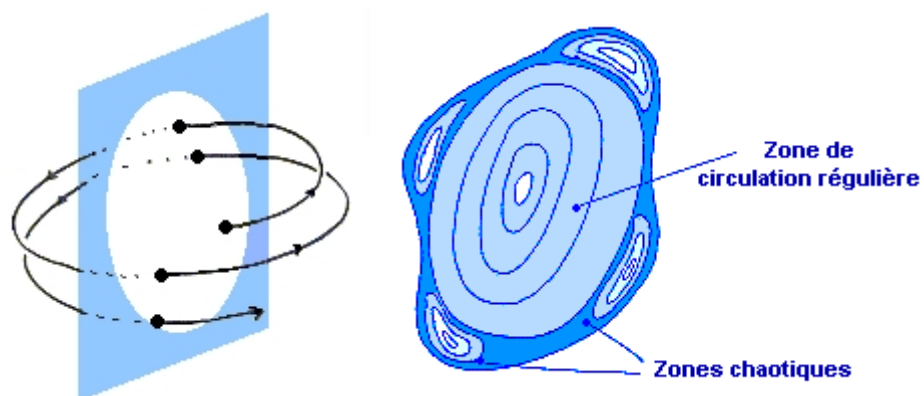
Sur le schéma ci-dessus, les équipotentielles des lobes de Roche permettent de voir le "relief" gravitationnel dans l'environnement des astres. Des lignes équipotentielles se referment autour de L4 et L5 qui se trouvent ainsi à l'intérieur d'une zone close, d'où la stabilité qui en résulte. La situation de L1, L2 et L3 est différente, leurs zones respectives sont "ouvertes" avec plusieurs échappatoires possibles, d'où le phénomène d'instabilité.

La découverte en 1907 d'astéroïdes troyens de Jupiter confirme les calculs de Lagrange. Ces astéroïdes résident sur les points de Lagrange L4 et L5 de part et d'autre de Jupiter, une zone de stabilité gravifique qui rassemble plus de 2500 objets dont certains ont plus de 15 kilomètres de diamètre.

Poincaré se penchant sur les travaux de Lagrange (approche du problème consistant en la recherche de solutions sous forme de séries) démontra que ces séries sont divergentes, les solutions obtenues ne peuvent constituer une résolution que sur un temps très court à l'échelle du système solaire et ne permettent pas de conclure à sa stabilité. Il démontra ainsi les limitations de cette approche par les séries de perturbations, et démontra qu'il existait d'autres solutions mais qui devaient être construites dans une dynamique beaucoup plus compliquée.

Poincaré développa son concept dans un espace multidimensionnel dénommé "l'espace des phases", les équations différentielles pouvaient être décrites de façon géométrique. Ainsi défini, l'espace des phases devient un outil visuel d'analyse de la dynamique des systèmes complexes. Une courbe fermée et régulière représente un comportement stable, cyclique; une courbe déformée ou une succession de boucles signifient que les mouvements subissent une perturbation.

Plutôt que d'étudier des trajectoires individuelles, Poincaré suggéra d'étudier des intersections de trajectoires multiples avec un plan fictif judicieusement placé, c'est la "section de Poincaré". Si toutes les trajectoires restent dans un tore, la trajectoire est régulière et prédictible. Si toute la section de Poincaré est percée de trajectoires, celle-ci sera chaotique et très instable dans le temps. Pratiquement, ces zones stables sont liées aux orbites régulières et aux phénomènes de résonance.



A gauche, une section de Poincaré, les trajectoires successives de l'espace des phases sont coupées par un plan.

A droite l'ensemble des points d'impacts de toutes les trajectoires dans la section de Poincaré fait apparaître des zones singulières : des orbites régulières au centre de la section, des zones de résonance à l'extérieur et des zones chaotiques autour des îles. La

transition d'un mouvement des îles vers le centre est très sensible aux conditions initiales et très instable.

Les résonances de Poincaré sont à l'œuvre dans le système solaire. Comprenant neuf planètes et quantité d'autres objets, ces résonances jouent un rôle important dans l'organisation de ce système. Elles se manifestent par l'amplification des interactions gravitationnelles quand deux périodes – orbitales, de rotation propre, ou toute autre force qui se répète périodiquement – sont dans des rapports entiers (notés $m : n$). Par exemple, Neptune et Pluton sont en résonance orbitale $3 : 2$, Mercure est en résonance orbitale-rotation propre $3 : 2$, la Lune est en résonance orbitale-rotation propre $1 : 1$ (gardant ainsi toujours une face cachée). Les résonances les plus communes sont celles entre les planètes et leurs satellites, ceci est dû aux effets de marées agissant dans ces systèmes – il y a un échange de moment angulaire entre la planète et son satellite induisant un changement de l'orbite du satellite et de la rotation propre de la planète –. Ces différentes résonances entrent en compétition et engendrent des ondes qui se propagent, s'amplifient ou s'annulent selon les cas, en conséquence de quoi les trajectoires se stabilisent ou deviennent chaotiques.

Kolmogoroff réexamina le problème des trois corps et démontra qu'il existait parmi les solutions non régulières décrites par Poincaré, quelques trajectoires quasi-périodiques dans les tores isolés de l'espace des phases. Ainsi pour une perturbation suffisamment petite, l'ensemble de tores occupé par les trajectoires quasi-périodiques avaient tendance à *se réunir* lorsque la perturbation tendait vers zéro. La convergence ou la non convergence des séries dépend des conditions initiales. Le théorème de KAM (Kolmogoroff-Arnold-Moser) est une description globale de tout ce qui peut se passer dans ce genre de système pour toute condition initiale. Si les perturbations sont petites le système présente un grand nombre de trajectoires régulières, si les perturbations augmentent, des zones d'instabilités de plus en plus grandes apparaissent. la question est de savoir où se situe le système solaire dans ce modèle.

Le théorème de KAM ne s'applique pas directement au problème planétaire qui présente ses propres dégénérescences. Le calcul posé à N corps comporte des résonances séculaires qui apparaissent suite à la variation de la précession des orbites des planètes. Elles génèrent des perturbations sur une importante échelle de temps de l'ordre du million d'années : la rotation de l'orbite sur son plan, mouvement de rotation de ce plan dans l'espace, la variation de l'excentricité et de l'inclinaison de l'orbite. De plus, étant donné que les tores quasi-périodiques de KAM sont isolés, un changement infinitésimal des conditions initiales peut modifier une solution, une orbite stable devenant soudainement chaotique.

A la fin du XX^{ème} siècle, l'astronome Jacques Laskar démontra que le système solaire obéissait à un régime chaotique. Les résultats actuels ne peuvent prévoir les orbites planétaires que sur 100 millions d'années. Cela ne signifie pas pour autant que la Terre ne suit pas son orbite de façon régulière, ce que l'on perd dans cette divergence c'est l'orientation de l'orbite dans l'espace, l'incertitude sur sa position angulaire est telle qu'au bout de 100 millions d'années l'erreur atteint 150 millions de kilomètres. La description de l'univers décrit par la mécanique céleste est incomplète, par exemple l'irrégularité d'orbite de Mercure ne peut être expliquée que dans le cadre de la théorie de la relativité. La question de la stabilité du système solaire reste ouverte.

7 – Simulations

Visualisation

Pour visualiser l'évolution du système, chaque étoile est repérée par un point de couleur blanche sur l'écran. Plus les étoiles sont proches plus l'intensité de ce blanc est forte, et plus les étoiles sont éloignées plus ce dernier tire vers le gris.

Les étoiles sont localisées dans l'espace par des coordonnées en trois dimensions, il faut projeter ces coordonnées sur le plan écran pour obtenir des coordonnées en deux dimensions utilisables pour l'affichage, les formules de projection utilisées sont les suivantes :

$$\begin{aligned}X_{proj} &= (-Z_{obs} \times X) / (Z - Z_{obs}) \\Y_{proj} &= (-Z_{obs} \times Y) / (Z - Z_{obs})\end{aligned}$$

Le terme Z_{obs} représente la distance d'un observateur fictif à l'écran.

Pour voir évoluer le système sous différents angles, il est possible d'effectuer, en temps réel, des rotations autour des trois axes du repère, les formules de changements de coordonnées sont les suivantes, pour une rotation d'angle α on a :

Autour de l'axe X

$$\begin{aligned}X_{rot} &= X \\Y_{rot} &= Y \cos(\alpha) - Z \sin(\alpha) \\Z_{rot} &= Z \cos(\alpha) + Y \sin(\alpha)\end{aligned}$$

Autour de l'axe Y

$$\begin{aligned}X_{rot} &= X \cos(\alpha) - Z \sin(\alpha) \\Y_{rot} &= Y \\Z_{rot} &= Z \cos(\alpha) + X \sin(\alpha)\end{aligned}$$

Autour de l'axe Z

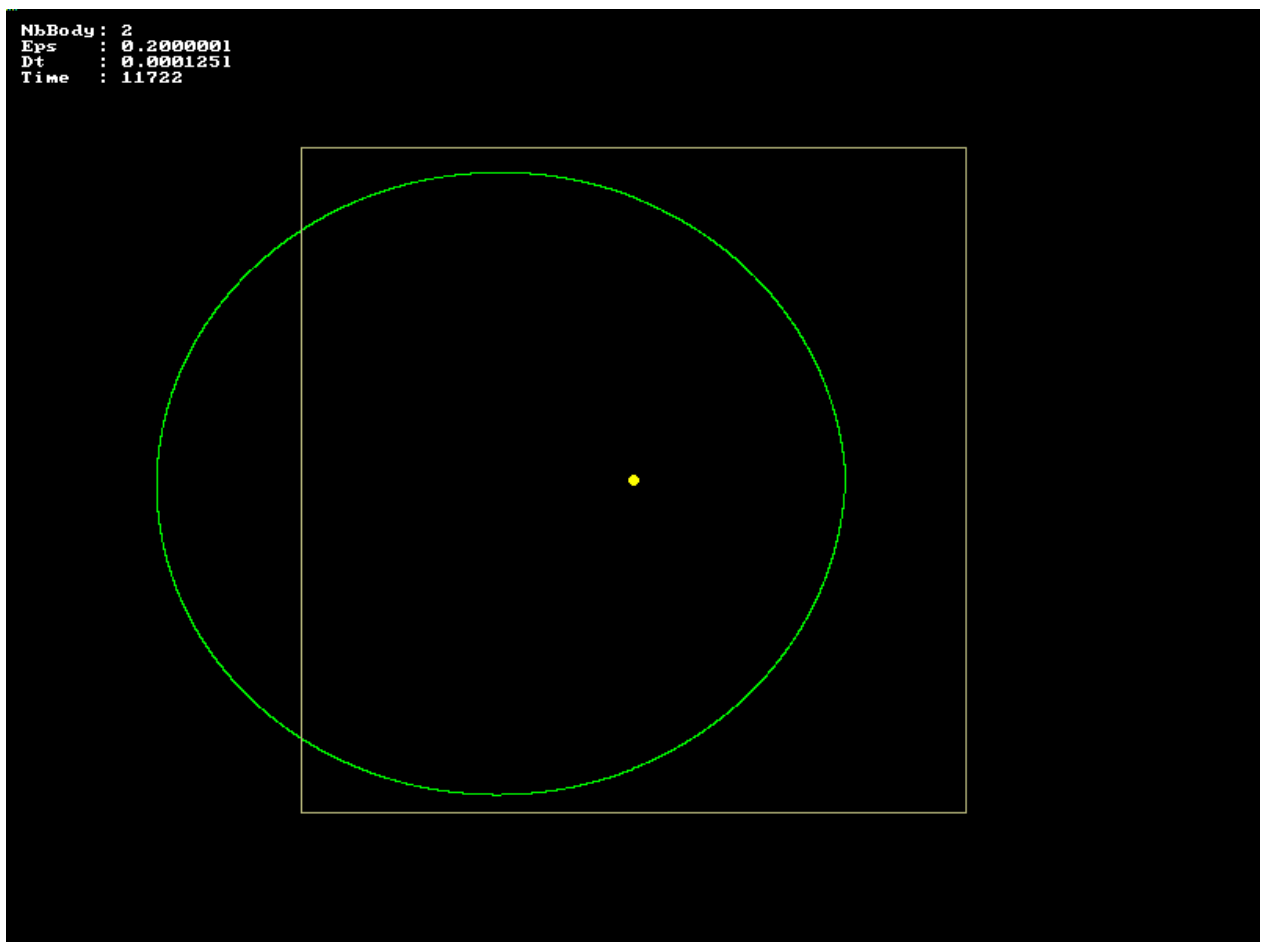
$$\begin{aligned}X_{rot} &= X \cos(\alpha) - Y \sin(\alpha) \\Y_{rot} &= Y \cos(\alpha) + X \sin(\alpha) \\Z_{rot} &= Z\end{aligned}$$

De plus un zoom est ajouté, par variation – manuelle – d'un facteur d'échelle, qui agit comme quantité multiplicative sur les variables de positions 2D des étoiles.

Simulations

Pour la pertinence des simulations comprenant des milliers de corps, il est important de tester notre programme sur des systèmes ayant peu de particules et dont le comportement est relativement bien connu.

Le premier test est la simulation du mouvement de deux corps en interactions, l'un est beaucoup plus massif que l'autre, jouant ainsi le rôle d'une étoile. La planète semble bien décrire, conformément à la théorie, une ellipse dont l'étoile occupe l'un des foyers.

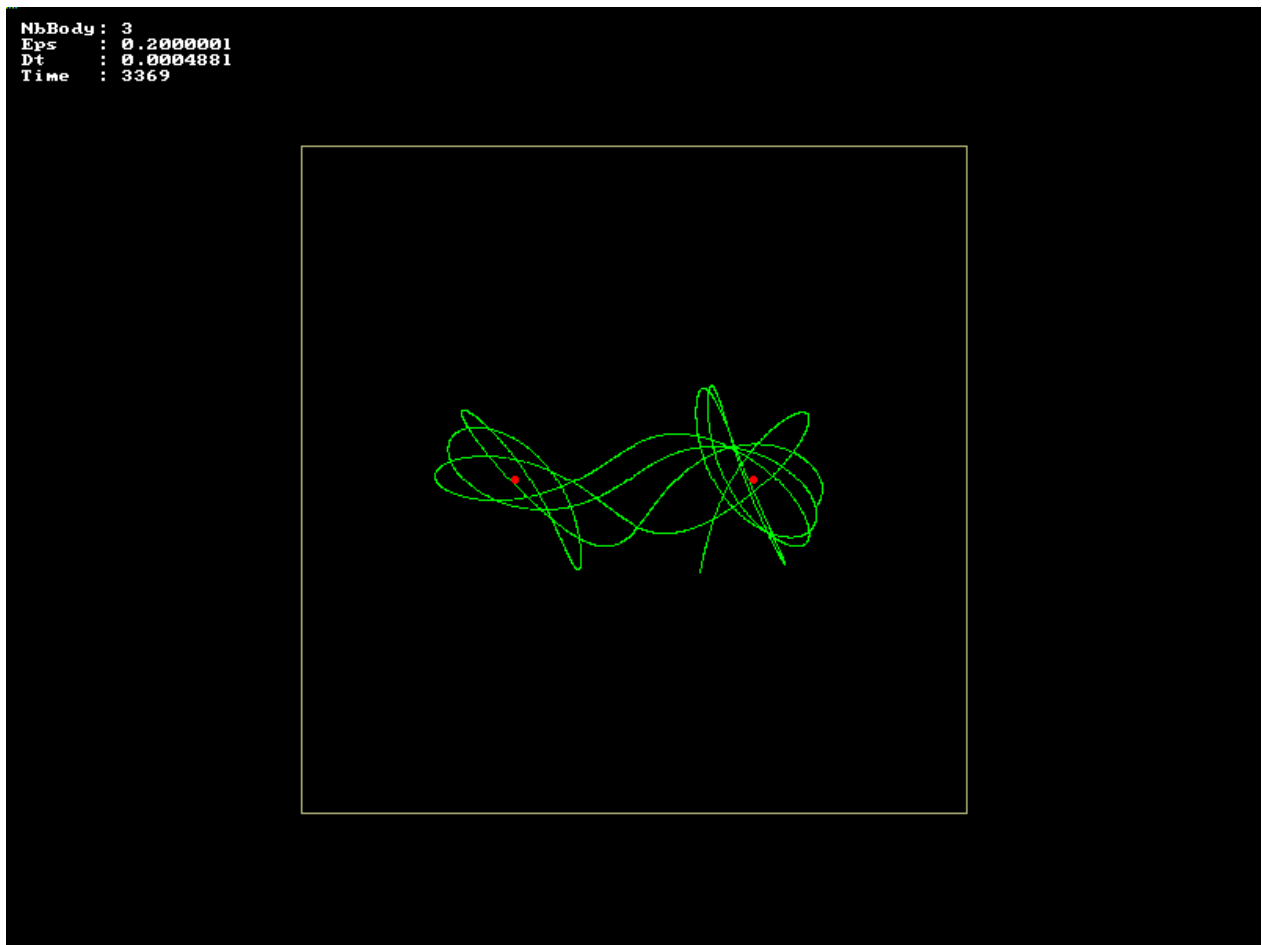


Simulation d'un système *Etoile - Planète*

Les trois tests suivant traitent du problème des trois corps.

1.

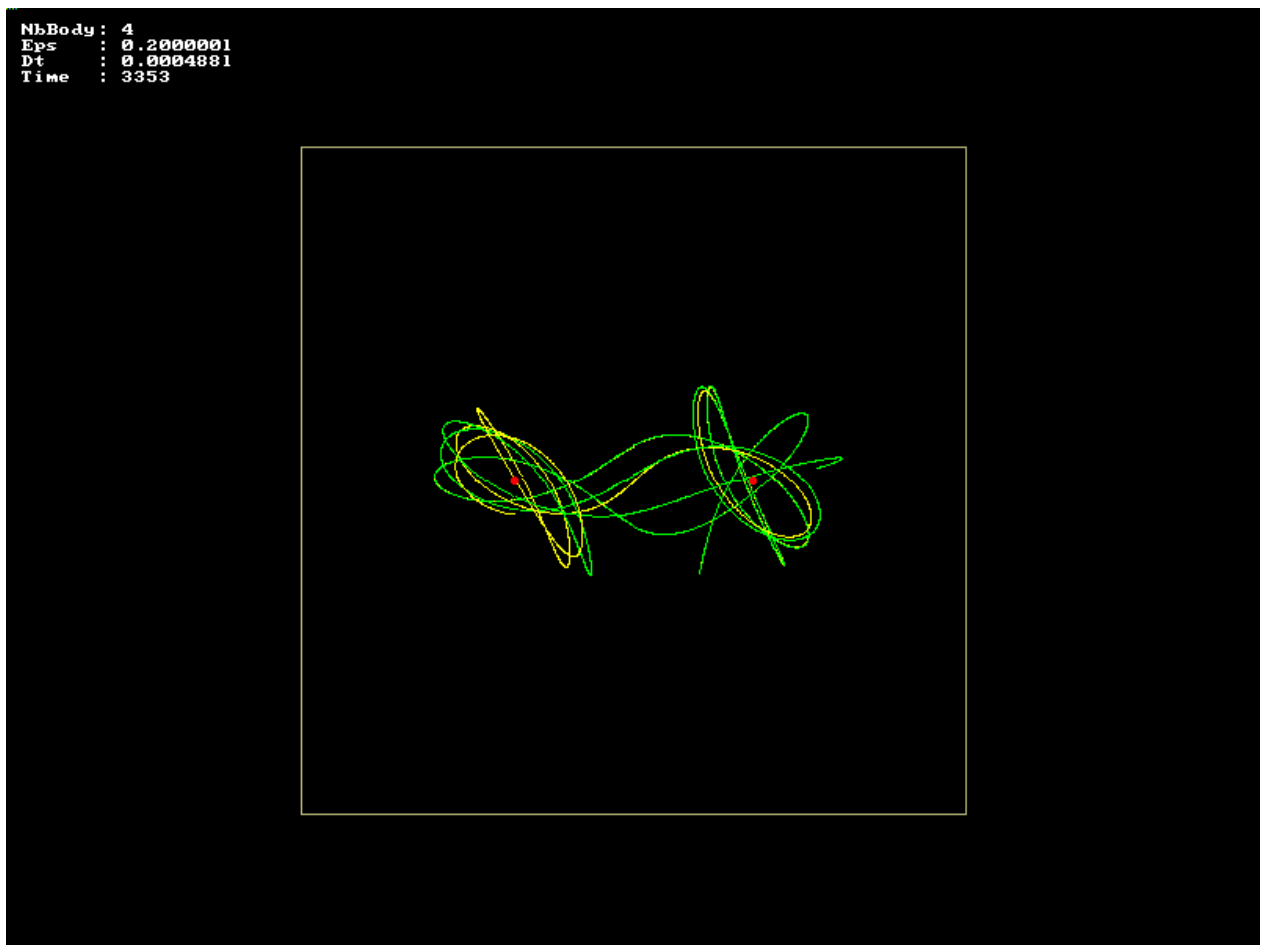
La trajectoire suivie par la planète est très complexe et ne peut pas être décrite par une équation. Durant un temps infini la trajectoire suit une courbe infinie dans un volume fini, c'est la marque du comportement d'un système chaotique.



Simulation du problème des interactions d'un système à 3 corps
représenté ici par
deux soleils et une planète

2.

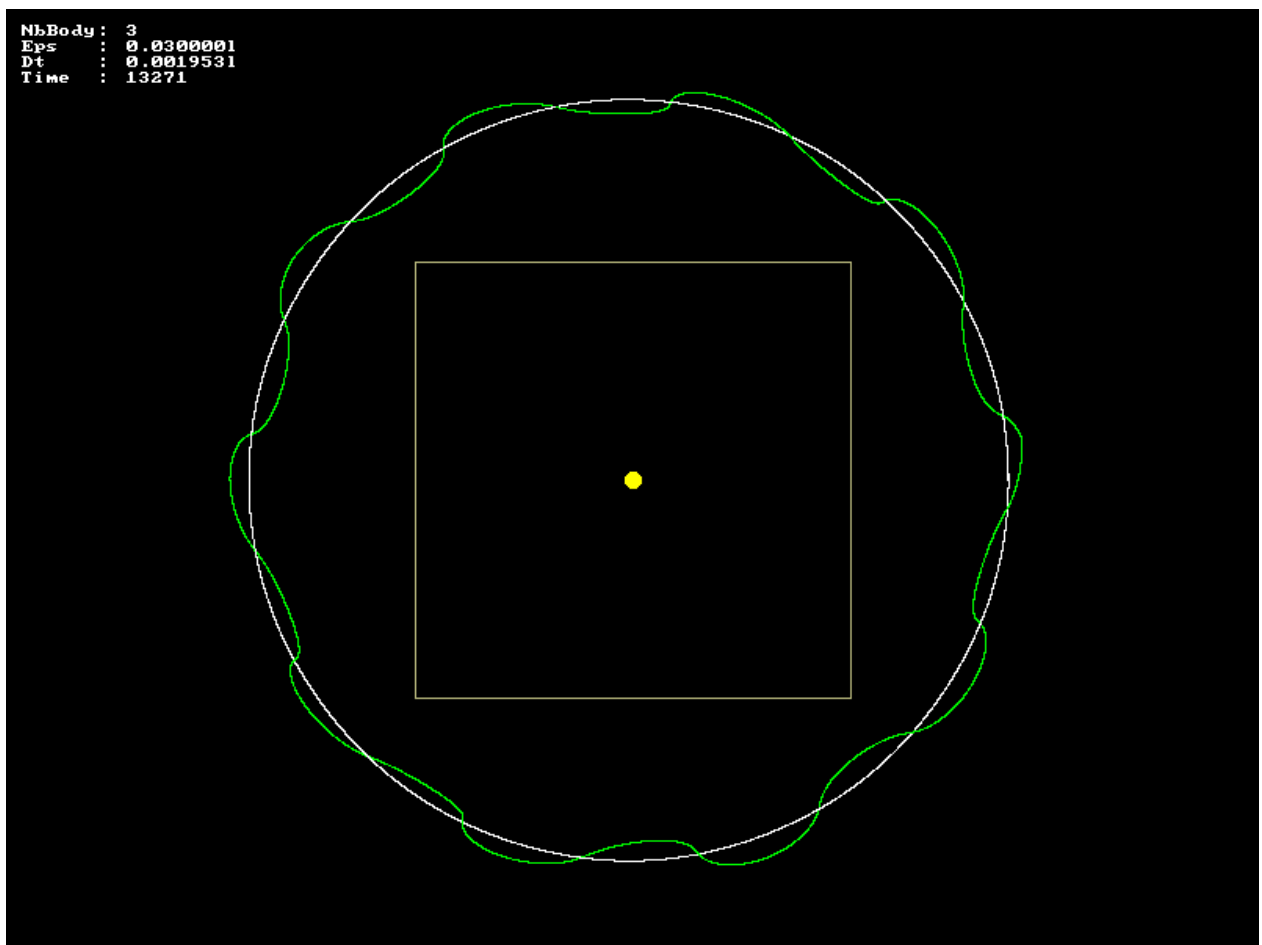
Nous voyons ici la représentation de la sensibilité du système aux conditions initiales : partant au même instant et du même point, les deux planètes semblent suivre la même trajectoire puis soudainement la planète jaune diverge de la trajectoire suivie par la planète verte. Cette dépendance aux conditions initiales est caractéristique des systèmes chaotiques et est appelée "Effet Papillon".



Simulation du problème de la sensibilité aux conditions initiales
représentée ici par
deux soleils et deux planètes

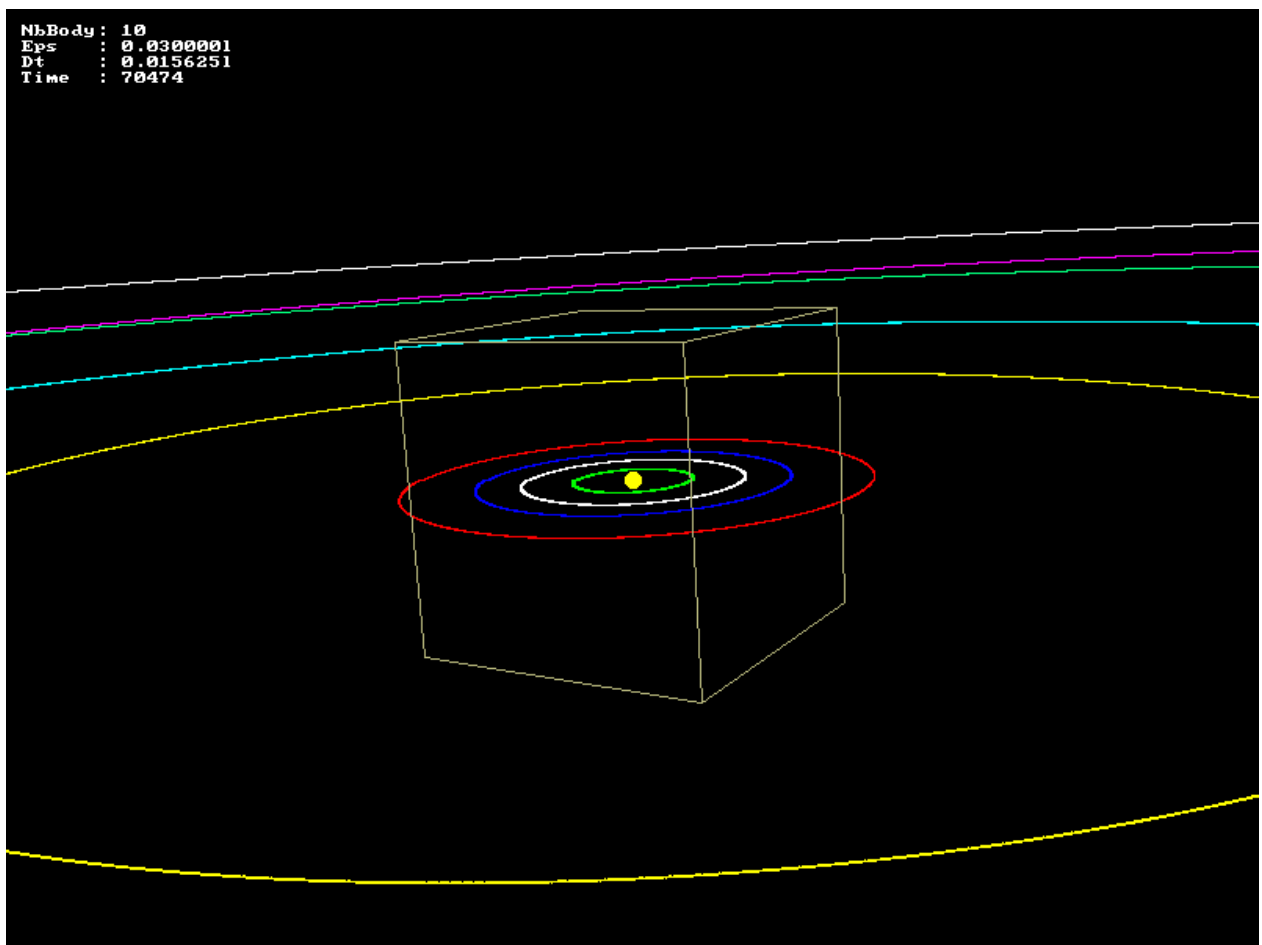
3.

Simulation du système *Soleil – Terre – Lune*. Malgré la très importante sensibilité de ce système aux conditions initiales et les approximations nécessaires à la transposition du modèle physique, le comportement obtenu reste similaire en de nombreux points au comportement voulu.



Simulation du système *Soleil – Terre – Lune*

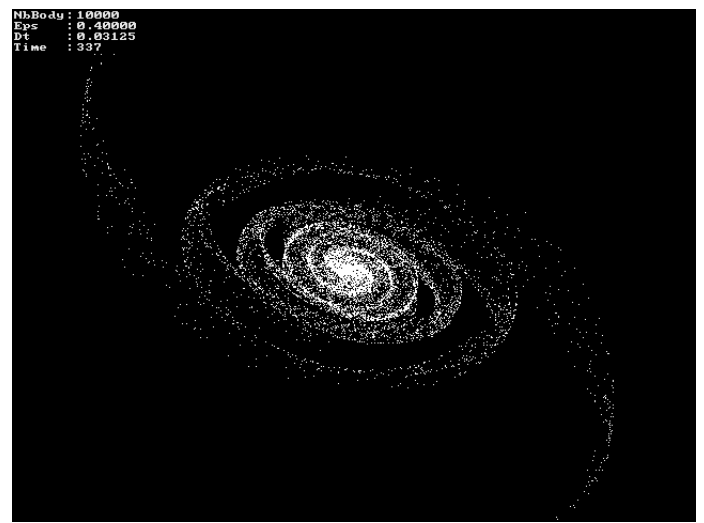
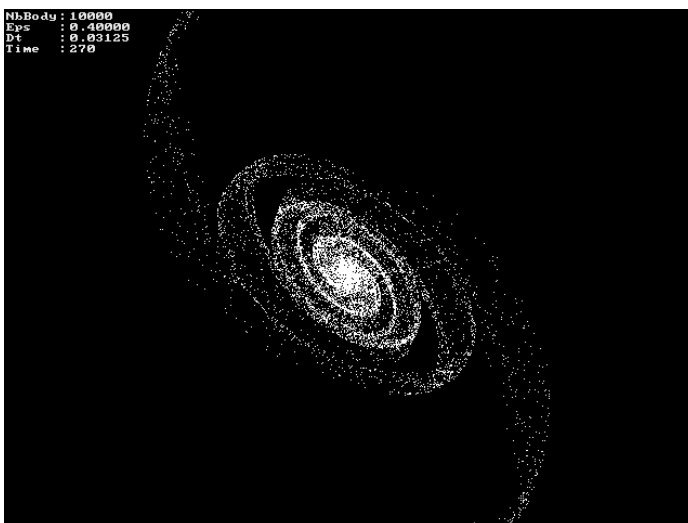
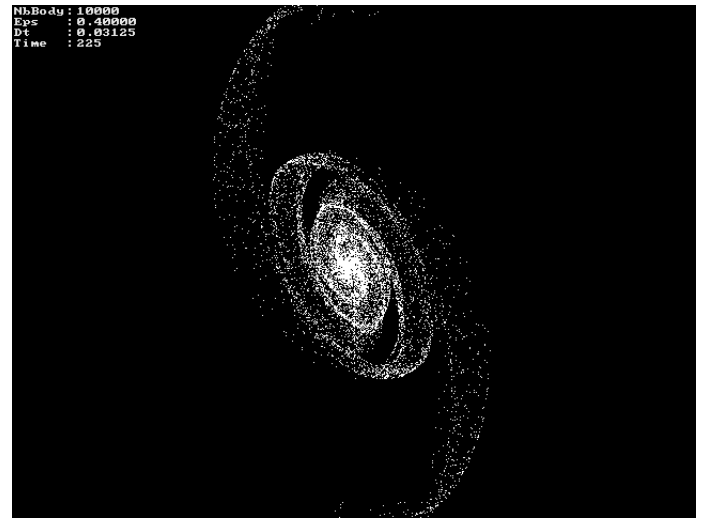
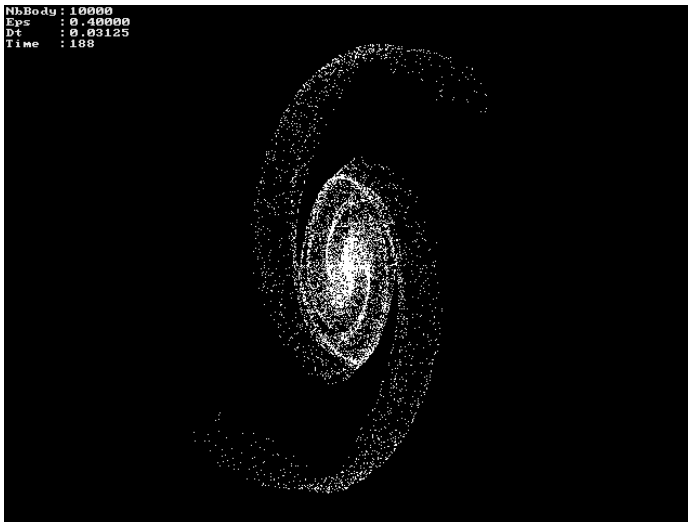
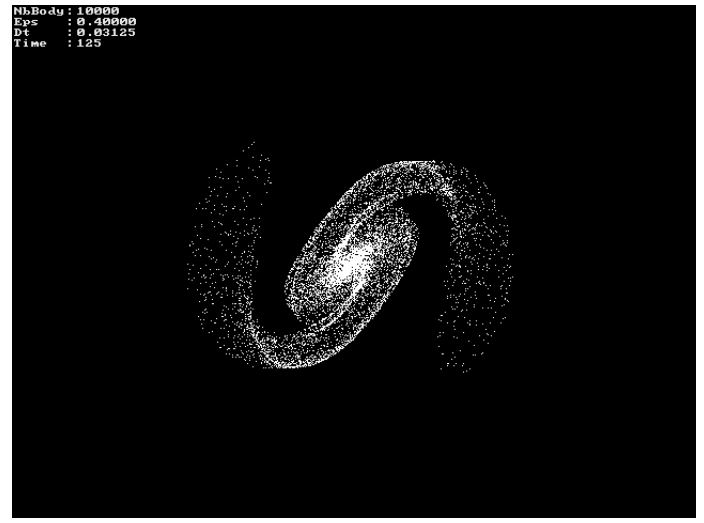
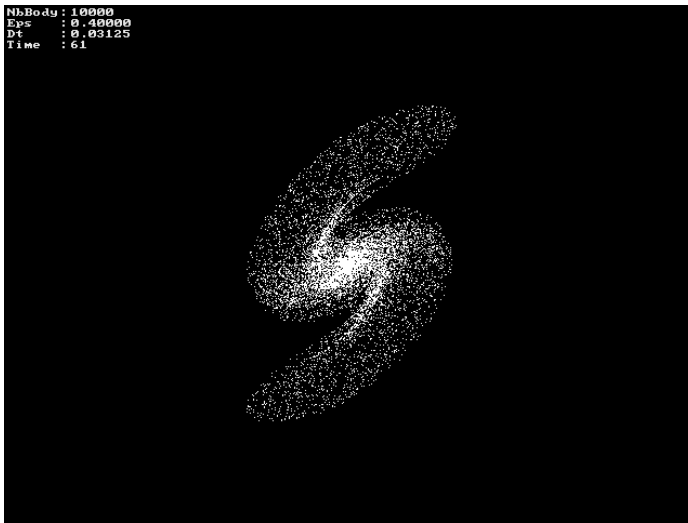
Le prochain test consiste en la simulation du *Système Solaire* dans son ensemble. De même que précédemment, la simulation obtenue est relativement conforme à ce que l'on veut. C'est-à-dire, la nature des orbites, les temps de révolutions relatifs et les vitesses relatives sont semblables aux observations.



Simulation du *Système Solaire*

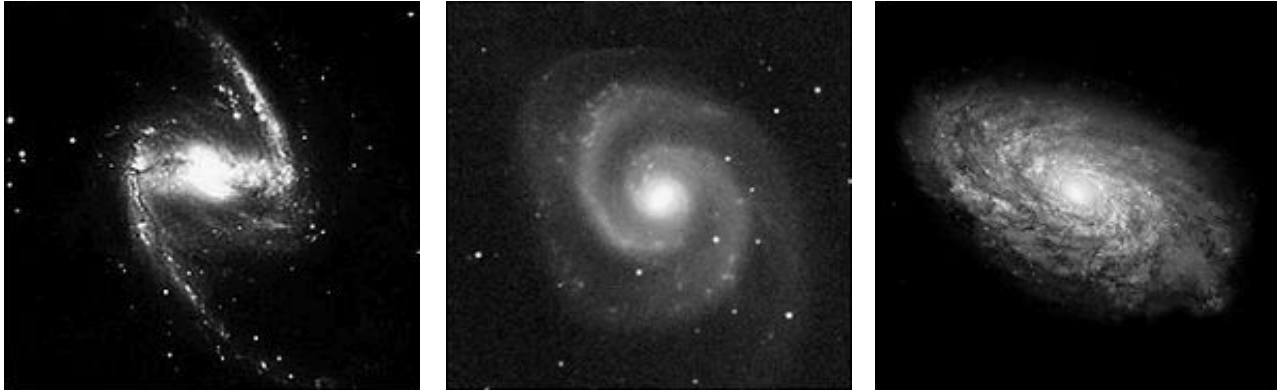
Evolution d'une Galaxie Spirale

Les résultats des tests précédents nous encouragent à effectuer des simulations où vont entrer en jeu un grand nombre de corps, le but étant de retracer l'évolution de galaxies comprenant plusieurs milliers d'étoiles.



Simulation de l'évolution d'une Galaxie Spirale

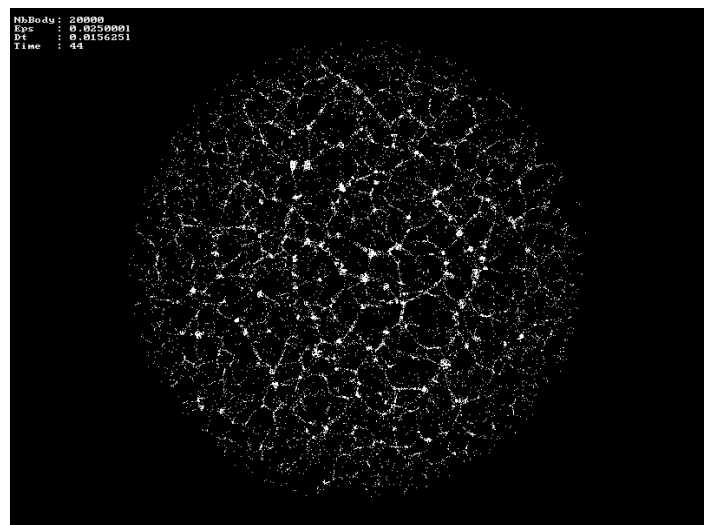
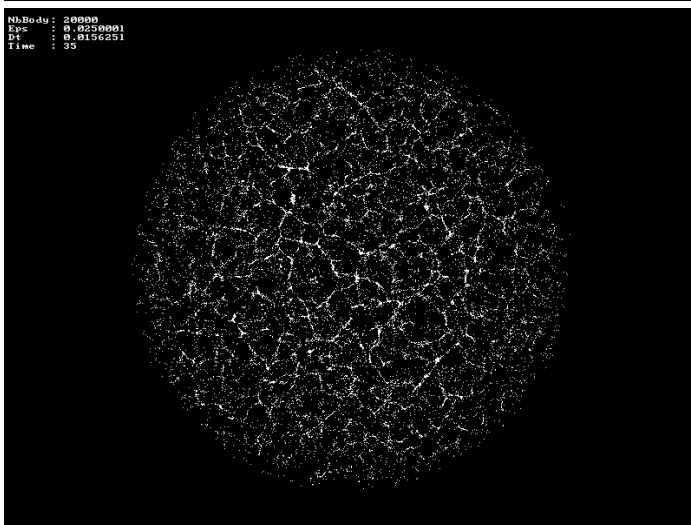
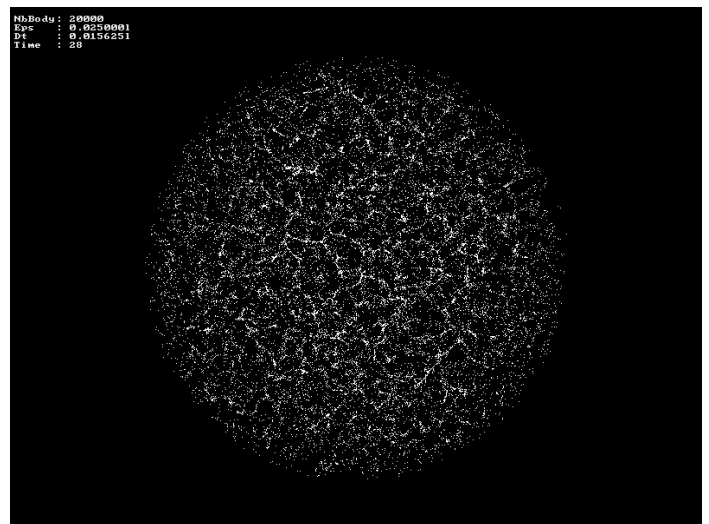
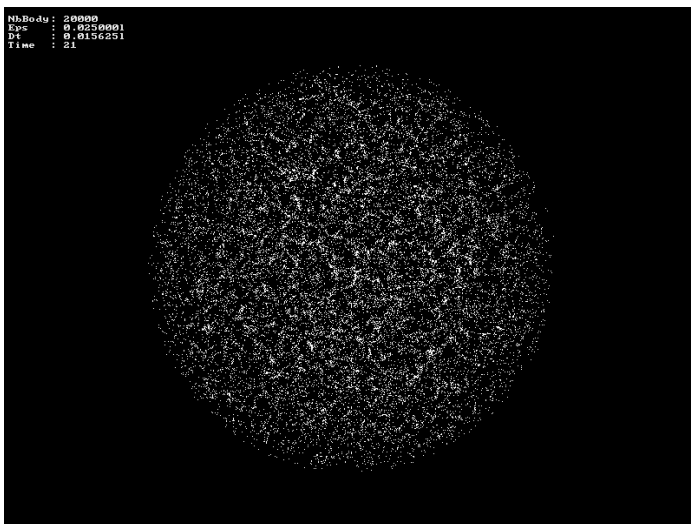
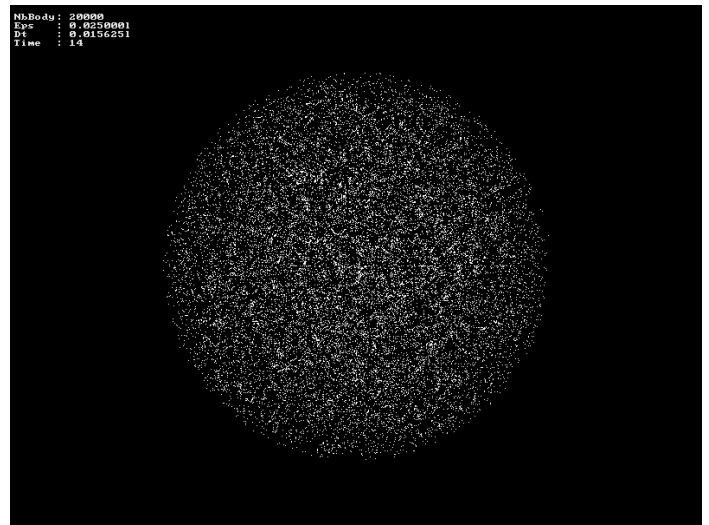
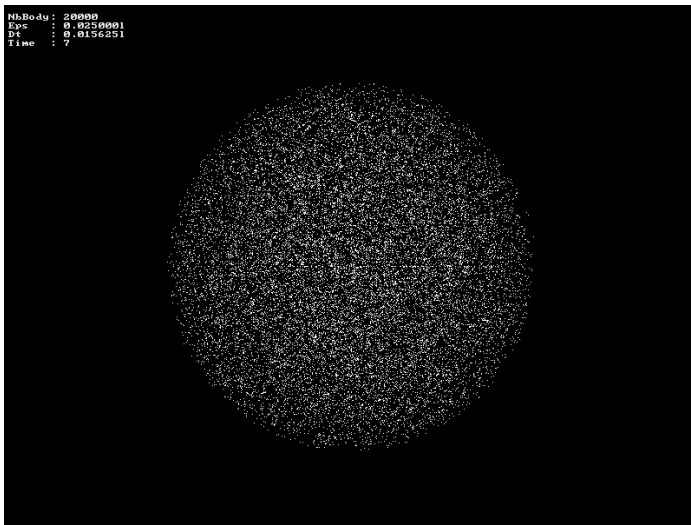
On observe d'intéressantes similitudes entre les captures d'écran ci-dessus, relative à notre simulation de l'évolution d'une galaxie spirale, et les différentes photos ci-dessous retraçant l'évolution de galaxies spirales à différents ages.



Photographies de 3 Galaxies Spirales à différents stades d'évolution
NGC 1365 - M51 - NGC 4414

Structure Filamentaire

L'ajout d'une composante d'espace en expansion nous permet de visualiser l'apparition progressive d'un réseau de filaments au sein d'une région quasi homogène de particules.

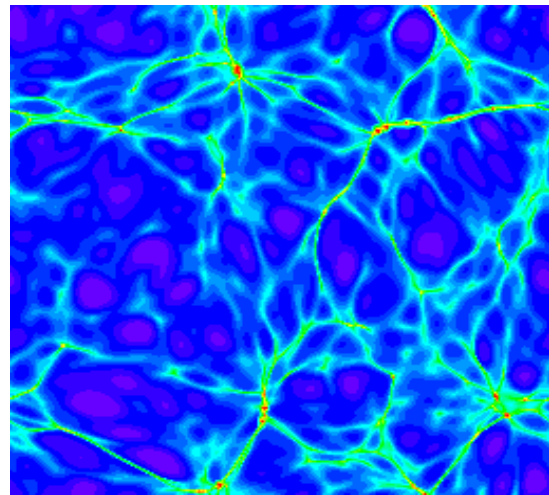
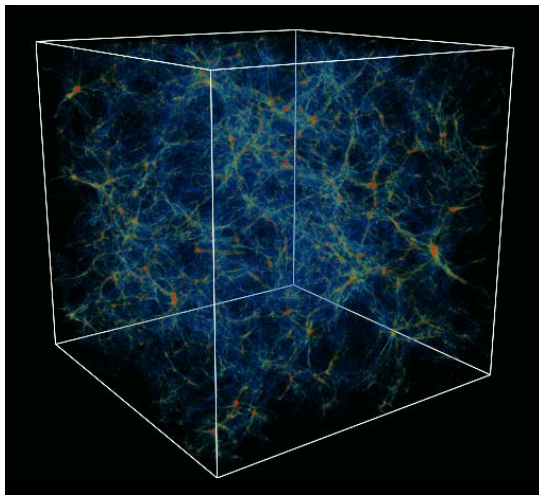


Topologie en Filaments des Grandes Structures de l'Univers

8 – Conclusion

Simulations actuelles

Les simulations actuelles, axées sur la formation des grandes structures de l'univers, utilisent comme conditions initiales les données de variations d'intensité du rayonnement fossile – données mesurées par les satellites et les ballons sondes – et les incorporent aux simulations en faisant évoluer cette "matière noire" à travers des algorithmes de plus en plus complexes où l'on suit l'évolution à travers l'expansion, la gravitation et bien d'autres forces et paramètres. Les résultats obtenus montrent l'apparition de "filaments" de matière noire condensée, à leurs intersections on retrouve les amas de galaxies ; c'est bien ce qui est observé par les télescopes. Les simulations donnant les meilleures concordances avec les observations astronomiques servent à fixer les intervalles de validité des constantes physiques.



Les Grandes Structures de l'Univers : simulation de la formation de filaments de Matière Noire

Conclusion et Perspectives

Nous avons mis en œuvre un programme de simulation de mouvement de N corps, qui grâce à une meilleure complexité que l'algorithme de base, permet de faire évoluer un bien plus grand nombre de particules. Nous avons vu que les simulations numériques obtenues et les observations astronomiques pouvaient être comparables en de nombreux points, donnant ainsi un nouvel outil très utile pour les cosmologistes.

Une modélisation plus complexe de l'algorithme – en ajoutant des composantes physiques supplémentaires et des procédés visant à améliorer la résolution spatiale, tel gaz en collisions ou couplage des algorithmes PM et Tree-Code – permettrait des simulations qui autoriseraient une réelle mise à l'épreuve des modèles astrophysiques (en étudiant par exemple la répartition des grandes structures dans l'univers), grâce à l'affinement des valeurs des constantes de la cosmologie, et ainsi réduirait fortement les différents scénarios cosmologiques plausibles.

BIBLIOGRAPHIE

Livres

AUDIBERT P. – *Ordre et Chaos* – Université Paris VIII, 2000.

HALL N. – *The new scientist guide to Chaos* – Penguin Books, 1992.

HAWKING S. – *Une brève histoire du temps* – Flammarion, 1989.

OLIVE K.A. – *Big-Bang Cosmology* – University of Minnesota, 2001.

PRIGOGINE I., STENGERS I. – *Entre le Temps et l'Eternité* – Fayard, 1988.

REEVES H. – *Malicorne* – Edition du Seuil, 1990.

REEVES H. – *Dernières nouvelles du cosmos I* – Edition du Seuil, 1994.

REEVES H. – *Dernières nouvelles du cosmos II* – Edition du Seuil, 1995.

REEVES H. – *L'heure de s'enivrer* – Edition du Seuil, 1986.

Revue

Pour la Science, dossier n°38 – *La Gravitation* –.

Internet

<http://www.epcc.ed.ac.uk/~mario/nbody.html>

<http://www.amara.com/papers/nbody.html>

<http://www.mpa-garching.mpg.de/gadget>

<http://coho.physics.mcmaster.ca/hydra>

<http://www-2.cs.cmu.edu/~scandal/alg/nbody.html>

<http://star-www.dur.ac.uk/~frazierp/virgo/virgo.html>

<http://astrosurf.com/lombry>

http://zeus.ncsa.uiuc.edu:8080/GC3_Home_Page.html