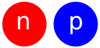
Materia nuclear y la ecuación de estado de estrellas de neutrones

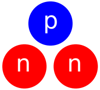
Felipe Isaule

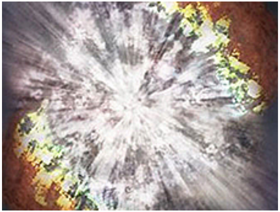
Viernes 3 de Junio de 2015

Indice

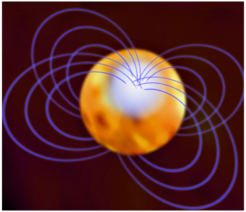
Motivación







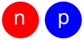
Supernova



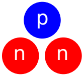
Estrella de neutrones

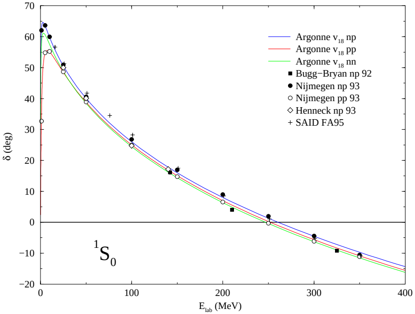
$$V_{NN},\ V_{NNN},\ \ldots \qquad \longrightarrow \qquad \text{Materia Nuclear}$$

- Interacción nucleón-nucleón (NN): Argonne v_{18} (AV18), Paris, etc



- Interacción *realista* si reproduce datos experimentales de dos cuerpos
- Contribuciones de tres cuerpos (3N)

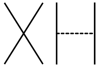
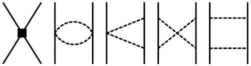
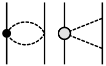
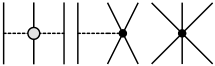
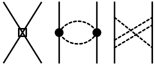
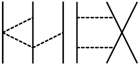
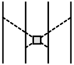




R. B. Wiringa et al., Phys. Rev. C **51**, 38 (1995)
`https://www.phy.anl.gov/theory/research/av18/`

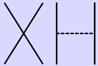
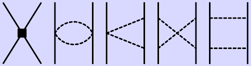
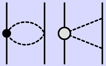
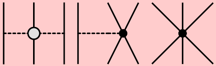
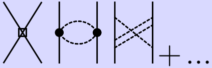
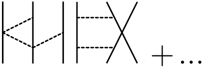
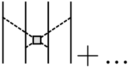
Fuerzas quirales

Es posible construir interacciones nucleares a partir de una teoría efectiva quiral (χEFT).

	NN	3N	4N
LO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^1}{\Lambda^1}\right)$		—	—
NLO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)$		—	—
N2LO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^3}{\Lambda^3}\right)$			—
N3LO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^4}{\Lambda^4}\right)$	 + …	 + …	 + …

Fuerzas quirales

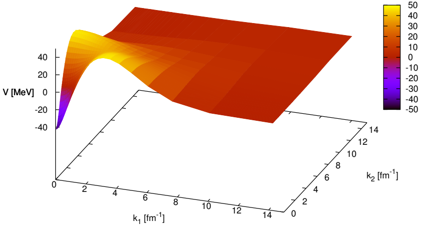
Es posible construir interacciones nucleares a partir de una teoría efectiva quiral (χEFT).

	NN	3N	4N
LO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^1}{\Lambda^1}\right)$		—	—
NLO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)$		—	—
N2LO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^3}{\Lambda^3}\right)$			—
N3LO $\mathcal{O}\left(\frac{Q^4}{\Lambda^4}\right)$			

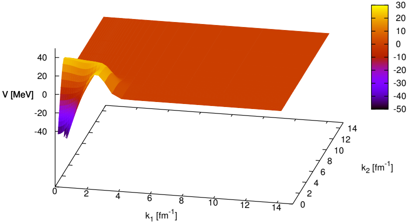
N3LO$_{2N}$ N2LO$_{3N}$

Potencial NN en espacio de momentum $V(k,k')$ en canal ${}^1S_0$:

AV18



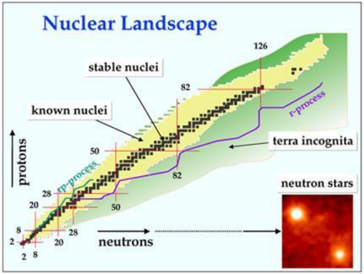
N3LO$_{2N}$



Materia Nuclear

Materia nuclear infinita:

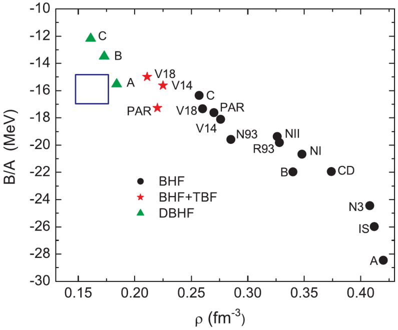
- Sistema de muchos fermiones interactuantes
- Densidad de nucleones $\rho = \rho_n + \rho_p$
- $\beta = (\rho_n - \rho_p)/(\rho_n + \rho_p)$
- Materia simétrica: $\rho_n = \rho_p$ $(\beta = 0)$
- Materia neutrónica: $\rho_p = 0$ $(\beta = 1)$



http://www.physics.uoguelph.ca/Nucweb/nuclearstructure.html

$$B(A,Z) = a_V A - a_S A^{2/3} - a_C \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_A \frac{(N-Z)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{1/2}}$$

- Energía de saturación: $B/A \xrightarrow[A\to\infty]{} -a_V = -16 \pm 1\mathrm{MeV}$
- Densidad de saturación: $\rho_0 \approx 0.17\ \mathrm{fm}^{-3}$
- Esquemas *ab-initio*: BHF, SCGF, DBHF
- No ha sido posible describir el punto de saturación nuclear: Banda de Coester



Li et al., Phys. Rev. C **74**, 047304 (2006)

La aproximación de Brueckner-Hartree-Fock (BHF)

- Materia nuclear infinita $\rho = \rho_n + \rho_p$
- $T = 0$: $n(k) = \Theta(k_F - k)$
- Momentum de Fermi:

$$\rho = \nu \frac{k_F^3}{6\pi^2}$$

- Materia simétrica ($\nu = 4$) y neutrónica ($\nu = 2$)
- AV18, $\mathrm{N3LO}_{2N}$, $\mathrm{N3LO}_{2N}$+$\mathrm{N2LO}_{3N}$, Paris, Nijmegen I, Nijmegen II
- Inclusión de di-nucleones:
  Arellano - Delaroche, Eur. Phys. J. A **51**, 7 (2015)

Nucleones en el medio quedan descritos por la matriz g

$$g(\omega) = v + v \frac{Q}{\omega + i\eta - e_1 - e_2} g(\omega)$$

La aproximación de Brueckner-Hartree-Fock (BHF)

Cálculo auto-consistente:

- Dado un potencial de partícula independiente $U(k)$:

$$e_i = \frac{k_i^2}{2m} + U(k_i)$$

- Se resuelve para distintos canales NN (L, S):

$$g(\omega) = v + v\frac{Q}{\omega + i\eta - e_1 - e_2}g(\omega)$$

- Se evalúa el operador de masa:

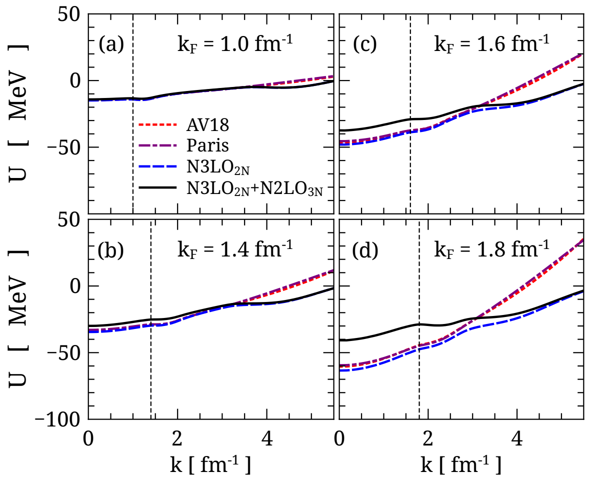
$$M(k; e_k) = \sum_{|p|\leq k_F} \langle \frac{1}{2}(k-p)|g_K(e_k + e_p)|\frac{1}{2}(k-p)\rangle$$

- Se obtiene un nuevo $U'(k)$

$$U'(k) = \mathfrak{Re} M(k; e_k)$$

Cálculo auto-consistente

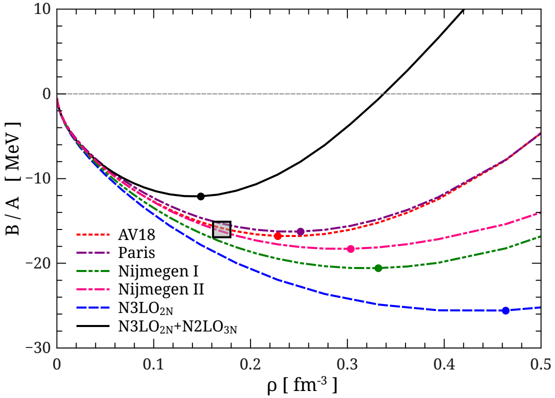
- $\sum_{estados} {}^{2S+1}L_J \rightarrow$ ${}^1S_0$, ${}^1D_2$, ${}^1G_4$, ${}^1I_6$, ${}^1P_1$, ${}^1F_3$, ${}^1H_5$, ${}^1K_7$, ${}^3P_0$, ${}^3P_1$, ${}^3F_3$, ${}^3H_5$, ${}^3H_7$, ${}^3D_2$, ${}^3G_4$, ${}^3I_6$, ${}^3PF_2$, ${}^3FH_4$, ${}^3HK_6$, ${}^3SD_1$, ${}^3DG_3$, ${}^3GI_5$, ${}^3IL_7$



Energía por nucleón

A partir de interacción de dos cuerpos:

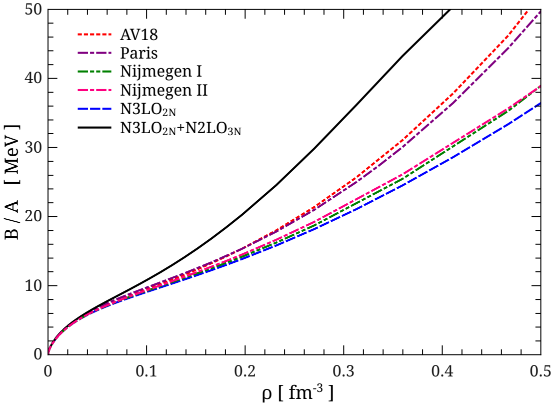
$$B/A = \frac{3}{10}\frac{\hbar^2 k_F^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{3}{k_F^3}\int_0^{k_F} k^2 dk U(k) \rightarrow \frac{K}{A} + a\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\alpha} + b\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\beta}$$



Materia simétrica

A partir de interacción de dos cuerpos:

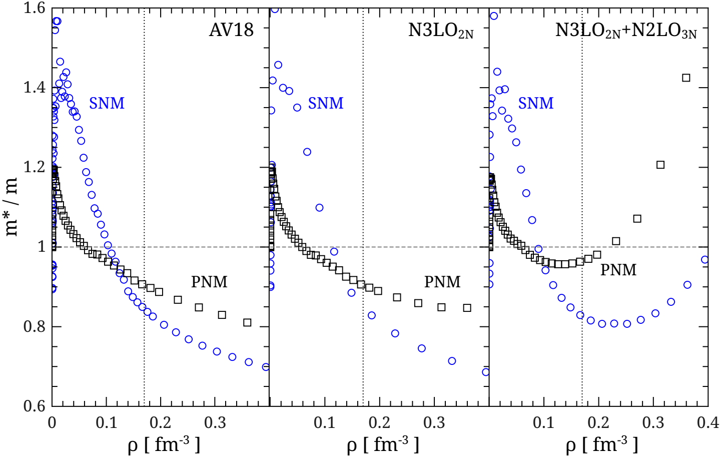
$$B/A = \frac{3}{10}\frac{\hbar^2 k_F^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{3}{k_F^3}\int_0^{k_F} k^2 dk U(k) \rightarrow \frac{K}{A} + a\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\alpha} + b\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\beta}$$



Materia neutrónica

Masas efectivas

$$\frac{m^*}{m} = \left[1 + \frac{m}{k}\frac{\partial U(k)}{\partial k}\right]^{-1}_{k=k_F}$$



Fuerza quiral de tres cuerpos

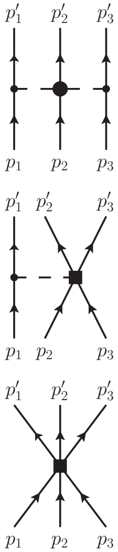
Entem et al.,Phys. Rev. C **68**, 041001 (2003)

Tres contribuciones al nivel N2LO:

$$W_{TPE} = \sum_{i\neq j\neq k} \frac{g_A^2}{8F_\pi^4} \frac{(\sigma_i \cdot q_i)(\sigma_j \cdot q_j)}{(q_i^2 + m_\pi^2)(q_j^2 + m_\pi^2)} F_{ijk}^{\alpha\beta} \tau_i^\alpha \tau_j^\beta$$

$$W_{OPE} = -\sum_{i\neq j\neq k} \frac{c_D g_A}{8F_\pi^4 \Lambda_\chi} \frac{(\sigma_j \cdot q_j)(\tau_i \cdot \tau_j)(\sigma_i \cdot q_j)}{q_j^2 + m_\pi^2}$$

$$W_{cont} = \sum_{j\neq k} \frac{c_E}{2F_\pi^4 \Lambda_\chi} \tau_j \cdot \tau_k$$

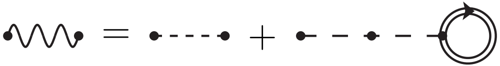


Λ_χ = 700 MeV
c_D = -1.11, c_E = -0.66
Nogga et al., Phys. Rev. C **73**, 064002 (2006)
Ajustadas a energías de ligazón de ^{3}H y ^{4}He.

$$F_{ijk}^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta}[-4m_\pi^2 c_1 + 2c_3 q_i \cdot q_j] + \sum_\gamma c_4 \epsilon^{\alpha\beta\gamma} \tau_k^\gamma \sigma_k$$

Potencial efectivo de dos cuerpos

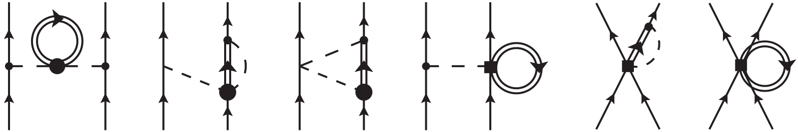
Holt et al., Phys. Rev C **81**, 024002 (2010)



Interacción efectiva de dos cuerpos al promediar la tercera partícula:

$$\langle 1'2'|\tilde{V}^{3NF}|12\rangle_A = Tr_{\sigma_3} Tr_{\tau_3} \int \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3} n(p_3) \langle 1'2'3'|W(1-P_{13}-P_{23})|123\rangle_{A_{12}}$$

Dependiente de la densidad de nucleones en el medio



Energía por nucleón

Carbone et al., Phys. Rev. **C** 88, 044302 (2013)

- Auto-energía de Hartree-Fock:

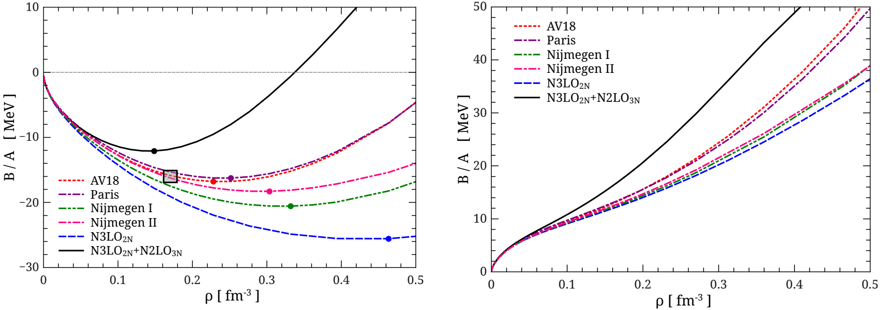
$$\Sigma_{HF}^{3N} = Tr_{\sigma_1} Tr_{\tau_1} Tr_{\sigma_2} Tr_{\tau_2} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} n(p_2) \langle 12 | \frac{1}{2} \tilde{V}^{3NF} (1 - P_{12}) | 12 \rangle_A$$

- Energía por nucleón:

$$B/A = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2 k_F^2}{m} + \frac{1}{2} \frac{3}{k_F^3} \int_0^{k_F} k^2 dk U(k) - \frac{1}{12} \frac{3}{k_F^3} \int_0^{k_F} k^2 dk \Sigma_{HF}^{3N}(k)$$

Energía por nucleón

$$B/A = \frac{3}{10}\frac{\hbar^2 k_F^2}{m} + \frac{1}{2}\frac{3}{k_F^3}\int_0^{k_F} k^2 dk U(k) - \frac{1}{12}\frac{3}{k_F^3}\int_0^{k_F} k^2 dk \Sigma_{HF}^{3N}(k)$$



Di-nucleones

En el vacío:

Lippmann-Schwinger ($V|\psi\rangle = T|\phi\rangle$)

$$T = V + V\frac{1}{z - \hat{K}}T = V + V\frac{1}{z - \hat{H}}V$$
$$= V + V\sum_{\beta}\frac{|\beta\rangle\langle\beta|}{z - \epsilon_\beta}V$$

Con ϵ_α la energía de un estado ligado (di-nucleón)

$$z \to \epsilon_\alpha + i\eta$$

$$\lim_{\eta\to 0} i\eta T(\epsilon_\alpha + i\eta) = V|\alpha\rangle\langle\alpha|V$$

En el medio:

Singularidades en canales $^1S_0$ y $^3SD_1$

$$g(\omega) = v + v\frac{Q}{\omega + i\eta - e_1 - e_2}g(\omega)$$

Singularidades identificadas al encontrar ceros de:

$$D_\alpha(K;\omega) \equiv det[1 - v_\alpha\Lambda_K(\omega)]$$

Regularización matriz g:

(Arellano et al.,Eur. Phys. J. A **51**, 7 (2015))

$$g(\omega) \to g(\omega) \times \frac{(\Delta\omega)^2}{(\Delta\omega)^2 + \eta^2}$$

Cerca de estado ligado:

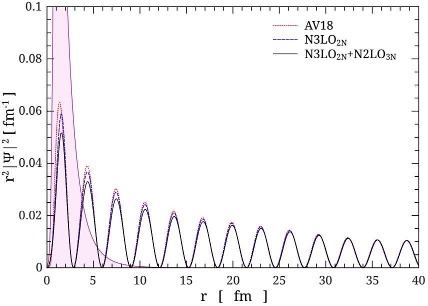
$$\lim_{\eta\to 0} i\eta g(\omega_{nn} + i\eta) = vQ|\psi\rangle\langle\psi|Qv$$

Función de onda de di-neutrones

Con estado ligado identificado se obtiene función de onda:

$$\lim_{\eta\to 0} i\eta g(\omega_{nn} + i\eta) = vQ|\psi\rangle\langle\psi|Qv \qquad (\hat{e}_1 + \hat{e}_2 + QvQ)|\psi\rangle = \omega_{nn}|\psi\rangle$$

$$\rightarrow \quad \langle k|\psi\rangle = \frac{\langle k|QvQ|\psi\rangle}{\omega_{nn} - e(k_a) - e(k_b)} \quad \rightarrow \quad \langle r|\psi\rangle = \int d^3k e^{ikr}\langle k|\psi\rangle$$



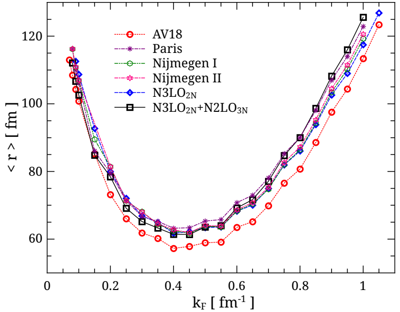
$k_F = 1.0 \text{ fm}^{-1}$

Di-neutrones en materia neutrónica

Tamaños:

$$F(s) = \int_0^\infty e^{-sr} |\Psi(r)|^2 r^2 dr$$

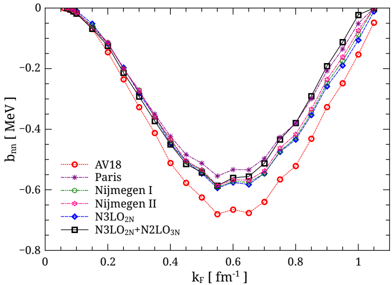
$$f(s) \equiv \frac{1}{s}\left[1 - \frac{F(s)}{\mathcal{N}}\right] \approx \langle r \rangle - \frac{1}{2}\langle r^2 \rangle s$$



Energías de ligazón:

$$b_{nn} = \omega - 2e(k_F)$$

Para di-neutrones con $K = 0$ (centro de masa en reposo):



Superfluidez

Ecuación de BCS para gap de energía superfluido:

$$\Delta(k) = -\sum_{k'} v_{kk'} \frac{\Delta(k')}{2E(k')}$$

$$E(k)^2 = (e(k) - \mu)^2 + \Delta^2 \qquad e(k) = \frac{k^2}{2m} + U(k)$$

Densidad normal:

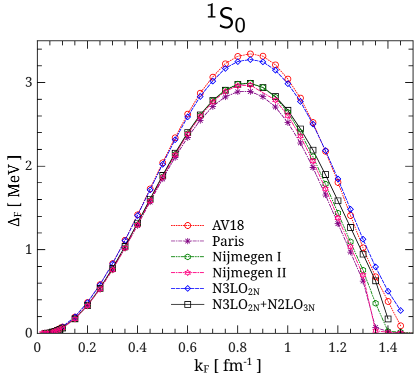
$$n(k) = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{e(k) - \mu}{E(k)}\right]$$

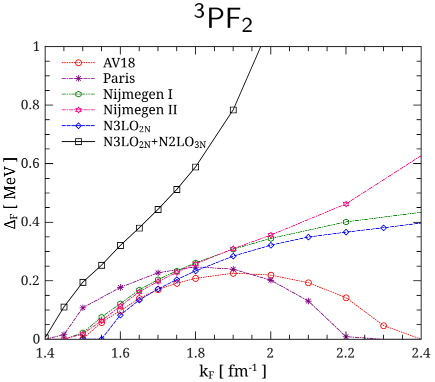
Densidad de nucleones:

$$\rho = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} n(k)$$

Superfluidez en materia neutrónica

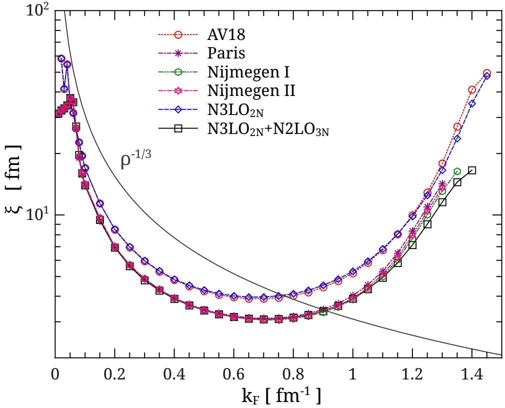
Gap de energía en k_F: $\Delta_F(k_F) = \Delta(k_F)$



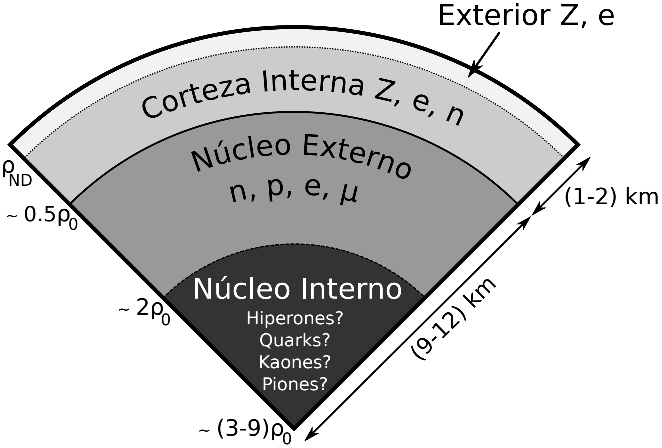


Densidad anómala: $\kappa_l(k) = \frac{\Delta_l(k)}{2E(k)}$

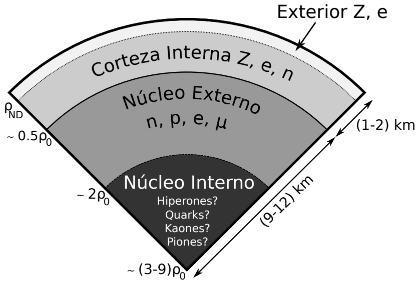
Distancia de coherencia: $\xi^2 = \frac{\int_0^\infty (\partial\kappa/\partial k) k^2 dk}{\int_0^\infty \kappa^2 k^2 dk}$



Estrellas de neutrones



Estrellas de neutrones



- Masa:
  $M \sim 1.5 M_\odot = 3 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
- Densidad:
  $\rho \approx 5 \times 10^{14}\mathrm{g\,cm^{-3}} \approx \rho_0$
- B/A:
  Ecuación de estado, abundancias, masa y radio.
- $m*$:
  Enfriamiento, Glitches (entrainment)
- Δ_F:
  Enfriamiento, Glitches

Ecuación de estado de materia β-estable

Densidad de energía:

$$\epsilon = \underbrace{\rho_p m_p c^2 + \rho_n m_n c^2 + \frac{B}{A}(\rho_p, \rho_n)\rho}_{\epsilon_{bariones}} + \underbrace{\frac{(3\pi^2 \rho_e)^{4/3}}{4\pi^2} + \frac{1}{\pi^2}\int_0^{k_{F,\mu}} \sqrt{\hbar^2 k^2 c^2 + m_\mu^2 c^4}\, k^2 dk}_{\epsilon_{leptones}}$$

Aproximación parabólica: $\beta = (\rho_n - \rho_p)/\rho$

$$\frac{B}{A}(\rho, \beta) \approx \frac{B}{A}_{MS}(\rho) + \beta^2 \left[\frac{B}{A}_{MN}(\rho) - \frac{B}{A}_{MS}(\rho)\right]$$

Parametrización:

$$B/A = \frac{K}{A} + a\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\alpha} + b\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\beta}$$

Presión:

$$P_i = \rho_i^2 \frac{\partial}{\partial \rho_i}\left(\frac{\epsilon_i}{\rho_i}\right) \qquad P = P_{bar} + P_{lep}$$

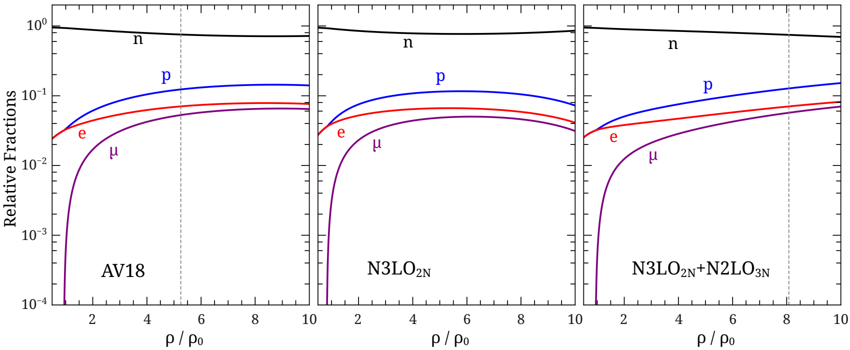
Ecuación de estado de materia β-estable

Potencial químico: $\mu_i = \partial\epsilon/\partial\rho_i$

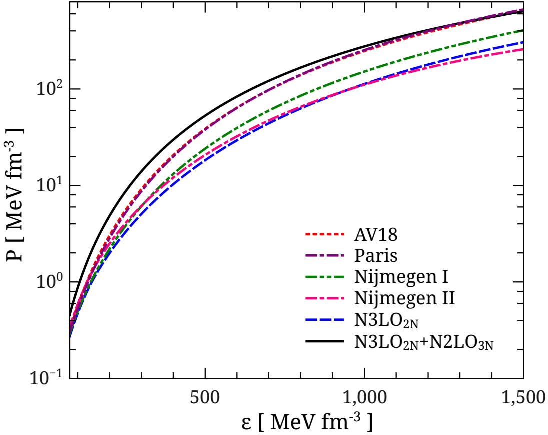
- Equilibrio β: $\mu_n = \mu_p + \mu_e$
- Neutralidad de carga: $\rho_p = \rho_e + \rho_\mu$ $\quad\rightarrow$
- Equilibrio leptónico: $\mu_e = \mu_\mu$

$$\rho_n(\rho), \rho_p(\rho), \rho_e(\rho), \rho_\mu(\rho)$$

$$\epsilon(\rho), P(\rho)$$



Ecuación de estado de materia β-estable



Core: β-estable

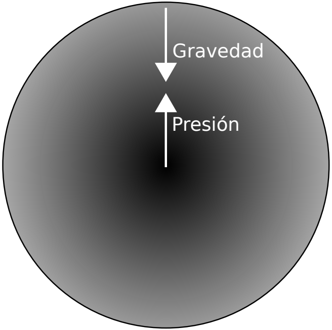
Crust: Feynman-Metropolis-Teller , Haensel- Zdunik-Dobaczewski y Negele-Vautherin

Ecuación de Tolman–Oppenheimer–Volkoff (TOV)

Equilibrio hidrostático para estrellas no rotantes:

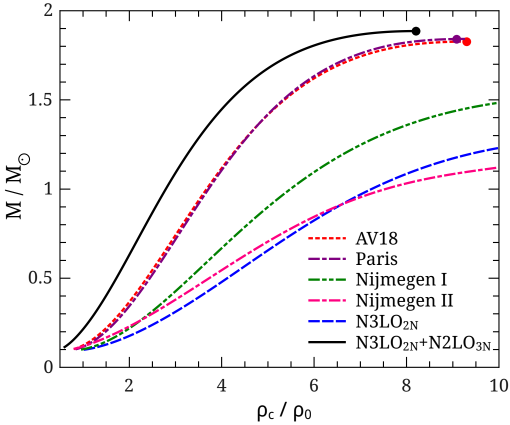
$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{Gm(r)\epsilon(r)}{r^2c^2}\left[1+\frac{P(r)}{\epsilon(r)}\right] \times \left[1+\frac{4\pi P(r)}{c^2m(r)}\right]\left[1-\frac{2Gm(r)}{rc^2}\right]^{-1}$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2\epsilon(r)/c^2$$

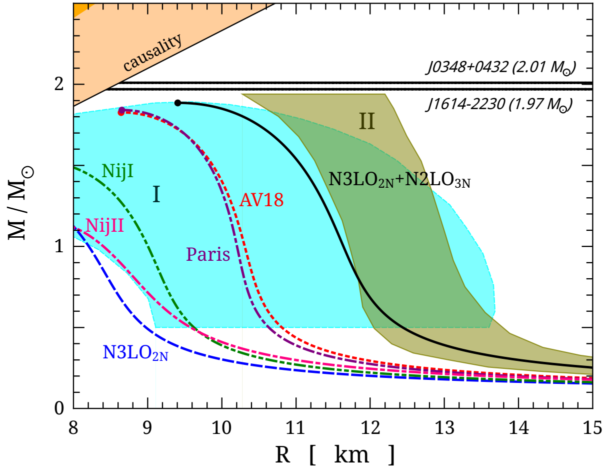


Al resolver ambas ecuaciones desde el centro de la estrella ($r = 0$) a partir de una presión central (densidad central ρ_c) hasta su superficie ($P = 0$), se obtiene una estrella con un radio R y masa M.

Ecuación de Tolman–Oppenheimer–Volkoff (TOV)



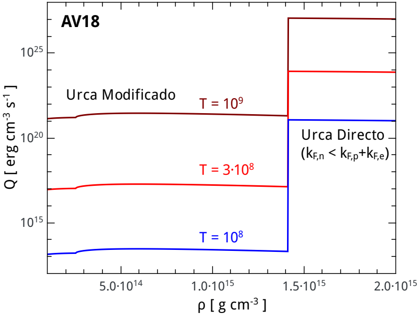
Relación masa-radio



I: 90% de confianza de la relación masa-radio de *NG 6397*. Heinke et al., MNRAS **444**, 443–456 (2014)
II: Observaciones de masa y radio de binarias de baja masa con rayos X usando modelos de atmósfera que incluyen hidrogeno y helio. Lattimer et al., ApJ **784** 123 (2014)

Enfriamiento de estrellas de neutrones

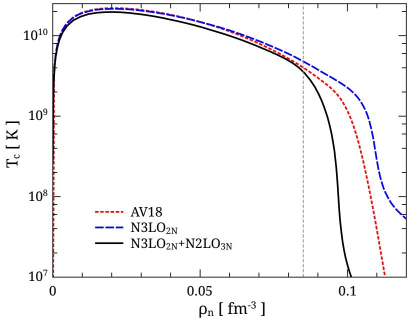
- Temperaturas iniciales del orden de 10^{11} K
- Emisión de neutrinos es principal fuente de enfriamiento
- Cálculos de evolución térmica $\rightarrow$ Curvas de enfriamiento
- Emisividad (Q), capacidad calórica (c_T) y conductividad térmica (κ) dependientes de la composición
- Superfluidez y masas efectivas de nucleones afectan evolución térmica

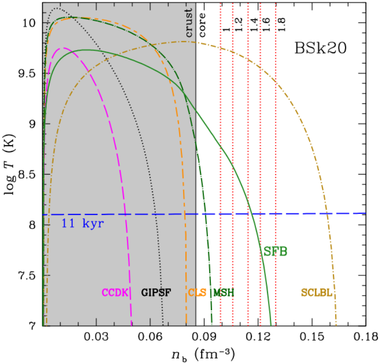


Efectos de superfluidez descritos a partir de temperatura crítica T_c

$^1S_0$: $\Delta_0/k_B T_c \sim 1.764$
$^3PF_2$: $\Delta_0/k_B T_c \sim 8.425$
Ho et al., Phys. Rev. C **91**, 015806 (2015)

Temperatura crítica superfluidez





Ho et al., Phys. Rev. C **91**, 015806 (2015)

Ecuaciones de evolución térmica

Balance de energía:

$$\frac{e^{-\lambda(r)-2\Phi(r)}}{4\pi^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(e^{2\Phi(r)}L(r)\right) = -Q(r) - \frac{c_T(r)}{e^{\Phi(r)}}\frac{\partial T(r)}{\partial t}$$

Transporte de energía:

$$\frac{L(r)}{4\pi\kappa(r)r^2} = e^{-\lambda(r)-\Phi(r)}\frac{\partial}{\partial r}\left(T(r)e^{\Phi(r)}\right)$$

donde

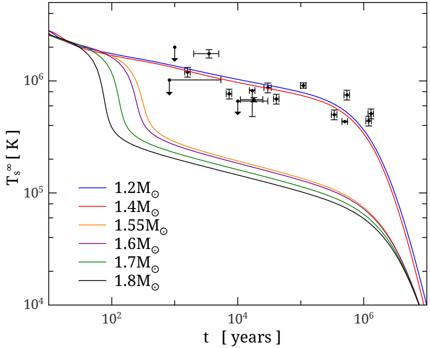
$$e^{-\lambda} = \sqrt{1-2Gm(r)/c^2 r}$$

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{1}{\epsilon(r)}\frac{dP}{dr}\left[1+\frac{P(r)}{\epsilon(r)}\right]^{-1}$$

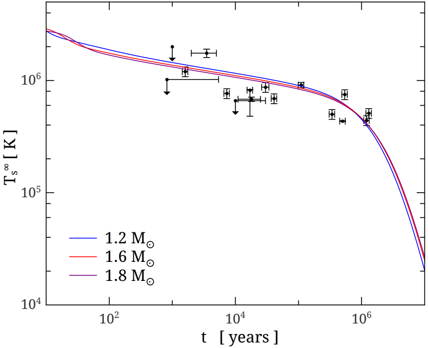
Condiciones de borde: $L(r=0)=0$, $L(r=R)=4\pi R^2\sigma_{SB}T^4(R)$

Curvas de enfriamiento

AV18:



$N3LO_{2N}$+$N2LO_{3N}$:



Datos observacionales: Yakovlev et al., AIP Conf.Proc. **983**, 379-387 (2008)

Conclusiones y trabajo futuro

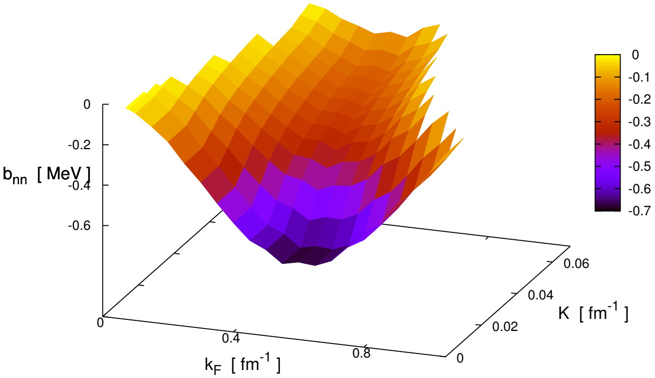
- Se han estudiado diversas propiedades de materia nuclear y de estrellas de neutrones utilizando un mismo esquema para materia nuclear
- No se ha logrado reproducir el punto de saturación de materia simétrica y no se han obtenido estrellas de neutrones de dos masas solares
- ¿Contacto entre superfluidez y di-nucleones?
- Cálculos de propiedades de materia nuclear con temperatura finita y para materia asimétrica

Materia nuclear y la ecuación de estado de estrellas de neutrones

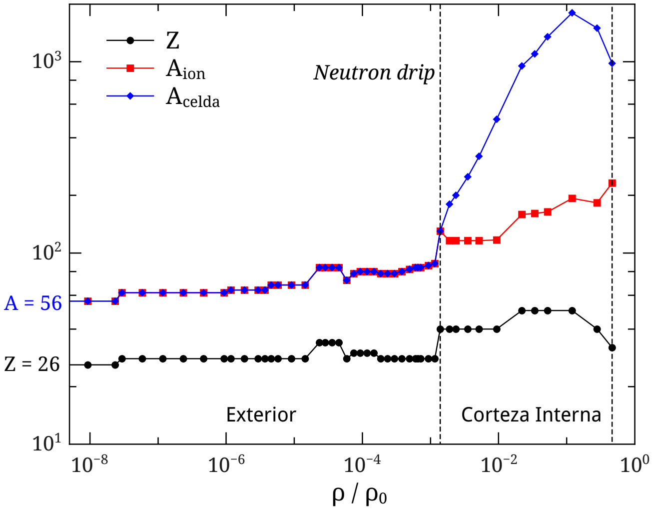
Felipe Isaule

Viernes 3 de Junio de 2015

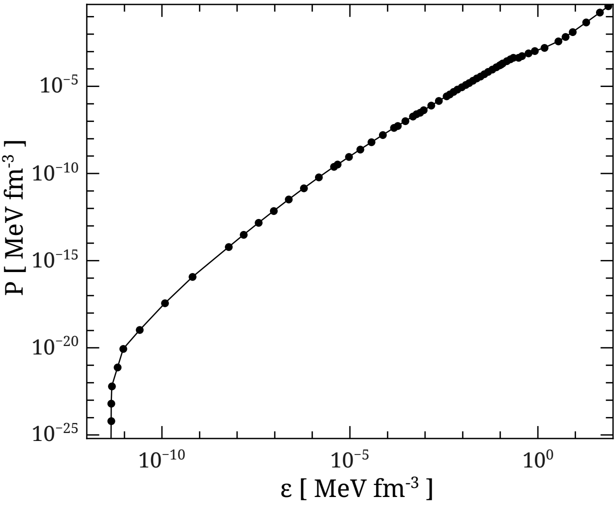
Energía de ligazón de di-neutrones



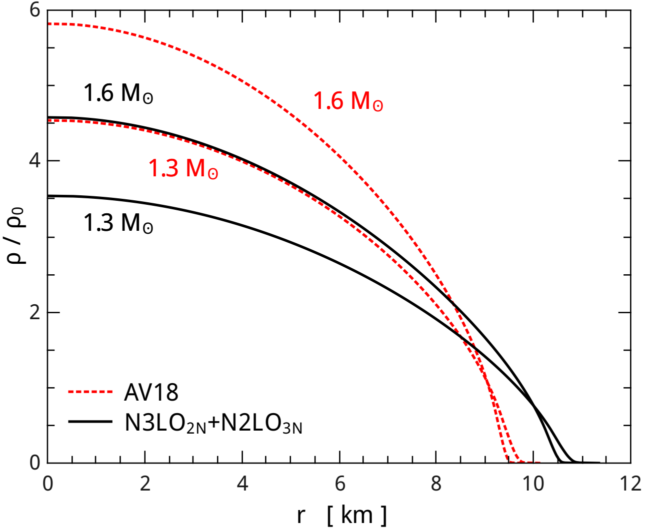
Corteza de estrellas de neutrones



Corteza de estrellas de neutrones



Perfil densidad interior de estrellas de neutrones



Emisividad de neutrinos

- Urca directo
  $(k_{F,n} < k_{F,p} + k_{F,e})$

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

$$p + e \rightarrow n + \nu_e$$

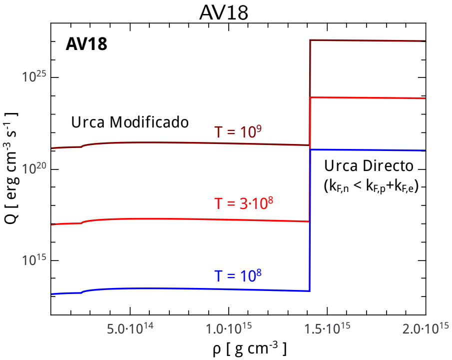
- Urca modificado

$$n + n \rightarrow p + n + e + \bar{\nu}_e$$

$$p + n + e \rightarrow n + n + \nu_e$$

$$n + p \rightarrow p + p + e + \bar{\nu}_e$$

$$p + p + e \rightarrow n + p + \nu_e$$



Procesos Urca

Urca directo:

$$Q^D = \frac{457\pi}{10080} G_F^2 cos^2\theta_C (1 + 3g_A^2) \frac{m_n^* m_p^* m_e^*}{\hbar^{10} c^3} (k_B T)^6 \Theta(k_{F,p} + k_{F,e} - k_{F,n})$$

Urca modificado:

$$Q^{Mn} = \frac{11513}{30240} \frac{G_F^2 cos^2\theta_C g_A^2 (m_n^*)^3 m_p^*}{2\pi} \left(\frac{f^\pi}{m_\pi}\right)^4 \frac{k_{F,p}(k_B T)^8}{\hbar^9 c^8} \alpha_n \beta_n$$

$$Q^{Mp} = Q^{Mn} \left(\frac{m_p^*}{m_n^*}\right) \frac{(k_{F,e} + 3k_{F,p} - k_{F,n})^2}{8k_{F,e} k_{F,p}} \Theta(3k_{F,p} + k_{F,e} - k_{F,n})$$

Superfluidez

- Superfluidez afecta emisividad y capacidad calórica

$$Q = Q_0 R_Q(\tau) \quad C = C_0 R_C(\tau)$$

$$\tau = T/T_c$$

- Proceso de emisión de neutrinos
- Efectos de superfluides descritos a partir de temperatura crítica
  No acoplado: $\Delta_0/k_B T_c \sim 1.764$
  Acoplado: $\Delta_0/k_B T_c \sim 8.425$

Ho et al., Phys. Rev. C **91**, 015806 (2015)