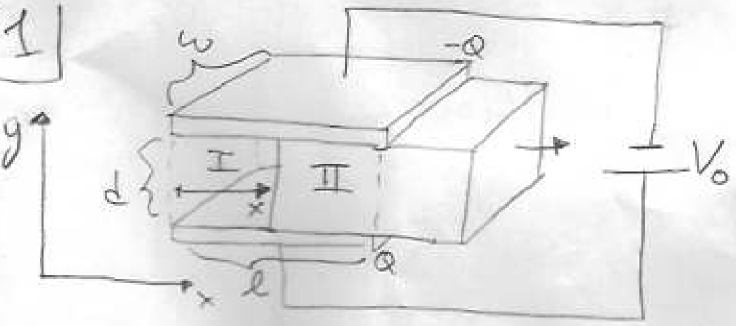
P1



El desplazamiento se produce debido a que el campo no va perfectamente en $\vec{y}$ (efector de borde).

Debido a que es dificil encontrar el campo en los bordes, podemos usar la energia. Si W es la energia:

$$\underbrace{dW}_{\text{cambio de trabajo}} = \underbrace{F_{ej}}_{\text{fuerza que hay que ejercer}} dx + \underbrace{V_0 dQ}_{\text{bateria}}$$

la fuerza eléctrica sobre el bloque:

$$F = -F_{ej} \Rightarrow F = -\frac{dW}{dx} + V_0 \frac{dQ}{dx}$$

la energia está dada por:

$$W = \frac{1}{2}\int \vec{E}\cdot\vec{D}\,dV \quad \text{con} \quad \vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

dado que el potencial es constante

$$V_0 = -E d \Rightarrow E = \frac{-V_0}{d}$$

entonces:

$$W = \frac{1}{2}\int \vec{E}\cdot\vec{D}\,dV = \frac{1}{2}\left[\varepsilon_0 \int_{I} E^2 dV + \varepsilon \int_{II} E^2 dV\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{d^{\cancel{2}}}\left[\varepsilon_0 x w \cancel{d} + \varepsilon (l-x) w \cancel{d}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{V_0^2 \varepsilon_0 w}{d}\left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} l - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1\right) x\right]$$

llamamos $\epsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ y $\chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1$:

$$V_0 = -Ed \Rightarrow E = \frac{-V_0}{d}$$

entonces:

$$W = \frac{1}{2}\int \vec{E}\cdot\vec{D}\,dV = \frac{1}{2}\left[\varepsilon_0 \int_{I} E^2 dV + \varepsilon \int_{II} E^2 dV\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{V_0^2}{d\cancel{^2}}\left[\varepsilon_0 x w \cancel{d} + \varepsilon(l-x) w \cancel{d}\right] =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{V_0^2 \varepsilon_0 w}{d}\left[\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} l - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1\right)x\right]$$

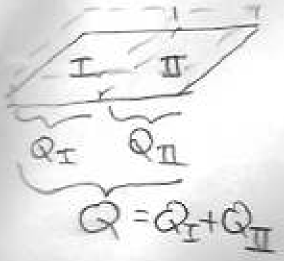
llamamos $\epsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$ y $\chi_e = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} - 1$:

$$W = \frac{1}{2}\frac{V_0^2 \varepsilon_0 w}{d}\left[\epsilon_r l - \chi_e x\right]$$

ahora falta la carga.

Usamos la forma más gral. de Gauss:

$$\oint \vec{E}\cdot ds = \frac{Q}{\varepsilon}$$



I. $x w \cdot \frac{V_0}{d} = \frac{Q_I}{\varepsilon_0} \Rightarrow Q_I = \frac{\varepsilon_0 x w V_0}{d}$

II. $(l-x) w \frac{V_0}{d} = \frac{Q_{II}}{\varepsilon} \Rightarrow Q_{II} = \frac{\varepsilon (l-x) w V_0}{d}$

$$\Rightarrow Q = \frac{V_0 w}{d}\left[\varepsilon_0 x + \varepsilon (l-x)\right] =$$

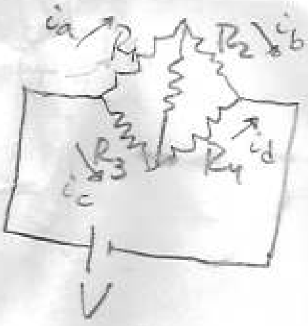
$$= \frac{V_0 w}{d}\left[\epsilon_r l - \chi_e x\right] = 2\frac{\omega}{V_0}$$

la fuerza:

$$F = -\frac{d\omega}{dx} + V_0 \frac{dQ}{dx} = -\frac{d\omega}{dx} + 2\frac{d\omega}{dx} = \frac{d\omega}{dx}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = -\frac{1}{2}\frac{V_0^2 \varepsilon_0 w}{d}\chi_e}$$

P2)



Primero necesitamos la condición de balance:

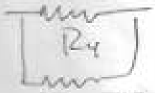
$$i_g=0 \Rightarrow \begin{array}{l} i_a=i_b \\ i_c=i_d \end{array}$$

$$V_1=V_3 \} \; R_1 i_a = R_3 i_c$$

$$V_2=V_4 \} \; R_2 \underbrace{i_a}_{i_b} = R_4 \underbrace{i_c}_{i_d}$$

de las últimas dos: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$ (*) $\Rightarrow R_4 = 10\,\Omega$

Si se remplaza: $R_3 \longrightarrow R_x$

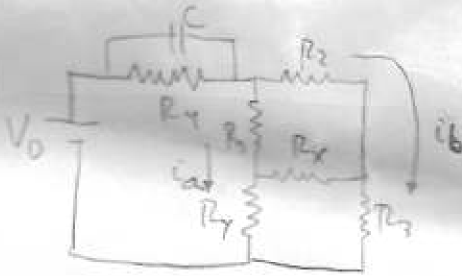
$R_4 \longrightarrow$  $\} \left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R}\right)^{-1} = \frac{R R_4}{R+R_4}$

$R = 1.0123 \cdot 10^4\,\Omega$

la condición de balance queda:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_x}{\left(\frac{R R_4}{R+R_4}\right)} \Rightarrow \boxed{R_x = 9.9901\,\Omega}$$

P3)



$i_x = 0$

a) ¿R_y?

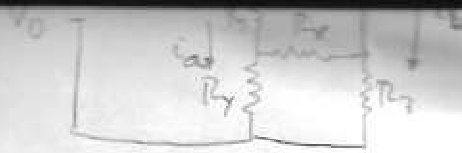
Al igual que en la P2: $\begin{array}{l} R_1 i_a = R_2 i_b \\ R_y i_a = R_3 i_b \end{array} \Rightarrow \frac{R_1}{R_y} = \frac{R_2}{R_3}$

$$\Rightarrow \boxed{R_y = \frac{R_1 R_3}{R_2}}$$

b) ¿Q en el condensador en regimen permanente?

En el regimen permanente no pasa corriete por el condensador

... el circuito a:



a) ¿R_y?

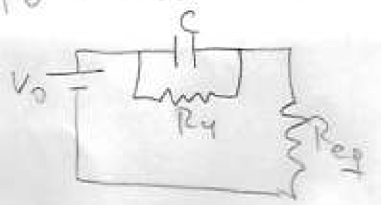
Al igual que en la P2: $\begin{matrix} R_1 i_a = R_2 i_b \\ R_y i_a = R_3 i_b \end{matrix} \Rightarrow \dfrac{R_1}{R_y} = \dfrac{R_2}{R_3}$

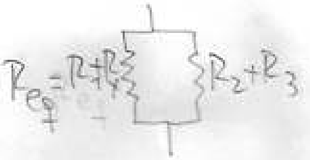
$$\Rightarrow \boxed{R_y = \frac{R_1 R_3}{R_2}}$$

b) ¿Q en el condensador en regimen permanente?

En el regimen permanente no pasa corriente por el condensador.

Podemos reducir el circuito a:





$$\Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1+R_y} + \frac{1}{R_2+R_3}$$

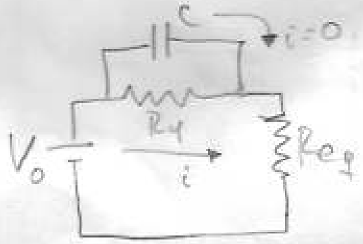
$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{(R_1+R_4)(R_2+R_3)}{R_2+R_3+R_1+R_4}$$

dado que $R_4 = \frac{R_1 R_3}{R_2}$

$$\Rightarrow R_{eq} = \frac{\left(R_1 + \frac{R_1 R_3}{R_2}\right)(R_2+R_3)}{R_2+R_3+R_1+\frac{R_1R_3}{R_2}} = \frac{\frac{R_1}{\cancel{R_2}}(R_2+R_3)^2}{\frac{1}{\cancel{R_2}}\left(R_2^2+R_2R_3+R_1R_2+R_1R_3\right)} =$$

$$= \frac{R_1(R_2+R_3)^{\cancel{2}}}{\cancel{(R_2+R_3)}(R_2+R_1)} = \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2},$$

Volviendo al circuito:



$$i = \frac{V_0}{R_4+R_{eq}}$$

usando que $C = \frac{Q}{V_c}$, con $V_c = R_4 \cdot i$

$$\Rightarrow Q = C \cdot V_c = C R_4 \cdot \frac{V_0}{R_4+R_{eq}} =$$

$$= C R_4 V_0 \frac{1}{R_4 + \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2}} = C R_4 V_0 \frac{R_1+R_2}{R_1R_4+R_2R_4+R_1(R_2+R_3)}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q = C V_0 \frac{R_4(R_1+R_2)}{R_4(R_1+R_2)+R_1(R_2+R_3)}}$$