Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI4001 Mecánica Cuántica

Auxiliar N° 4

Profesor: Hugo Arellano S.
Profesores auxiliar: Felipe Isaule

2 de Abril de 2015

P1.

a. Considere la ecuación de Schrödinger unidimensional

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V(x)\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \, .$$

Considere la definición para la función de ondas en espacio de momentum

$$\tilde{\psi}(k,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty} dx e^{-ikx}\psi(x,t) \, ,$$

Demuestre que $\tilde{\psi}$ satisface la siguiente ecuación

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m}\tilde{\psi} + N\int_{-\infty}^{\infty} dk' \, \tilde{V}(k-k')\psi(k',t) = i\hbar\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial t} \, .$$

Determine la constante N. Extienda este resultado al caso 3D.

b. Calcule $\tilde{V}$ para los siguientes potenciales:

- $V(x) = v_o\delta(x)\,;$
- $V(r) = g\exp(-\mu r)/r\,;$
- $V(r) = g/r\,;$
- $V(r) = g\exp(-r^2/a^2)\,.$

P2. Encuentre la energía de los estados ligados y la función de onda en espacio de momentum para el potencial $V(x) = -v_o\delta(x)$ usando el resultado de la pregunta 1.

P3. Considere una partícula m en el siguiente potencial:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| \leq a/2 \\ \infty & \text{si } |x| > a/2 \end{cases}$$

Encuentre los valores de expectación $\langle p\rangle_n$,$\langle p^2\rangle_n$,$\langle x\rangle_n$ y $\langle x^2\rangle_n$. Calcule Δp y Δx y verifique que $\Delta p\Delta x \geq \hbar/2$.