

Auxiliar N° 5

Profesor: Hugo Arellano S.
Profesores auxiliar: Felipe Isaule

8 de Abril de 2015

P1. Encuentre la ecuación de Schrödinger en espacio de momentum (problema 1 de la Auxiliar 4) usando la notación de Dirac.

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \tilde{\psi} + N \int_{-\infty}^{\infty} dk' \tilde{V}(k - k') \psi(k', t) = i\hbar \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial t}.$$

Considere que el potencial en espacio de coordenadas es de la forma $V(x, x') = v(x)\delta(x - x')$.

P2. Considere un potencial de la forma $\hat{V} = \lambda|\alpha\rangle\langle\alpha|$ tal que $f(x) = \langle x|\alpha\rangle$. Encuentre $\langle x'|\hat{V}|x\rangle$ y $\langle k'|\hat{V}|k\rangle$.

P3.

a) Sean A y B dos operadores que satisfacen

$$[A, B] = c,$$

donde c es un número complejo. Demuestre que

$$[A, e^B] = c e^B.$$

b) Considere dos operadores L y a . Pruebe que

$$e^{\hat{L}} \hat{a} e^{-\hat{L}} = \hat{a} + [\hat{L}, \hat{a}] + \frac{1}{2!} [\hat{L}, [\hat{L}, \hat{a}]] + \frac{1}{3!} [\hat{L}, [\hat{L}, [\hat{L}, \hat{a}]]] + \dots$$

P4. Sean A, B y C operadores hermíticos que satisfacen

$$AB - BA = iC.$$

Demuestre que $(\Delta A)(\Delta B) \geq \langle C \rangle / 2$

P5. Una matriz hermítica M tiene a $+1$ y -1 como valores propios. Encuentre M .

P6. El hamiltoniano de cierto sistema de dos niveles está dado por

$$\hat{H} = \epsilon(|a\rangle\langle a| - |b\rangle\langle b| + |a\rangle\langle b| + |b\rangle\langle a|)$$

con $|a\rangle$ y $|b\rangle$ ortonormales y ϵ es una constante con dimensiones de energía.

Demuestre que \hat{H} es hermítico y encuentre las autoenergías y autovectores $|\phi_i\rangle$

Propuestos: Problemas 13-17, 19-31 del apunte de clases.