



FACULTAD DE FÍSICA  
PONTIFICIA UNIVERSIDAD  
CATÓLICA DE CHILE

# Dinámica (FIS1514)

## Roce viscoso

---

**Felipe Isaule**

felipe.isaule@uc.cl

Lunes 11 de Septiembre de 2023

# Resumen clase anterior

- Presentamos la **Ley de Hooke** para describir fuerzas de **restitución elásticas**.

# Clase de hoy

- Roce viscoso.
- Ejemplos.

# Clase de hoy

- **Roce viscoso.**
- Ejemplos.

# Fuerza de roce viscoso

- El **roce viscoso** corresponde a la **resistencia** que ejerce un **fluido** al movimiento de una partícula en la **dirección del movimiento**.

$$\vec{F}_v = -c v^n \hat{v},$$

donde  $c$  es la **constante de viscosidad** y  $n$  es un parámetro que depende del fluido y del movimiento.

- En particular, a **velocidades bajas** la fuerza viscosa es **lineal** con la rapidez:

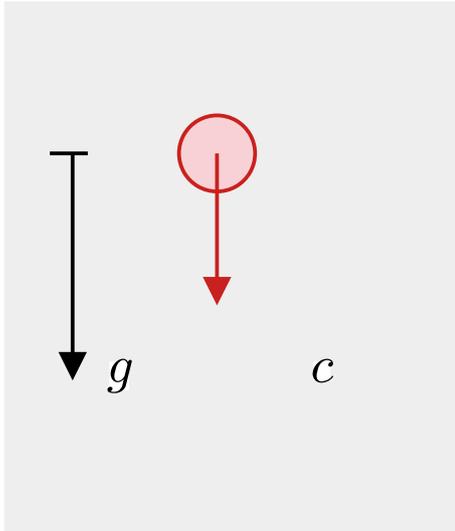
$$\vec{F}_v = -c\vec{v}.$$

# Clase de hoy

- Roce viscoso.
- **Ejemplos.**

# Ejemplo: Cuerpo que cae por el aire

- Un cuerpo de masa  $m$  cae por el aire y es afectado por la **gravedad** y la **viscosidad**  $c$  del aire. Encuentre la **ecuación de movimiento** y la **velocidad** con respecto al tiempo si el cuerpo es soltado desde el **reposo**.



## Ecuaciones de movimiento

$$F_y = F_v - mg = ma_y$$

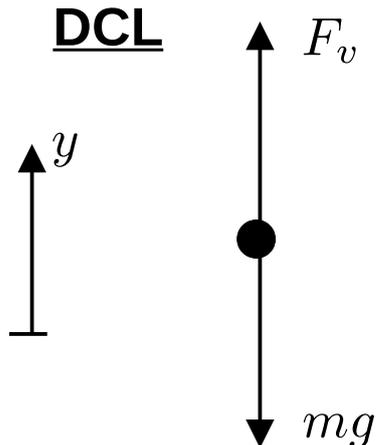
$$F_v = -cv \quad \longrightarrow \quad \boxed{-cy - mg = m\ddot{y}}$$

Intentamos encontrar  $v(t)$   $\longrightarrow$

$$m \frac{dv}{dt} = -cv - mg$$

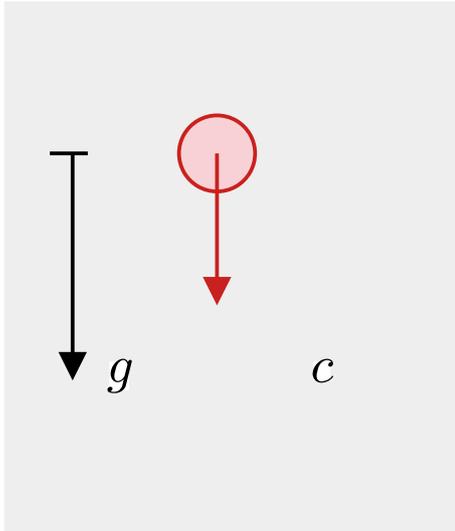
$$\int_0^v \frac{dv'}{v' + mg/c} = - \int_0^t \frac{c}{m} dt'$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{v(t) = \frac{mg}{c} \left( e^{-ct/m} - 1 \right)}$$

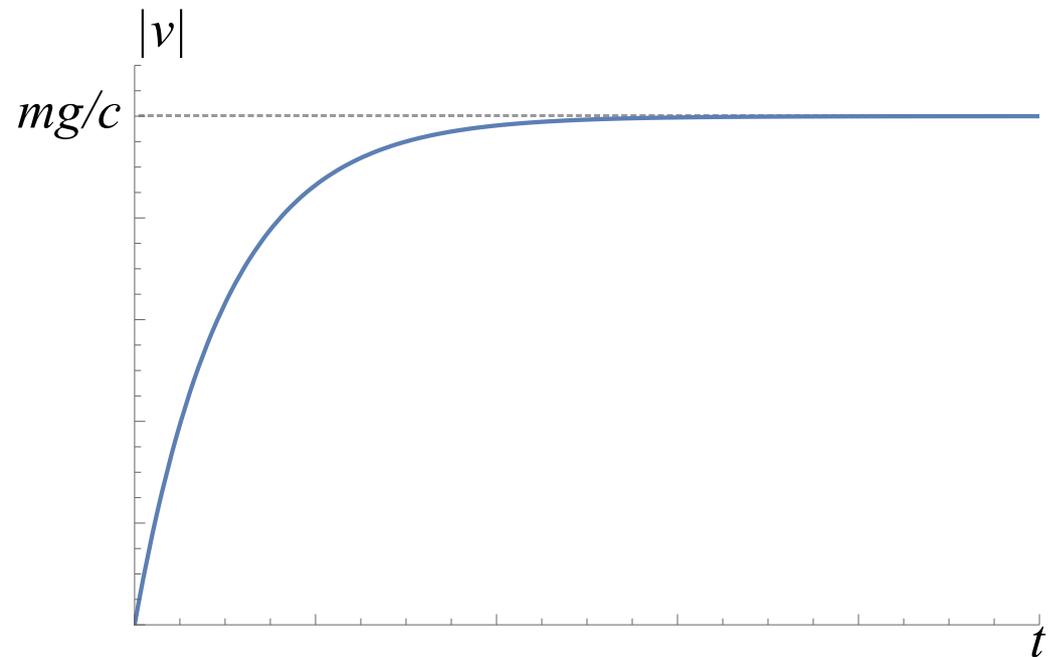
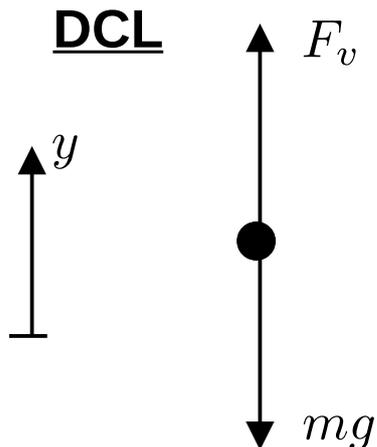


# Ejemplo: Cuerpo que cae por el aire

- Un cuerpo de masa  $m$  cae por el aire y es afectado por la **gravedad** y la **viscosidad**  $c$  del aire. Encuentre la **ecuación de movimiento** y la **velocidad** con respecto al tiempo si el cuerpo es soltado desde el **reposo**.



$$\rightarrow \boxed{v(t) = \frac{mg}{c} \left( e^{-ct/m} - 1 \right)}$$



La rapidez alcanza un máximo. Es decir, la **aceleración tiende a cero**.

# Ejemplo: Cuerpo que es lanzado en el aire

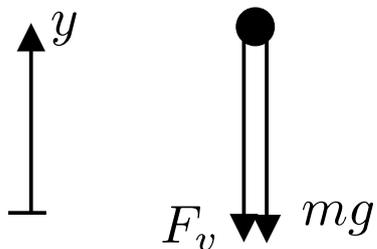
- Un cuerpo de masa  $m$  es lanzado **verticalmente hacia arriba** con **rapidez inicial**  $v_0$  y en presencia de la **gravedad** terrestre. El aire ejerce un **roce viscoso**  $F = -cv$ . El movimiento del cuerpo es vertical. Determine:
  - El **tiempo** que tarda la partícula en llegar a su **punto más alto**.
  - La **altura máxima** que alcanza el cuerpo.

Hint: 
$$\int \frac{x}{x+A} dx = x - A \ln(A+x)$$

# Ejemplo: Cuerpo que es lanzado en el aire

- Un cuerpo de masa  $m$  es lanzado **verticalmente hacia arriba** con **rapidez inicial**  $v_0$  y en presencia de la **gravedad** terrestre. El aire ejerce un **roce viscoso**  $F = -cv$ . El movimiento del cuerpo es vertical. Determine:
  - El **tiempo** que tarda la partícula en llegar a su **punto más alto**.

## DCL



## Ecuaciones de movimiento

$$F_y = F_v - mg = ma_y$$

$$F_v = -cv \quad \longrightarrow \quad \boxed{-c\dot{y} - mg = m\ddot{y}}$$

Igual al ejemplo anterior pero con límites de integración distintos.

$$\longrightarrow \int_{v_0}^v \frac{dv'}{v' + mg/c} = - \int_0^t \frac{c}{m} dt' \quad \longrightarrow \quad v(t) = \left( v_0 + \frac{mg}{c} \right) e^{-\frac{ct}{m}} - \frac{mg}{c}$$

Altura máxima :  $v^* = 0$

$$\longrightarrow \quad \boxed{t^* = \frac{m}{c} \ln \left( \frac{v_0 + mg/c}{mg/c} \right)}$$

# Ejemplo: Cuerpo que es lanzado en el aire

- Un cuerpo de masa  $m$  es lanzado **verticalmente hacia arriba** con **rapidez inicial**  $v_0$  y en presencia de la **gravedad** terrestre. El aire ejerce un **roce viscoso**  $F = -cv$ . El movimiento del cuerpo es vertical. Determine:
  - La **altura máxima** que alcanza el cuerpo.

$$-cy - mg = m\ddot{y} \quad \longrightarrow \quad \int_0^y dy' = -\frac{m}{c} \int_{v_0}^v \frac{v' dv'}{v' + mg/c}$$

$$\ddot{y} = \frac{dy'}{dy} \dot{y}$$

$$\longrightarrow \quad y = \frac{m}{c} \left[ v_0 - v + \frac{mg}{c} \ln \left( \frac{mg/c + v}{mg/c + v_0} \right) \right]$$

Altura máxima :  $v^* = 0$

$$\longrightarrow \quad y_{\max} = \frac{m}{c} \left[ v_0 + \frac{mg}{c} \ln \left( \frac{mg/c}{mg/c + v_0} \right) \right]$$

Hint:  $\int \frac{x}{x+A} dx = x - A \ln(A+x)$

# Ejemplo: Cuerpo que es lanzado en el aire

- Un cuerpo de masa  $m$  es lanzado **verticalmente hacia arriba** con **rapidez inicial**  $v_0$  y en presencia de la **gravedad** terrestre. El aire ejerce un **roce viscoso**  $F = -bv$ . El movimiento del cuerpo es vertical. Determine:
  - El **tiempo** que tarda la partícula en llegar a su **punto más alto**.
  - La **altura máxima** que alcanza el cuerpo.
  - **Tarea:** Resolver estos problemas con otras fuerzas de roce, por ejemplo  $F = -bv^2$ .

# Resumen

- Hemos definido la fuerza de **roce viscoso**.
- Hemos resuelto ejemplos con roce viscoso lineal.
- Próxima clase:
  - Roce estático y dinámico.