



FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Potencia y eficiencia

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 11 de Octubre de 2023

Resumen clase anterior

- Definimos la **energía potencial**.
- Presentamos el concepto de **conservación de la energía**.
- Definimos **fuerzas conservativas y no conservativas**.

Clase de hoy

- Potencia.
- Eficiencia.

Clase de hoy

- **Potencia.**
- Eficiencia.

Potencia

- La “*capacidad*” de una maquina es medida por su **tasa de generación de trabajo o energía**.
- Es decir, una **mejor maquina** puede genera **más energía** y en **menor tiempo**.
- La tasa en que se genera trabajo es medida por la **potencia**

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Potencia

- También podemos escribir

$$P = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \longrightarrow \quad \boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{v}}$$

- La potencia es un **escalar**.
- En el SI se mide en **Watts**:

$$W = \frac{J}{s} = \text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$$

Ejemplo 1

- Si un cuerpo que se mueve en una **recta** es afectado por una fuerza de **roce viscoso** $F = -\gamma v^n$, encuentre la **potencia instantánea** asociada al roce.

Ejemplo 1

- Si un cuerpo que se mueve en una **recta** es afectado por una fuerza de **roce viscoso** $F = -\gamma v^n$, encuentre la **potencia instantánea** asociada al roce.

El trabajo realizado por el roce:

$$dW = -\gamma v^n dx$$

Entonces la potencia:

$$\longrightarrow P = \frac{dW}{dt} = -\gamma v^n \frac{dx}{dt} \boxed{= -\gamma v^{n+1}}$$

Ejemplo 2

- Un vehículo de **masa** m se mueve **rectilíneamente** impulsado por su **motor**. Además de la fuerza del motor, sobre el vehículo actúa la fuerza de **roce viscoso** $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$. El vehículo acelera impulsado por su motor que provee una **potencia constante** P_0 y alcanza asintóticamente una situación estacionaria donde se mueve a **velocidad constante** V_0 .
 - Determine V_0 .
 - En un cierto instante, estando el vehículo moviéndose con velocidad V_0 , el motor acelera su motor a una potencia $2P_0$. Encuentre como varía la velocidad.

Ejemplo 2

- Un vehículo de **masa** m se mueve **rectilíneamente** impulsado por su **motor**. Además de la fuerza del motor, sobre el vehículo actúa la fuerza de **roce viscoso** $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$. El vehículo acelera impulsado por su motor que provee una **potencia constante** P_0 y alcanza asintóticamente una situación estacionaria donde se mueve a **velocidad constante** V_0 .
- Determine V_0 .

La energía cinética:

$$T = \frac{1}{2}mv^2$$

El cambio de energía cinética es igual al cambio de trabajo:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dW}{dt} = P_{\text{total}}$$

Tanto el motor como el roce realizan trabajo:

$$\begin{aligned} P_{\text{total}} &= P_0 + P_r \\ &= P_0 - \gamma v^2 \end{aligned}$$

Ejemplo anterior

$$\longrightarrow \frac{dT}{dt} = mv \frac{dv}{dt} = P_0 - \gamma v^2$$

En la solución estacionaria $v=V_0=\text{cte}$.

$$\longrightarrow \boxed{V_0 = \sqrt{P_0/\gamma}}$$

Ejemplo 2

- Un vehículo de **masa** m se mueve **rectilíneamente** impulsado por su **motor**. Además de la fuerza del motor, sobre el vehículo actúa la fuerza de **roce viscoso** $\vec{F} = -\gamma\vec{v}$. El vehículo acelera impulsado por su motor que provee una **potencia constante** P_0 y alcanza asintóticamente una situación estacionaria donde se mueve a **velocidad constante** V_0 .
 - En un cierto instante, estando el vehículo moviéndose con velocidad V_0 , el motor acelera su motor a una potencia $2P_0$. Encuentre como varía la velocidad.

Con la nueva potencia tenemos que:

$$mv \frac{dv}{dt} = 2P_0 - \gamma v^2$$

Integramos:

$$\int_{V_0}^v \frac{v' dv'}{2P_0 - \gamma v'^2} = \int_0^t \frac{dt'}{m}$$

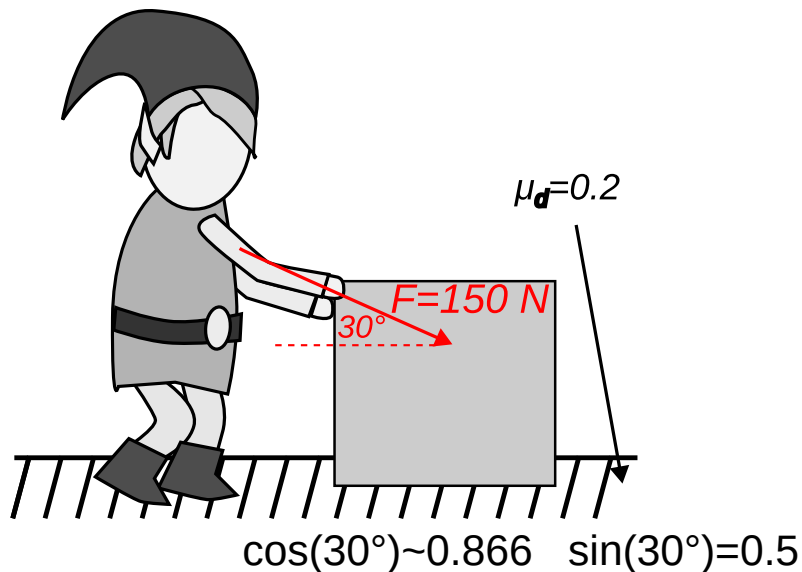
$$-\frac{1}{2\gamma} \ln \left(\frac{2P_0 - \gamma v^2}{2P_0 - \gamma V_0^2} \right) = \frac{t}{m}$$

Después de un algebra, obtenemos:

$$v(t) = \sqrt{\frac{P_0}{\gamma}} (2 - e^{-2\gamma t/m})$$

Ejemplo 3

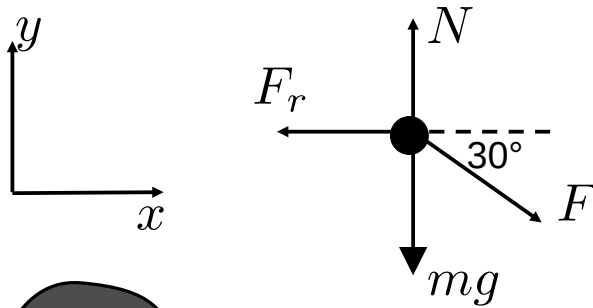
- Un bloque de **masa** 50 kg es empujado desde el **reposo** con una **fuerza** de 150 N por una superficie con un coeficiente de **roce dinámico** de $\mu_d=0.2$. Considerando que la fuerza es aplicada con un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal, encuentre la **potencia** suministrada en un **tiempo** $t=4s$.



Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** 50 kg es empujado desde el **reposo** con una **fuerza** de 150 N por una superficie con un coeficiente de **roce dinámico** de $\mu_d=0.2$. Considerando que la fuerza es aplicada con un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal, encuentre la **potencia** suministrada en un **tiempo** $t=4s$.

DCL



Ecuaciones de movimiento

$$x : F_x = F \cos 30^\circ - F_r = ma_x$$

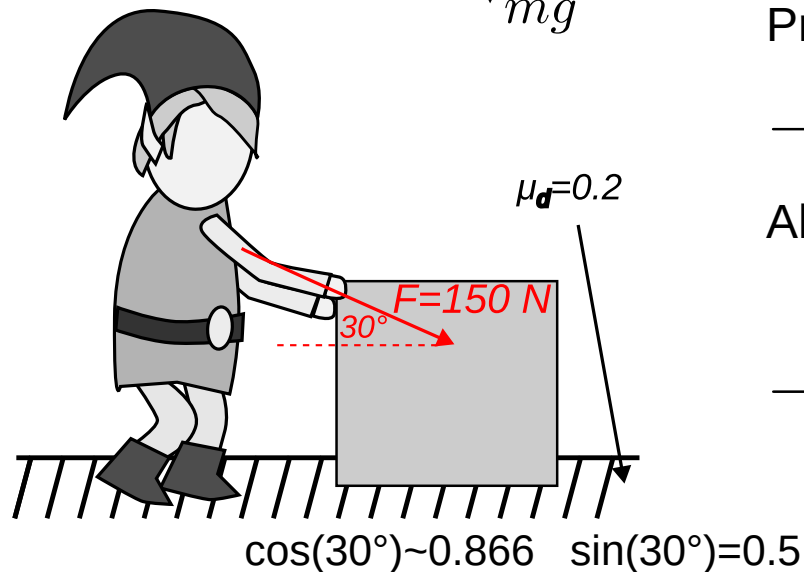
$$y : F_y = N - mg - F \sin 30^\circ = 0$$

Primero calculamos la normal para la fuerza de roce:

$$\longrightarrow N = mg + F \sin 30 = 565N$$

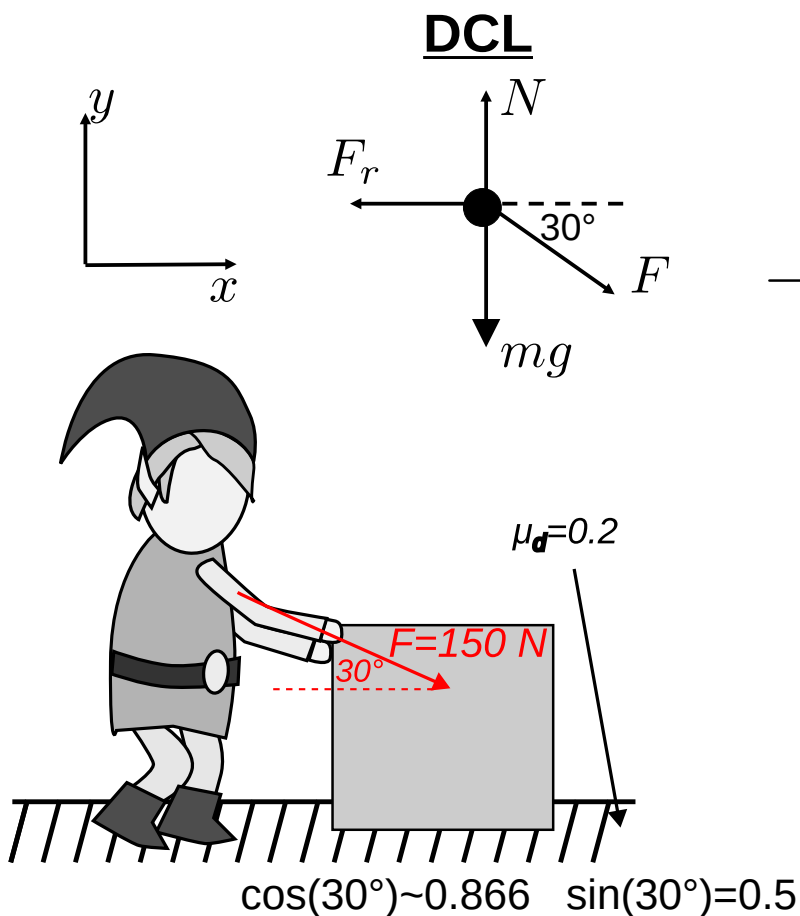
Ahora podemos obtener la aceleración en x:

$$\longrightarrow a_x = \frac{F}{m} \cos 30^\circ - \mu_d \frac{N}{m} \approx 0.34m/s^2$$



Ejemplo 3

- Un bloque de **masa** 50 kg es empujado desde el **reposo** con una **fuerza** de 150 N por una superficie con un coeficiente de **roce dinámico** de $\mu_d=0.2$. Considerando que la fuerza es aplicada con un **ángulo** de 30° con respecto a la horizontal, encuentre la **potencia** suministrada en un **tiempo** $t=4s$.



$$a_x \approx 0.34\text{m/s}^2$$

La velocidad se obtiene del movimiento rectilíneo:

$$\rightarrow v_x = v_{x,0} + a_x t$$

En $t=4s$:

$$v_x = 1.36\text{m/s}$$

Entonces la potencia:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = (F \cos 30^\circ \hat{i} - F \sin 30^\circ \hat{j}) \cdot v_x \hat{i}$$

En $t=4s$:

$$P \approx 177\text{W}$$

Clase de hoy

- Potencia.
- **Eficiencia.**

Eficiencia

- La **tasa** de trabajo realizado **por** una maquina **sobre** un cuerpo se llama **eficiencia mecánica**.

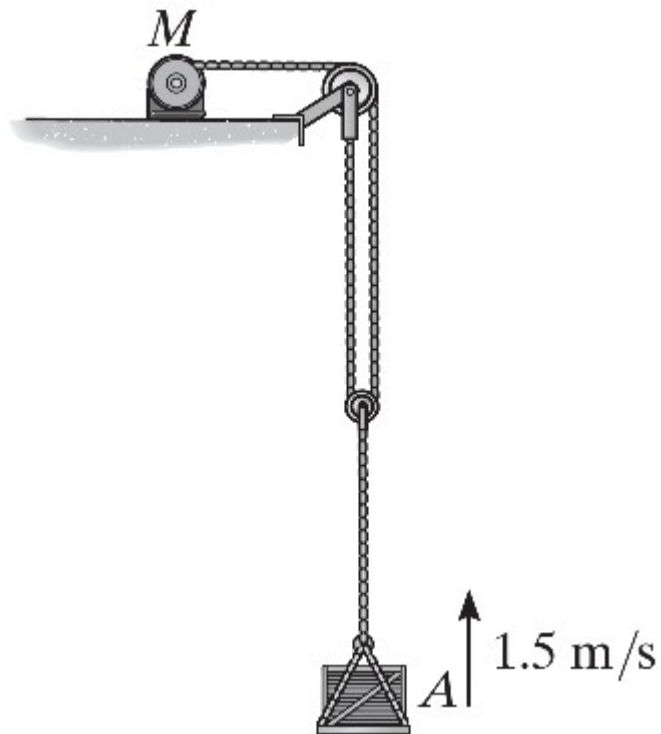
$$e_m = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}}$$

- La eficiencia es $e_m=1$ cuando el proceso no pierde energía.
- Sin embargo, **en la práctica la eficiencia siempre es menor que uno** ya que siempre **se pierde energía** en forma de calor.
- Si además consideramos una **eficiencia eléctrica** e_e y **eficiencia térmica** e_t , la eficiencia total es

$$e = e_m e_e e_t$$

Ejemplo 4

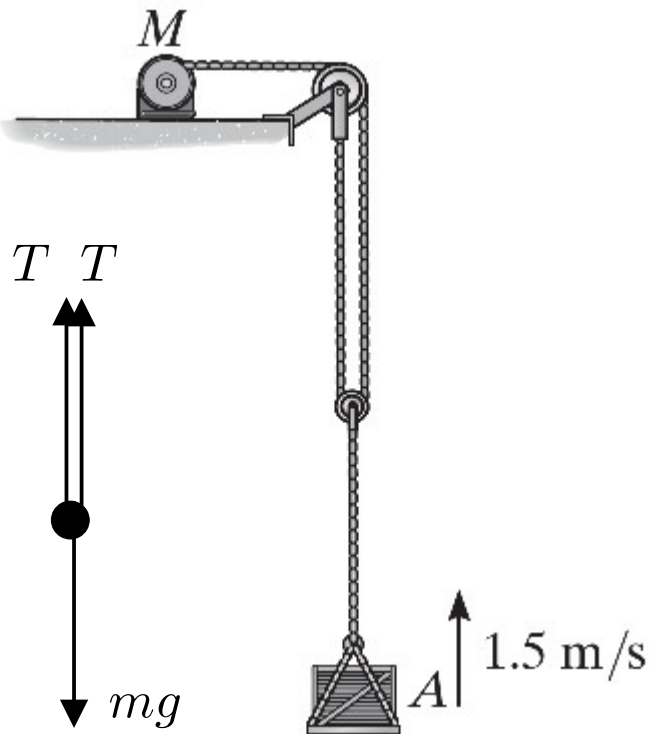
- El motor M eleva la carga A de 50 kg a una **velocidad constante** de $v=1.5$ m/s. Determine la **potencia de entrada** del motor si opera con una **eficiencia** de $\varepsilon=0.8$.



Ejemplo 4

- El motor M eleva la carga A de 50 kg a una **velocidad constante** de $v=1.5$ m/s. Determine la **potencia de entrada** del motor si opera con una **eficiencia** de $\varepsilon=0.8$.

Primero notamos que la fuerza F ejercida por el motor es igual a la mitad del peso debido a que la velocidad es constante.



La potencia de salida:

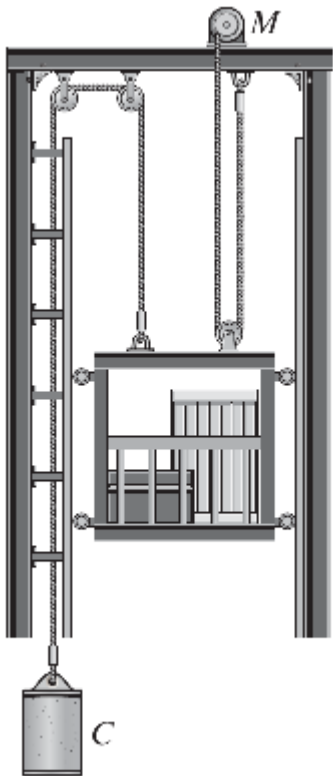
$$P_{\text{salida}} = \vec{F} \cdot \vec{v} = mgv/2 = 367\text{W}$$

Utilizando la ecuación de eficiencia:

$$e_m = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}} \longrightarrow P_{\text{entrada}} \approx 460\text{W}$$

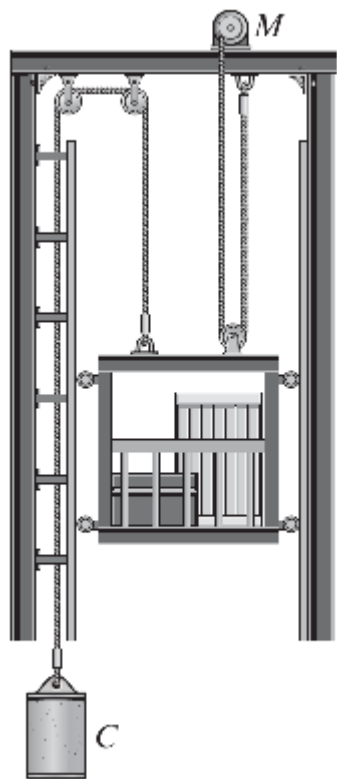
Ejemplo 5

- La **masa m_a** total del **ascensor y la carga** es de 800 kg y la masa m_c del **contrapeso C** es de 150 kg. Si la **velocidad ascendente** del ascensor **aumenta de manera uniforme** de 0.5 m/s a 2 m/s en 1s, determine la **potencia** generada por el motor M cuando la velocidad es 2 m/s. El motor opera con una **eficiencia** de $\varepsilon=0.8$.

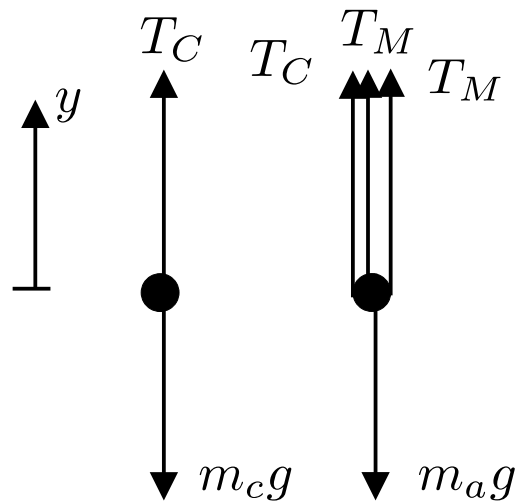


Ejemplo 5

- La **masa** m_a total del **ascensor y la carga** es de 800 kg y la masa m_c del **contrapeso C** es de 150 kg. Si la **velocidad ascendente** del ascensor **aumenta de manera uniforme** de 0.5 m/s a 2 m/s en 1s, determine la **potencia** generada por el motor M cuando la velocidad es 2 m/s. El motor opera con una **eficiencia** de $\varepsilon=0.8$.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$F_c = T_c - m_c g = m_c a_c$$

$$F_a = 2T_M + T_c - m_a g = m_a a_a$$

Ligaduras $a_a = -a_c$

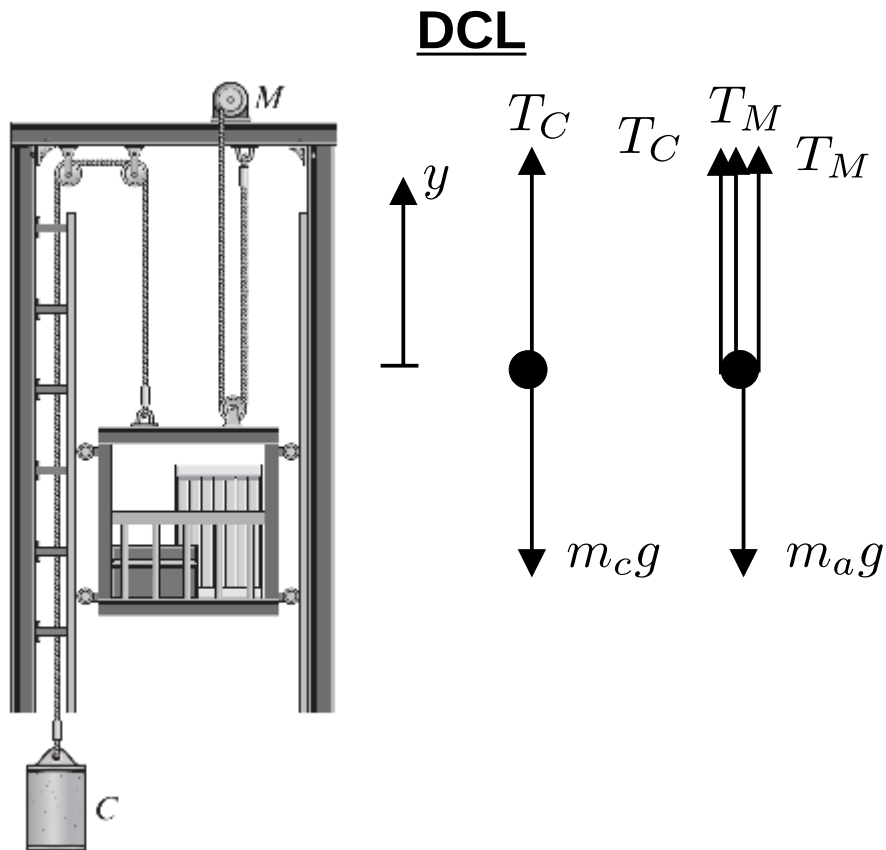
Aceleración:

$$a_a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2.0 - 0.5 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

$$\longrightarrow T_c = 1245 \text{ N}, \quad T_M = 3897.5 \text{ N}$$

Ejemplo 5

- La **masa** m_a total del **ascensor y la carga** es de 800 kg y la masa m_c del **contrapeso C** es de 150 kg. Si la **velocidad ascendente** del ascensor **aumenta de manera uniforme** de 0.5 m/s a 2 m/s en 1s, determine la **potencia** generada por el motor M cuando la velocidad es 2 m/s. El motor opera con una **eficiencia** de $\varepsilon=0.8$.



$$T_c = 1245\text{N}, \quad T_M = 3897.5\text{N}$$

La potencia de salida:

$$P_{\text{salida}} = \vec{F} \cdot \vec{v} = 2T_M v = 15590\text{W}$$

La potencia del motor:

$$e_m = \frac{P_{\text{salida}}}{P_{\text{entrada}}}$$

→

$$P_{\text{entrada}} \approx 19487\text{W} \approx 19.5\text{kW}$$

Resumen

- Hemos introducido el concepto de **potencia**.
- Revisamos ejemplos de sistemas mecánicos con potencia.
- Definimos la **eficiencia** mecánica.
- Próxima clase:
 - Movimiento armónico simple.