FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Impulso y momentum

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Lunes 23 de Octubre de 2023

Resumen clase anterior

- Revisamos el ejemplo del **péndulo simple**.
- Definimos la aproximación de **pequeñas oscilaciones**.
- Terminamos la unidad de **trabajo y energía**.

Clase de hoy

- Impulso y momentum
- Conservación de momentum

Clase de hoy

- **Impulso y momentum**
- Conservación de momentum

Segunda Ley de Newton y momentum lineal

- La **segunda Ley de Newton** dice que la **fuerza total** aplicada a un cuerpo satisface

$$\vec{F}_{\mathrm{tot}} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \dot{\vec{p}}$$

donde $\vec{p}$ es el **momentum lineal** o cantidad de movimiento.

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v}}$$

- En SI tiene unidades de

$$\mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Impulso

- Reordenando la segunda Ley de Newton

$$\vec{F}_{\text{tot}} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \longrightarrow \qquad \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{\text{tot}} dt = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p}$$

- A la integral de la fuerza con respecto al tiempo la llamamos **impulso**:

$$\boxed{\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{\text{tot}} dt}$$

- Si las fuerzas son **independientes del tiempo**, el impulso en un intervalo de tiempo es:

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}_{\text{tot}} \Delta t}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

Principio de impulso y momentum

- La **diferencia de momentum** en un **intervalo de tiempo** es igual al impulso

$$\boxed{\vec{I} = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \Delta\vec{p}}$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

- Si la **masa** de un cuerpo es **constante**

$$\vec{p}(t) = m\vec{v}(t)$$

- En este caso el **impulso** es igual a la **diferencia de rapidez** por la masa

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}}$$

- El impulso tiene unidades de momentum. En SI: $\mathrm{kg}\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

Principio de impulso y momentum

- Como el impulso y momentum son **cantidades vectoriales**, podemos igual por componentes

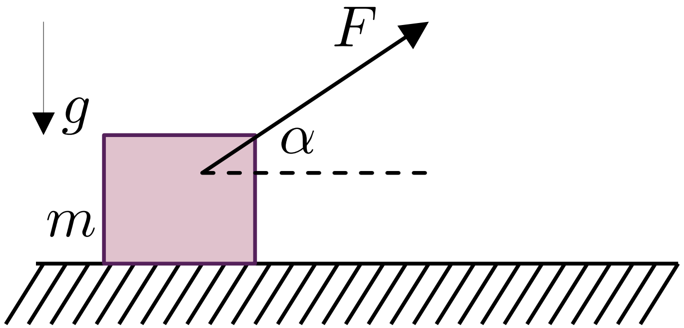
$$I_x = \int_{t_1}^{t_2} F_{x,\mathrm{tot}} dt = m\Delta v_x$$

$$I_y = \int_{t_1}^{t_2} F_{y,\mathrm{tot}} dt = m\Delta v_y$$

$$I_z = \int_{t_1}^{t_2} F_{z,\mathrm{tot}} dt = m\Delta v_z$$

Ejemplo

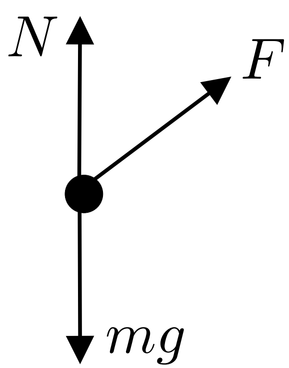
- Un bloque de **masa** m se encuentra en **reposo** en una superficie horizontal sin roce. Si el bloque es **arrastrado horizontalmente** durante un **tiempo** T por una **fuerza constante** de **magnitud** F que forma un **ángulo** α con la superficie, encuentre:
  - La **velocidad** alcanzada por el bloque luego de ser arrastrada.
  - La **normal** ejercida sobre el bloque en ese intervalo.

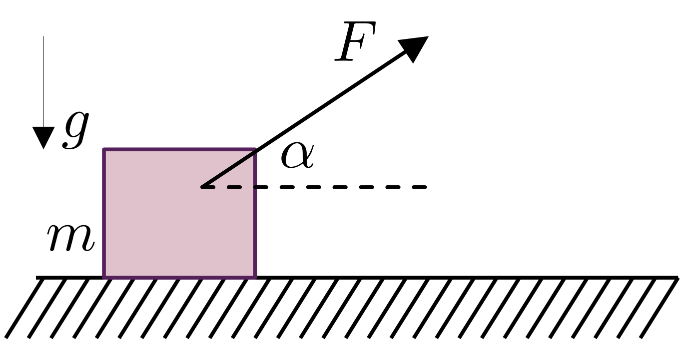


Ejemplo

- Un bloque de **masa** m se encuentra en **reposo** en una superficie horizontal sin roce. Si el bloque es **arrastrado horizontalmente** durante un **tiempo** T por una **fuerza constante** de **magnitud** F que forma un **ángulo** α con la superficie, encuentre:
  - La **velocidad** alcanzada por el bloque luego de ser arrastrada.

<u>DCL</u>





<u>Impulso-momentum</u>

$$I_x = \int_0^T F\cos\alpha dt = m(v_x - \overset{0}{\cancel{v_{x,0}}})$$

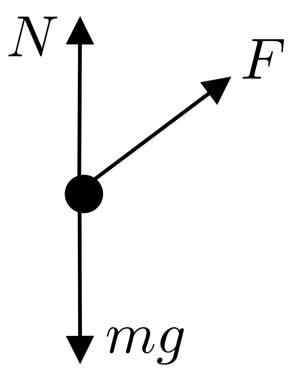
$$I_y = \int_0^T (F\sin\alpha + N - mg)dt = m\Delta v_y = 0$$

$$\xrightarrow{I_x} \quad \boxed{v_x = \frac{F\,T\cos\alpha}{m}}$$

Ejemplo

- Un bloque de **masa** m se encuentra en **reposo** en una superficie horizontal sin roce. Si el bloque es **arrastrado horizontalmente** durante un **tiempo** T por una **fuerza constante** de **magnitud** F que forma un **ángulo** α con la superficie, encuentre:
  - La **normal** ejercida sobre el bloque en ese intervalo.

<u>DCL</u>

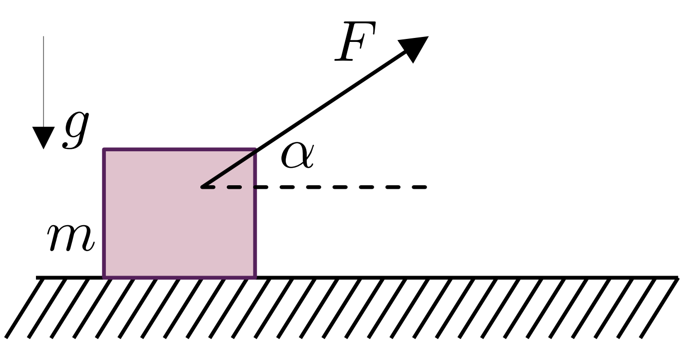


<u>Impulso-momentum</u>

$$I_y = \int_0^T (F \sin\alpha + N - mg)dt = m\Delta v_y = 0$$

$$(F \sin\alpha + N - mg)T = 0$$

$$\boxed{N = mg - F \sin\alpha}$$



La normal se podría obtener directamente del DCL, pero se comprueba que la ecuación de Impulso-momentum se satisface.

Receta problemas de impulso-momentum

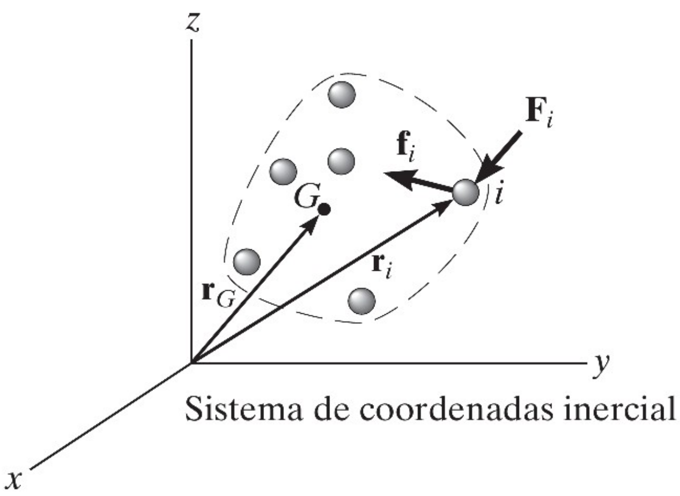
1) Seleccionar sistema de referencia y dibujar DCL.
2) Identificar fuerzas en cada coordenada.
3) Identificar velocidades iniciales y finales en cada coordenada.
4) Imponer ecuación de Impulso-Momentum.
5) Despejar incógnitas.

Clase de hoy

- Impulso y momentum
- **Conservación de momentum**

Momentum en un sistema de partículas

- Si tenemos un sistema con **varias partículas** o cuerpos:



Fuerzas externas

$$\sum_i \vec{F}_{i,\mathrm{ext}} = \sum_i \dot{\vec{p}}_i$$

donde *i* representa cada partícula.

- Sólo se consideran las **fuerzas externas**. Las fuerzas internas se cancelan por tercera Ley.

- El principio de Impulso-momentum toma la forma

$$\boxed{\sum_i \vec{I}_{\mathrm{i,ext}} = \sum_i \Delta\vec{p}_i}$$

$$\vec{I}_{i,\mathrm{ext}} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{i,\mathrm{ext}} dt$$

Conservación del momentum

- Si en un sistema de partículas el **impulso debido a fuerzas externas es cero**, entonces:

$$\boxed{\sum_i \vec{p}_{i,1} = \sum_i \vec{p}_{i,2}}$$

- Si las partículas tienen **masa constante**:

$$\boxed{\sum_i m_i \vec{v}_{i,1} = \sum_i m_i \vec{v}_{i,2}}$$

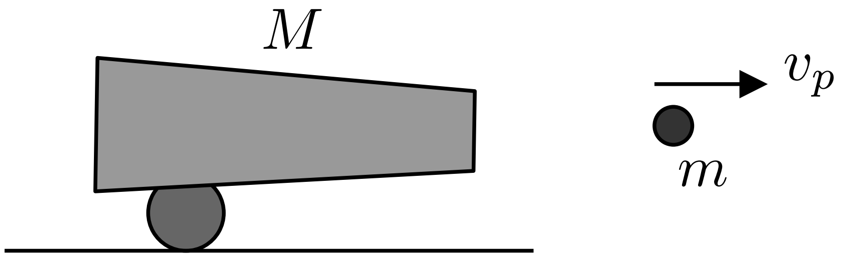
- Esto se conoce como la **conservación de momentum lineal**.

Conservación del momentum

- La conservación del momentum se puede aplicar cuando **no hay impulsos externos**.
- En la práctica, significa que es aplicable a partículas que **chocan** o **interactúan**.
- El momentum puede conservarse en todas o sólo en ciertas coordenadas.

Ejemplo 1

- Un cañón de **masa** M lanza un proyectil de **masa** m con una **rapidez** v_p. Entonces:
  - Encuentre la **rapidez** de retroceso del cañón.
  - Si el disparo **tarda** t*, encuentre la **fuerza promedio** del disparo **sobre el proyectil**.



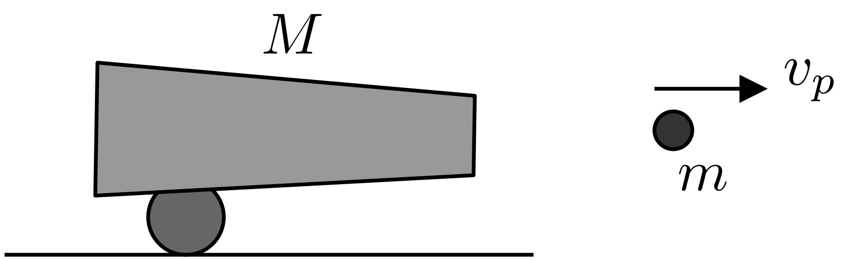
Ejemplo 1

- Un cañón de **masa** M lanza un proyectil de **masa** m con una **rapidez** v_p. Entonces:
  - Encuentre la **rapidez** de retroceso del cañón.

Por conservación del momentum:

$$0 = Mv_c + mv_p$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{v_c = -\frac{m}{M} v_p}$$



*Si, por ejemplo, el cañón no se moviera, significaría que hay una fuerza externa que lo sostiene, por tanto el momento no se conservaría.

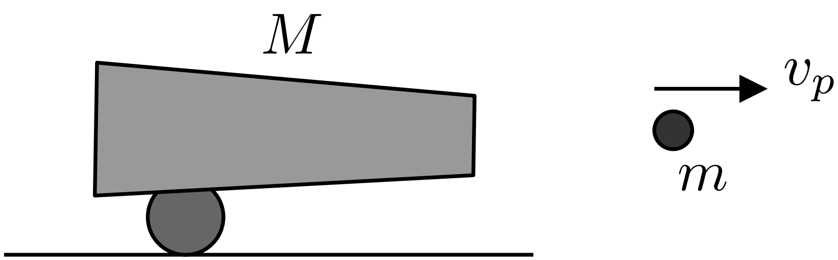
Ejemplo 1

- Un cañón de **masa** M lanza un proyectil de **masa** m con una **rapidez** v_p. Entonces:
  - Si el disparo **tarda** t^* , encuentre la **fuerza promedio** del disparo **sobre el proyectil**.

El impulso del disparo sobre el proyectil:

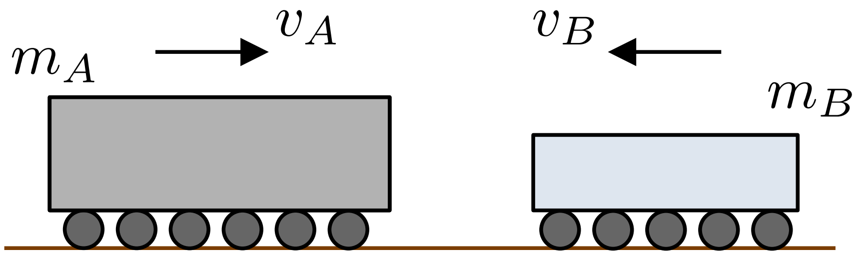
$$I = \int_0^{t^*} F_{\text{prom}} dt = m v_p$$

$$F_{\text{prom}} t^* = m v_p \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{F_{\text{prom}} = \frac{m v_p}{t^*}}$$



Ejemplo 2

- Un vagón de **masa** m_A se mueve hacia la **derecha** con una **rapidez** v_A, mientras que otro vagón de **masa** m_B se mueva la **izquierda** con **rapidez** v_B. Si al chocar ambos vagones se **acoplan**, encuentre:
  - La **rapidez** de ambos vagones **luego del acoplamiento**.
  - **Magnitud** de la **fuerza promedio** del acoplamiento si éste **tarda un tiempo** t^*.



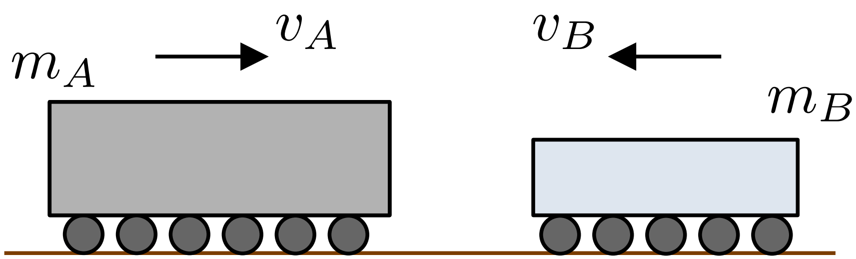
Ejemplo 2

- Un vagón de **masa** m_A se mueve hacia la **derecha** con una **rapidez** v_A, mientras que otro vagón de **masa** m_B se mueva la **izquierda** con **rapidez** v_B. Si al chocar ambos vagones se **acoplan**, encuentre:
  - La **rapidez** de ambos vagones **luego del acoplamiento**.

Por conservación del momentum:

$$m_A v_A - m_B v_B = (m_A + m_B) v_f$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{v_f = \frac{m_A v_A - m_B v_B}{m_A + m_B}}$$



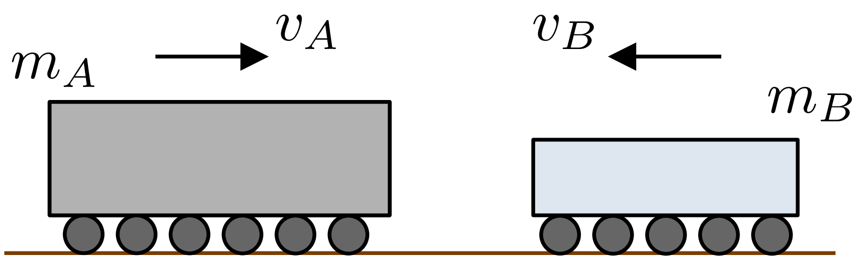
Ejemplo 2

- Un vagón de **masa** m_A se mueve hacia la **derecha** con una **rapidez** v_A, mientras que otro vagón de **masa** m_B se mueva la **izquierda** con **rapidez** v_B. Si al chocar ambos vagones se **acoplan**, encuentre:
  - **Magnitud** de la **fuerza promedio** del acoplamiento si éste **tarda un tiempo** t^*.

El impulso del acoplamiento (utilizando el vagón *A*):

$$I = \int_0^{t^*} F_{\text{prom}} dt = m_A v_f - m_A v_A$$

$$F_{\text{prom}} t^* = m_A (v_f - v_A) \quad \longrightarrow \quad \boxed{|F_{\text{prom}}| = \frac{m_A m_B (v_A + v_B)}{t^* (m_A + m_B)}}$$



Tarea: Comprobar que se obtiene la misma magnitud Utilizando el vagón *B*.

Resumen

- Definimos el **momentum** e **impulso**.
- Revisamos el **principio de impulso y momentum**.
- Definimos la **conservación de momentum**.
- Próxima clase:
  - ➔ Impacto y coeficiente de restitución.