FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Colisiones

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 25 de Octubre de 2023

Resumen clase anterior

- Revisitamos la segunda ley de Newton y definimos el **momentum lineal**.
- Definimos el **impulso** y revisamos el **principio de impulso-momentum**.
- Presentamos el concepto de **conservación del momentum lineal**.

Clase de hoy

- Colisiones elásticas e inelásticas.
- Impacto y coeficiente de restitución.

Clase de hoy

- **Colisiones elásticas e inelásticas.**
- Impacto y coeficiente de restitución.

Colisiones elásticas

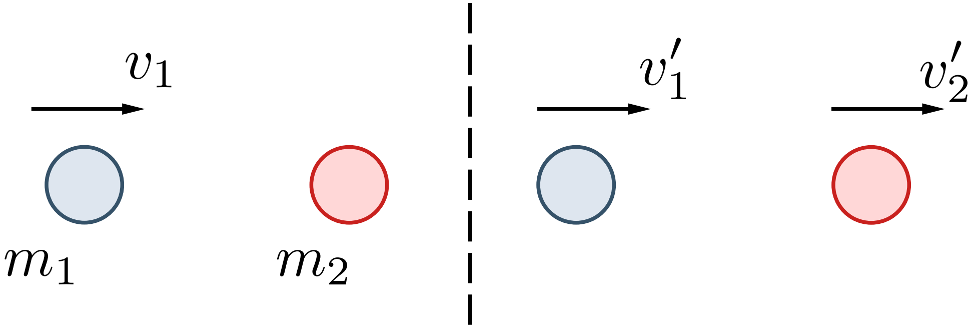
- Una colisión es elástica si **conserva momentum y energía**.
- Es decir, las **fuerzas internas no generan trabajo.**
- <u>Ejemplo:</u> (se conocen las masas y v_1)

Conservación del momentum:

$$m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \longrightarrow m_1(v_1 - v_1') = m_2 v_2'$$

Conservación de la energía:

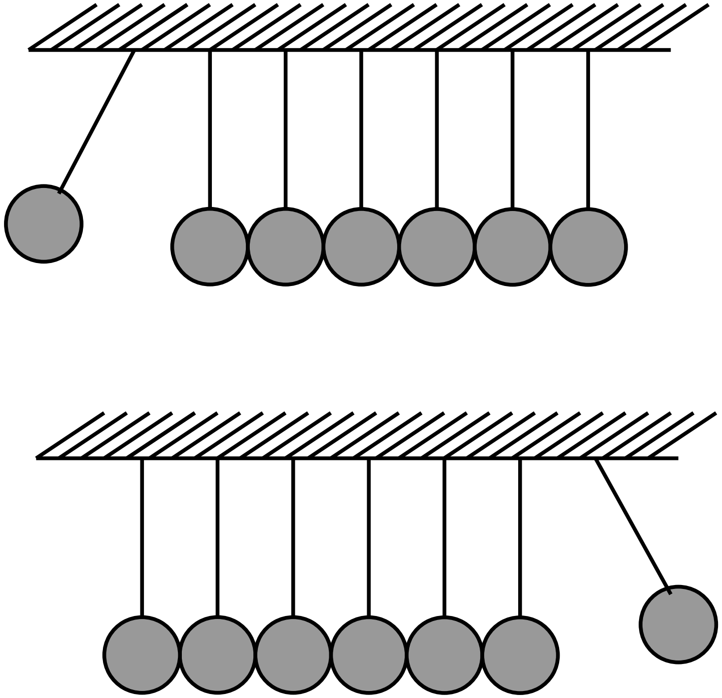
$$\frac{m_1}{2} v_1^2 = \frac{m_1}{2} v_1'^2 + \frac{m_2}{2} v_2'^2 \longrightarrow m_1(v_1 - v_1')(v_1 + v_1') = m_2 v_2'^2$$



$$\boxed{\begin{aligned} v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \\ v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \end{aligned}}$$

Ejemplo: Péndulo de Newton

- El **péndulo de Newton conserva momentum y energía**.
- Si todas las esferas tienen la misma masa m, la rapidez con que choca la esfera izquierda es la misma rapidez con la que sale la esfera derecha.



Conservación del momentum:

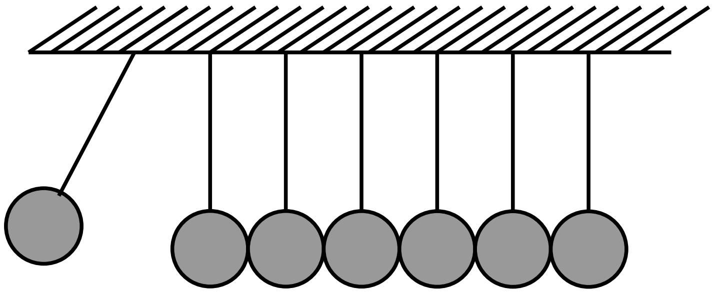
$$mv_1 = mv_2 \qquad \longrightarrow \qquad v_1 = v_2$$

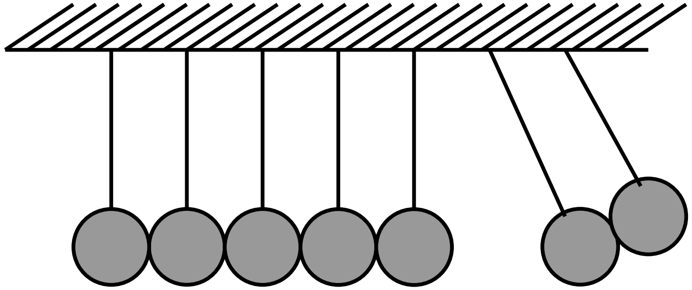
Conservación de la energía:

$$\frac{m}{2}v_1^2 = \frac{m}{2}v_2^2 \qquad \longrightarrow \qquad v_1 = v_2$$

Ejemplo: Péndulo de Newton

- ¿Es posible chocar con una esfera y que salgan dos?





Conservación del momentum:

$$mv_1 = 2mv_2 \longrightarrow v_1 = 2v_2$$

Conservación de la energía:

$$\frac{m}{2}v_1^2 = 2\frac{m}{2}v_2^2 \longrightarrow v_1 = \sqrt{2}v_2$$

<u>No es posible con choques elásticos!</u>

Colisiones inelásticas

- Una colisión es inelástica si **conserva momentum** pero **no conserva energía.**
- Es decir, **se pierde energía cinética por disipación**.
- <u>Ejemplo:</u> (se conocen las masas, *g* y *h*)

Conservación del momentum
(antes y después del choque):

$$m_P v_P = (m_P + m_B) v_B$$

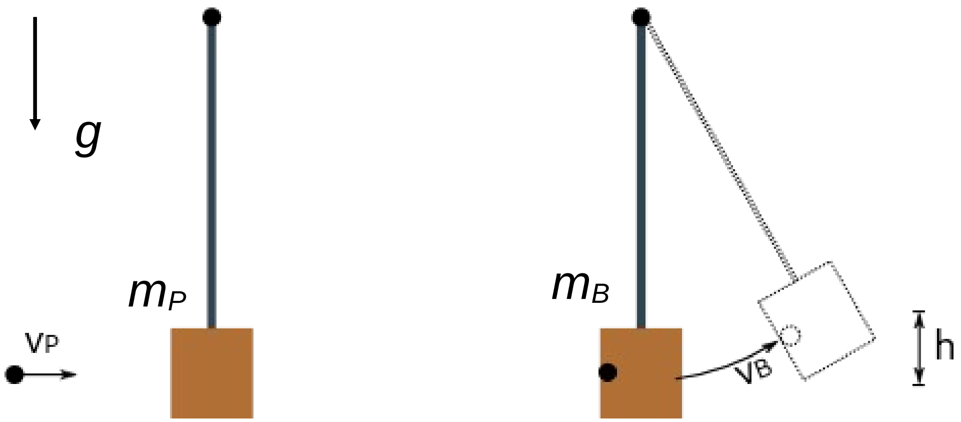
$$\longrightarrow \qquad v_B = \frac{m_P v_P}{m_P + m_B}$$

Conservación de la energía:
(después del choque):

$$\frac{m_P + m_B}{2} v_B^2 = (m_P + m_B) g h$$

$$\longrightarrow \qquad \boxed{v_B = \sqrt{2gh}}$$

$$\longrightarrow \qquad \boxed{v_P = \frac{(m_P + m_B)\sqrt{2gh}}{m_P}}$$

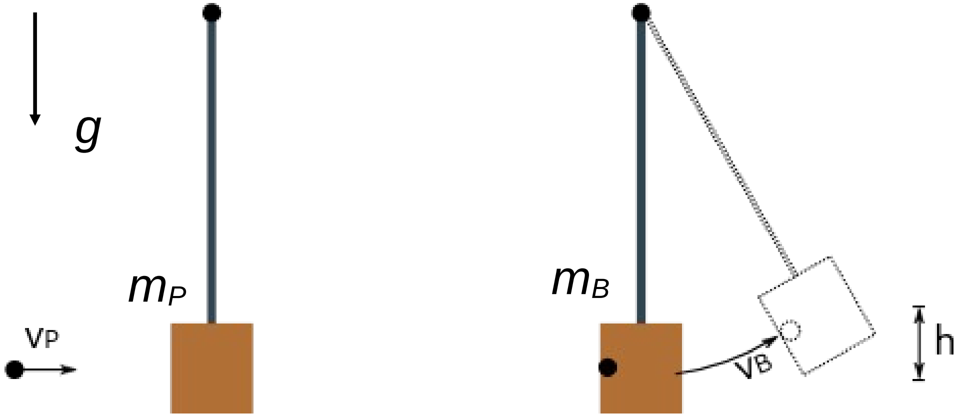


Colisiones inelásticas

- Una colisión es inelástica si **conserva momentum** pero **no conserva energía.**
- Es decir, **se pierde energía cinética por disipación**.
- <u>Ejemplo:</u> (se conocen las masas, *g* y *h*)

Podemos calcular la energía disipada en la colisión:

$$E_1 - \Delta Q = E_2 \longrightarrow \frac{m_P}{2} v_P^2 - \Delta Q = \frac{m_P + m_B}{2} v_B^2$$



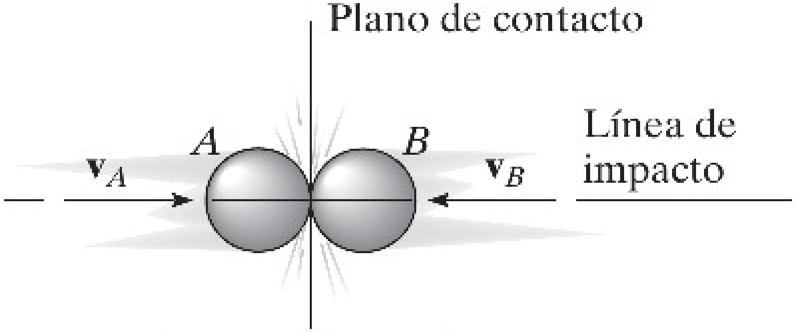
$$\boxed{\Delta Q = \frac{m_B g h}{m_P}(m_B + m_P)}$$

Clase de hoy

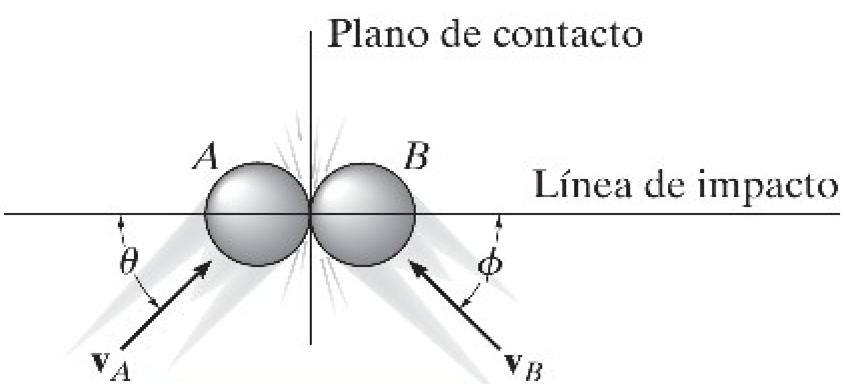
- Colisiones elásticas e inelásticas.
- **Impacto y coeficiente de restitución.**

Impacto

- Un **impacto** es un **choque** en un **tiempo muy *corto***.
- Es decir, las **fuerzas impulsoras son muy grandes** (ejemplo: clavar con un martillo).
- Existen **dos tipos** de impactos:
  - **Impacto central**: El movimiento va a lo largo de la línea de impacto.
  - **Impacto obliquo**: El movimiento forma un ángulo con la línea de impacto.



Impacto central

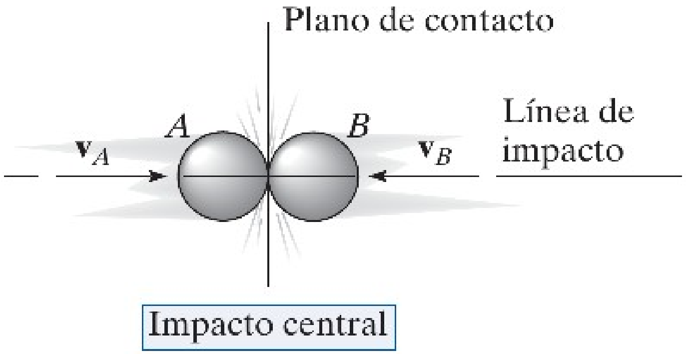


Impacto oblicuo

Impactos centrales

- En impactos centrales tenemos que

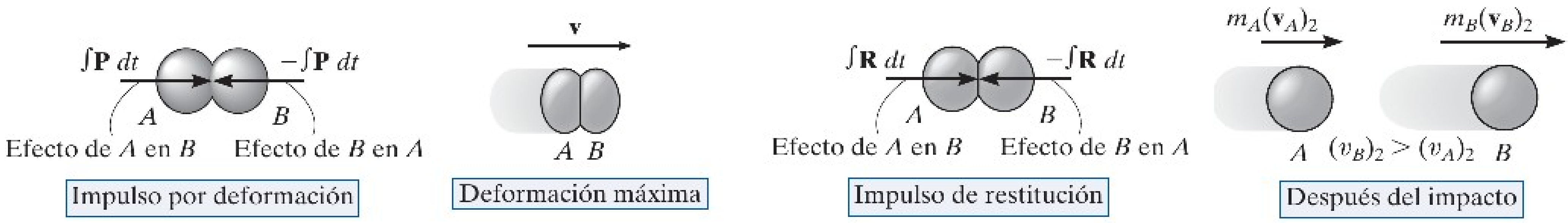
$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$



- Si conocemos las velocidades iniciales, nos falta una ecuación para obtener las velocidades finales.
- En choques elásticos podemos imponer conservación de la energía.
- Pero en otros tipos de choques necesitamos una condición extra.

Coeficiente de restitución

- Si el choque **no es completamente elástico**, las partículas se van a **deformar** durante el choque



- El **coeficiente de restitución** es definido como:

$$e = \frac{I_{\text{restitucion}}}{I_{\text{deformación}}} = \frac{\int Rdt}{\int Pdt} \longrightarrow \boxed{e = \frac{v_{B,2} - v_{A,2}}{v_{A,1} - v_{B,1}}}$$

Coeficiente de restitución

- El **coeficiente de restitución es uno en un choque elástico**:

$$\int R dt = \int P dt \qquad \longrightarrow \qquad e = 1$$

- En un choque **completamente inelástico** las masas quedan pegadas después de un choque, entonces el **coeficiente de restitución es cero**:

$$\int R dt = 0 \qquad \longrightarrow \qquad e = 0$$

- En otros casos, **toma valores entre cero y uno**.

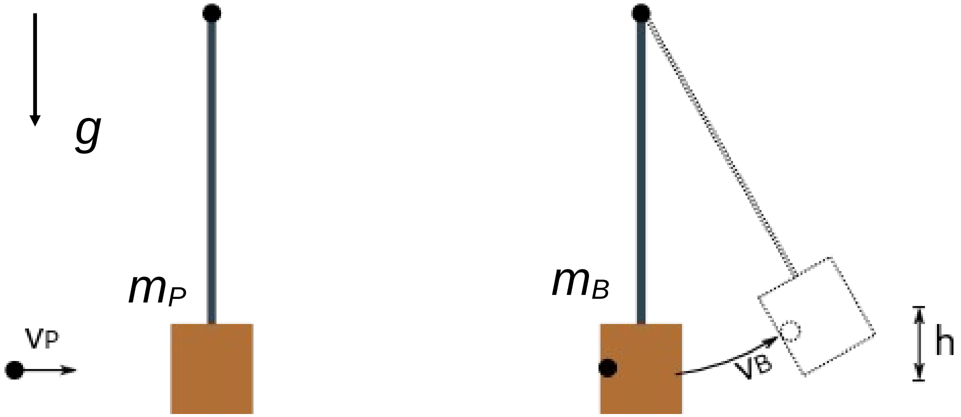
Ejemplo choque inelástico

- En el ejemplo de choque inelástico, teníamos que

$$v_B = \sqrt{2gh} \qquad\qquad v_P = \frac{(m_P + m_B)\sqrt{2gh}}{m_P}$$

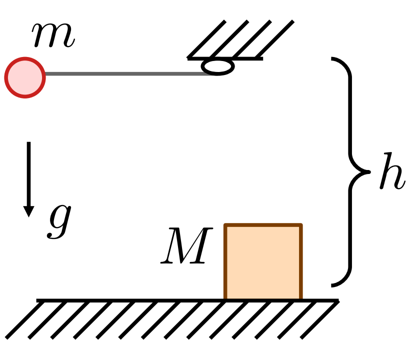
- El coeficiente de restitución:

$$e = \frac{v_B - v_B}{v_{P,1}} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{e = 0}$$



Ejemplo

- Una esfera de **masa** m es soltada desde el **reposo** a una **altura** h, para luego **chocar** con un bloque de **masa** M que está en **reposo**. Si el **coeficiente de restitución** del choque es $e = 0.5$.
  - Determine las **velocidades después del choque**.
  - Encuentre la **energía disipada**.



Ejemplo

- Una esfera de **masa** m es soltada desde el **reposo** a una **altura** h, para luego **chocar** con un bloque de **masa** M que está en **reposo**. Si el **coeficiente de restitución** del choque es $e\!=\!0.5$.
  - Determine las **velocidades después del choque**.

Primero determinamos la velocidad con que la esfera choca al bloque utilizando conservación de la energía:

$$mgh = \frac{m}{2}v_m^2$$

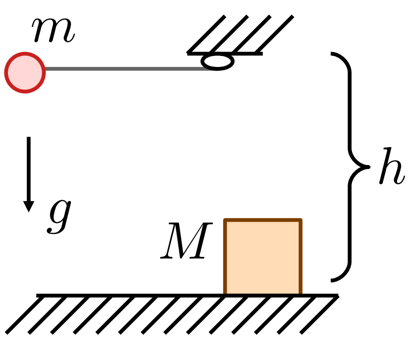
$$\longrightarrow \qquad v_m = \sqrt{2gh}$$

Conservación del momentum:

$$mv_m = mv'_m + Mv'_M$$

Coeficiente de restitución:

$$e = \frac{v'_M - v'_m}{v_m} = 1/2$$



$$\longrightarrow \quad \boxed{v'_m = \frac{2m - M}{m + M}\sqrt{\frac{gh}{2}},} \quad \boxed{v'_M = \frac{3m}{m + M}\sqrt{\frac{gh}{2}}}$$

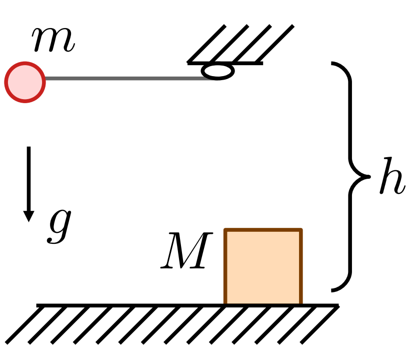
Ejemplo

- Una esfera de **masa** m es soltada desde el **reposo** a una **altura** h, para luego **chocar** con un bloque de **masa** M que está en **reposo**. Si el **coeficiente de restitución** del choque es $e=0.5$.
  - Encuentre la **energía disipada**.

La energía antes y después del choque:

$$\frac{m}{2}v_m^2 - \Delta Q = \frac{m}{2}{v'_m}^2 + \frac{M}{2}{v'_M}^2$$

$$\longrightarrow \boxed{\Delta Q = \frac{3ghmM}{4(m+M)}}$$



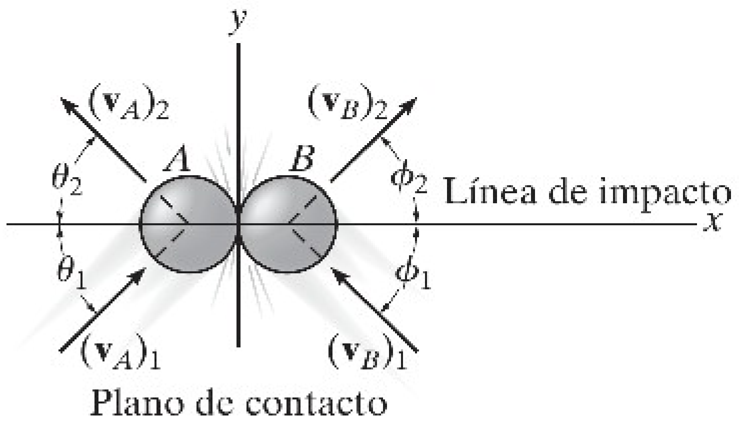
Receta para resolver problemas de choques

- Seleccionar sistema de referencia y coordenadas.
- Identificar velocidades conocidas y desconocidas.
- Imponer conservación del momentum.
- Imponer coeficiente de restitución o conservación de energía (sólo en choques elásticos).
- Despejar incógnitas.

Impactos obliquos

- En un impacto obliquo

$$m_A\vec{v}_{A,1} + m_B\vec{v}_{B,1} = m_A\vec{v}_{A,2} + m_B\vec{v}_{B,2}$$



- El **momentum se conserva en cada coordenada**:

$$m_A v_{A,1,x} + m_B v_{B,1,x} = m_A v_{A,2,x} + m_B v_{B,2,x}$$

$$m_A v_{A,1,y} + m_B v_{B,1,y} = m_A v_{A,2,y} + m_B v_{B,2,y}$$

- Pero sólo **se produce deformación en el eje de impacto.** En el ejemplo de la figura:

$$e = \frac{v_{B,2,x} - v_{A,2,x}}{v_{A,1,x} - v_{B,1,x}}$$

$$m_A v_{A,1,y} = m_A v_{A,2,y}$$

$$m_B v_{B,1,y} = m_B v_{B,2,y}$$

Resumen

- Definimos los choques **elásticos** e **inelásticos**.
- Definimos el concepto de **impacto**.
- Revisamos el concepto de **coeficiente de restitución**.
- Próxima clase:
    - ➔ Centro de masa y sistemas con masa variable.