FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Movimiento rectilíneo

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Miercoles 9 de Agosto de 2023

Resumen clase anterior

- La cinemática estudia el **movimiento de partículas y cuerpos** sin considerar las fuerzas que lo genera.
- Definimos **conceptos básicos** usados en la cinématica como partícula, sistema de unidades, y dimensiones.
- Definimos la **posición**, **velocidad**, y **aceleración** de partículas.

Clase 2: Movimiento rectilíneo

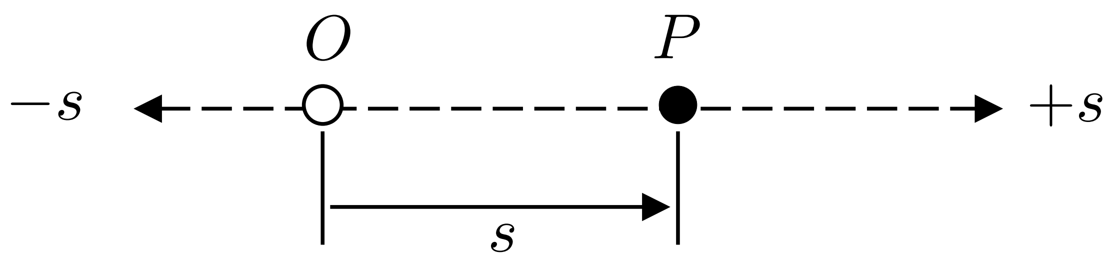
- Posición, velocidad, y aceleración en una dimensión.
- Integración de ecuaciones diferenciales
- Ejemplos

Clase 2: Movimiento rectilíneo

- **Posición, velocidad, y aceleración en una dimensión.**
- Integración de ecuaciones diferenciales
- Ejemplos

Movimiento rectilíneo

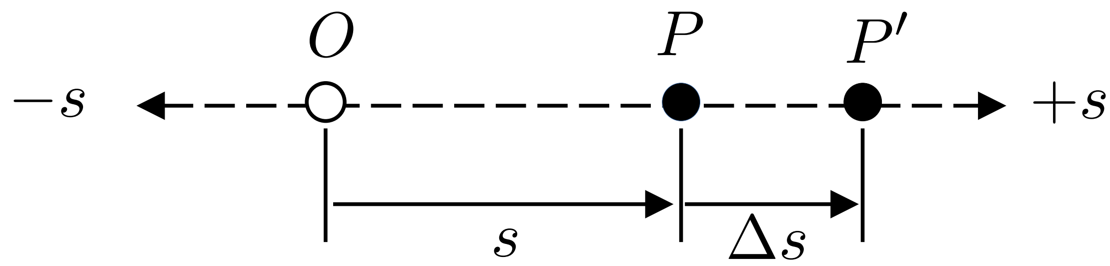
- Cuando el movimiento de una partícula está confinado a **una dimensión** (una **recta**), hablamos de **movimiento rectilíneo**.
- La **posición** $s(t)$ de una partícula con respecto a un **punto de referencia** es simplemente su distancia y dirección



Posición, velocidad, y aceleración

- La **velocidad promedio** de un movimiento rectilíneo

$$\bar{v} = \Delta s / \Delta t$$



- La **velocidad instantánea**

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}}$$

- De manera análoga, la **aceleración promedio**

$$\bar{a} = \Delta v / \Delta t$$

- Mientras que la **aceleración instantánea**

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{a = \frac{dv}{dt} = \dot{v}, \quad a = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}}$$

Movimiento rectilíneo

- En general la posición, velocidad, y aceleración **dependen del tiempo**, incluso si no escribimos su dependencia

$$v = \frac{ds}{dt}\,, \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

- La posición, velocidad y aceleración tienen **magnitud y sentido** (respecto al sistema de referencia).
- La **rapidez** es la **magnitud** de la velocidad.

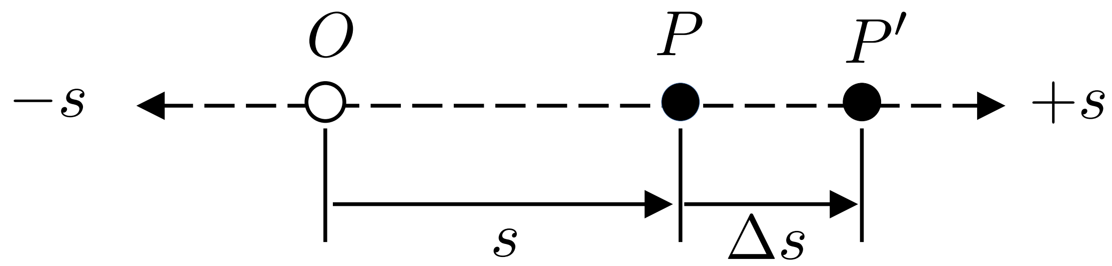
$$|v|$$

- Si conocemos $s(t)$, la velocidad y aceleración son obtenidas por diferenciación. En otros casos debemos resolver una ecuación diferencial.

Movimiento rectilíneo

- De las definiciones

$$v = \frac{ds}{dt}\,, \qquad a = \frac{dv}{dt}$$



- Podemos obtener una ecuación diferencial **independiente del tiempo**

$$\boxed{a\,ds = v\,dv}$$

- Recordar ser consistente con los <u>signos</u>.

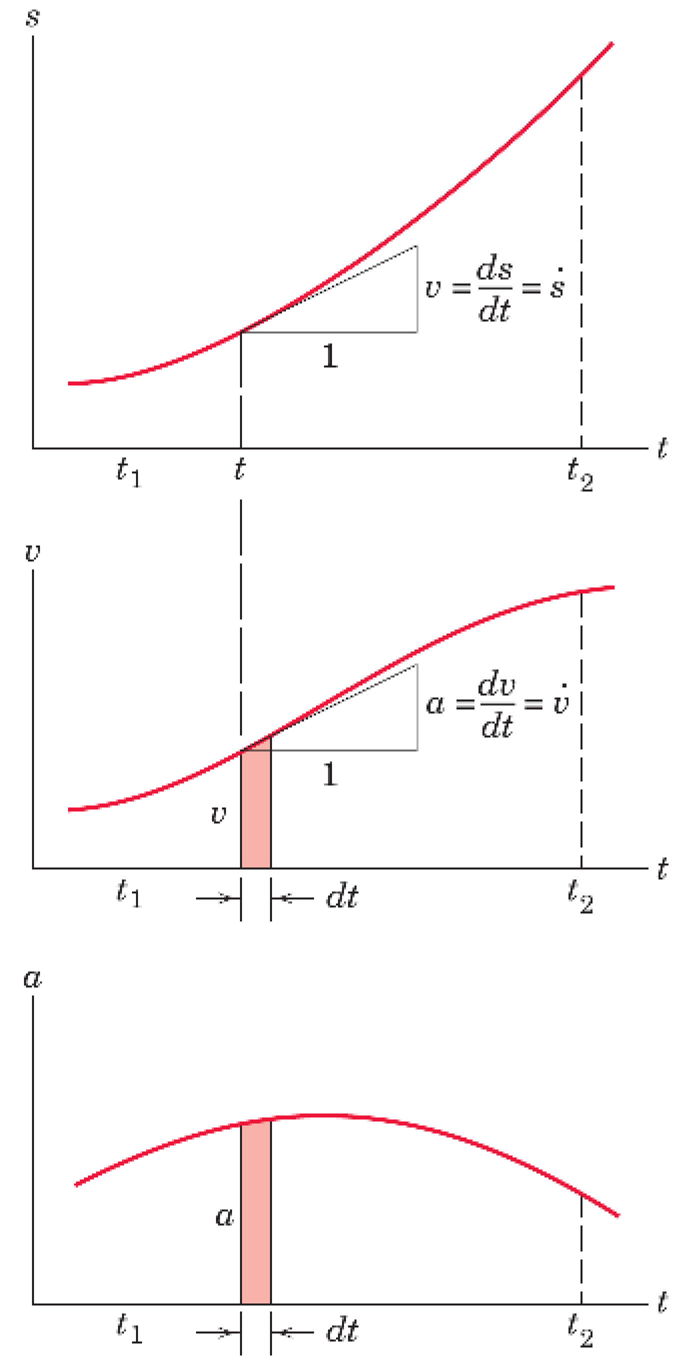
Interpretaciones gráficas

- La **velocidad** corresponde a la **pendiente** de la posición en cada **instante de tiempo**.
- La **aceleración** corresponde a la **pendiente** de la posición en cada **instante de tiempo**.
- El **área** debajo de la curva de velocidad en el tiempo nos da el **desplazamiento**.

$$\boxed{s_2 - s_1 = \int_{t_1}^{t_2} v\,dt}$$

- El **área** debajo de la curva de aceleración en el tiempo nos da la **diferencia en velocidad**.

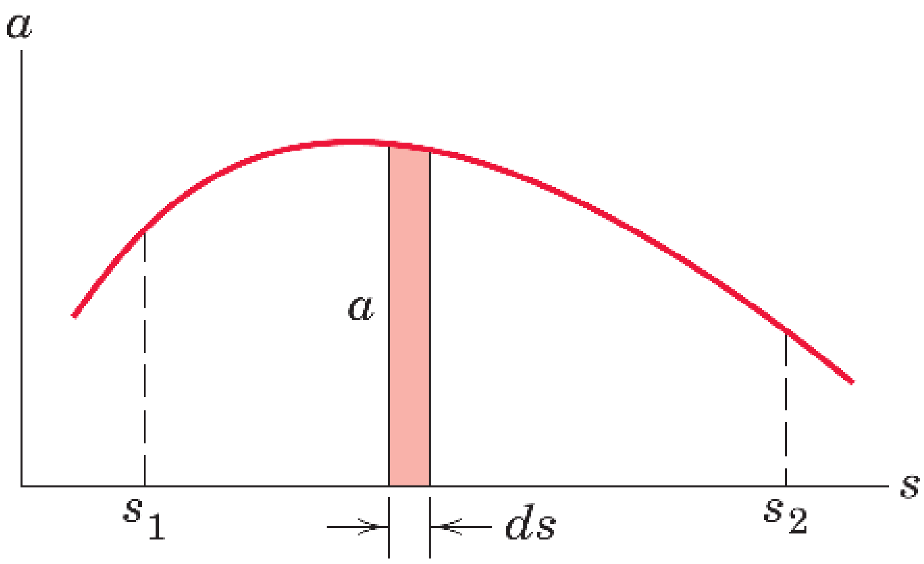
$$\boxed{v_2 - v_1 = \int_{t_1}^{t_2} a\,dt}$$



Interpretaciones gráficas

- A partir de la ecuación independiente del tiempo

$$\int_{s_1}^{s_2} a\,ds = \int_{v_1}^{v_2} v\,dv$$



- El **área** debajo de la curva de la aceleración con respecto a la posición nos da la **diferencia de los cuadrados de la rapidez**

$$\boxed{\frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \int_{s_1}^{s_2} a\,ds}$$

Clase 2: Movimiento rectilíneo

- Posición, velocidad, y aceleración en una dimensión.
- **Integración de ecuaciones diferenciales**
- Ejemplos

Aceleración constante

- Si la aceleración es **constante**, $a(t)=a_0$, y escogemos que a tiempo cero ($t=0$), la posición y velocidad están dadas por

$$s(t=0)=s_0 \qquad v(t=0)=v_0$$

- Obtenemos las ecuaciones:

$$dv = a_0\,dt \quad \longrightarrow \quad v = v_0 + a_0\,t$$

$$v\,dv = a_0\,ds \quad \longrightarrow \quad \frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + a_0(s-s_0)$$

$$ds = v\,dt \quad \longrightarrow \quad s = s_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}a_0 t^2$$

1. Aceleración dependiente del tiempo

- Si tenemos una expresión para la **aceleración como función del tiempo** $a(t)$, la velocidad y posición se obtienen de

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(t')\,dt'$$

$$s(t) = s_0 + \int_0^t v(t')\,dt'$$

2. Aceleración como función de la velocidad

- Si tenemos una expresión para la **aceleración como función de la velocidad** $a(v)$, la velocidad $v(t)$ y $a(t)$ se obtienen de

$$t = \int_{v_0}^{v} \frac{dv'}{a(v')} \longrightarrow v(t) \longrightarrow a(t) = \frac{dv}{dt}$$

- Mientras que la posición $s(t)$ se obtiene de

$$s - s_0 = \int_{v_0}^{v} \frac{v'}{a(v')} dv' \longrightarrow s(v) \longrightarrow s(t)$$

3. Aceleración como función de la posición

- Si tenemos una expresión para la **aceleración como función de la posición** $a(s)$, la velocidad $v(s)$ se obtiene de

$$\frac{v^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} + \int_{s_0}^{s} a(s')ds' \quad \longrightarrow \quad v(s)$$

- Luego $s(t)$ se obtiene de

$$t = \int_{s_0}^{s} \frac{ds'}{v(s')} \quad \longrightarrow \quad s(t)$$

- Finalmente $v(t)$ y $a(t)$ se obtienen de

$$v(t) = \frac{ds}{dt} \qquad a(t) = \frac{dv}{dt}$$

Clase 2: Movimiento rectilíneo

- Posición, velocidad, y aceleración en una dimensión.
- Integración de ecuaciones diferenciales
- **Ejemplos**

Ejemplo 1

La **posición** de una partícula como **función del tiempo** está dada por

$$s = 2t^3 - 24t + 6$$

donde s está medido en **metros** desde un origen de referencia, y el tiempo está medido en **segundos**.

- (a) Determine el **tiempo** requerido para que la partícula alcance una velocidad de 72 m/s desde su condición inicial en $t=0$.
- (b) Determine la **aceleración** de la partícula cuando $v=$30 m/s.
- (c) Determine el **desplazamiento** neto entre t=1s y t=4s.

Ejemplo 1

La **posición** de una partícula como **función del tiempo** está dada por

$$s = 2t^3 - 24t + 6$$

donde s está medido en **metros** desde un origen de referencia, y el tiempo está medido en **segundos**.

- (a) Determine el **tiempo** requerido para que la partícula alcance una velocidad de 72 m/s desde su condición inicial en $t=0$.

$$v = \frac{ds}{dt} = 6t^2 - 24 \qquad \longrightarrow \qquad v(t^*) = 72 = 6t^{*2} - 24$$

$$\longrightarrow \qquad \boxed{t^* = 4\,\mathrm{s}}$$

Ejemplo 1

La **posición** de una partícula como **función del tiempo** está dada por

$$s = 2t^3 - 24t + 6$$

donde s está medido en **metros** desde un origen de referencia, y el tiempo está medido en **segundos**.

- (b) Determine la **aceleración** de la partícula cuando v=30 m/s.

$$v(t') = 30 = 6t^2 - 24 \qquad \longrightarrow \qquad t' = 3$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 12t \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{a(t') = 36\,\mathrm{m/s}^2}$$

Ejemplo 1

La **posición** de una partícula como **función del tiempo** está dada por

$$s = 2t^3 - 24t + 6$$

donde s está medido en **metros** desde un origen de referencia, y el tiempo está medido en **segundos**.

- (c) Determine el **desplazamiento** neto entre *t*=1s y *t*=4s.

$$s(t=1) = -16 \qquad \longrightarrow \qquad s_1 = -16\,\mathrm{m}$$

$$s(t=4) = -38 \qquad \longrightarrow \qquad s_2 = 38\,\mathrm{m}$$

$$\boxed{\Delta s = |s_2 - s_1| = 54\,\mathrm{m}}$$

Ejemplo 2

La **aceleración** de una partícula está dada por

$$a = k\sqrt{s}\,,$$

donde k es una constante positiva y s es la distancia a un punto de referencia. La **velocidad** y **posición** son **nulos para *t*=0**. Determine la **aceleración**, **velocidad**, y **posición** para un **tiempo cualquiera**.

Ejemplo 2

La **aceleración** de una partícula está dada por

$$a = k\sqrt{s}\,,$$

donde k es una constante positiva y s es la distancia a un punto de referencia. La **velocidad** y **posición** son **nulos para t=0**. Determine la **aceleración**, **velocidad**, y **posición** para un **tiempo cualquiera**.

$$v\,dv = a\,ds \quad \longrightarrow \quad v\,dv = k\sqrt{s}\,ds$$

$$\longrightarrow \quad \frac{v^2}{2} = \frac{2k}{3}s^{3/2} \quad \longrightarrow \quad v = 2\sqrt{\frac{k}{3}}s^{3/4}$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \longrightarrow \quad t = \int_0^s \frac{ds}{v(s)} = \int_0^s \frac{ds}{2\sqrt{k/3}s^{3/4}}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{s = \frac{k^2}{144}t^4} \rightarrow \boxed{v = \frac{ds}{dt} = \frac{k^2}{36}t^3}$$

$$\rightarrow \boxed{a = \frac{dv}{dt} = \frac{k^2}{12}t^2}$$

Ejemplo 2

La **aceleración** de una partícula está dada por

$$a = k\sqrt{s}\,,$$

donde k es una constante positiva y s es la distancia a un punto de referencia. La **velocidad** y **posición** son **nulos para t=0**. Determine la **aceleración**, **velocidad**, y **posición** para un **tiempo cualquiera**.

$$v\,dv = a\,ds \quad \longrightarrow \quad v\,dv = k\sqrt{s}\,ds$$

$$\longrightarrow \quad \frac{v^2}{2} = \frac{2k}{3}s^{3/2} \quad \longrightarrow \quad v = 2\sqrt{\frac{k}{3}}s^{3/4}$$

$$v = \frac{ds}{dt} \quad \longrightarrow \quad t = \int_0^s \frac{ds}{v(s)} = \int_0^s \frac{ds}{2\sqrt{k/3}s^{3/4}}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{s = \frac{k^2}{144}t^4} \rightarrow \boxed{v = \frac{ds}{dt} = \frac{k^2}{36}t^3}$$

$$\rightarrow \boxed{a = \frac{dv}{dt} = \frac{k^2}{12}t^2}$$

¿Cuales son las dimensiones de *k*?

Resumen

- Hemos definido el **movimiento rectilíneo**.
- Hemos repasado los conceptos de **posición, velocidad, y aceleración** en una dimensión.
- Revisamos las técnicas básicas de resolución de **ecuaciones diferenciales** en problemas de cinemática.
- Próxima clase:
  - Cinemática en dos dimensiones.