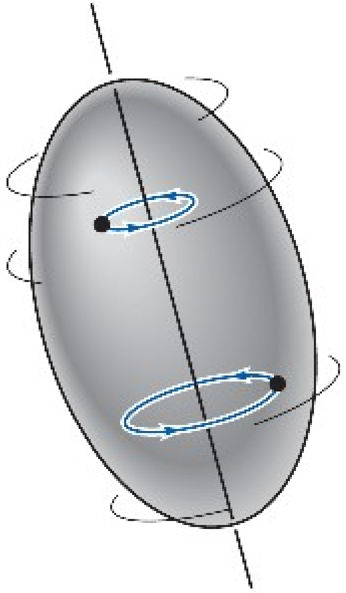
FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Ejemplos sólido rigido

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl



Miércoles 29 de Noviembre de 2023

Resumen clase anterior

- Revisamos sólidos que **ruedan sin deslizar**.
- Generalizamos los conceptos de **momentum e impulso** a sólidos rígidos.

Clase de hoy

- Ejemplo equilibrios de fuerzas.
- Ejemplo conservación de la energía.
- Ejemplo conservación del momentum.

Clase de hoy

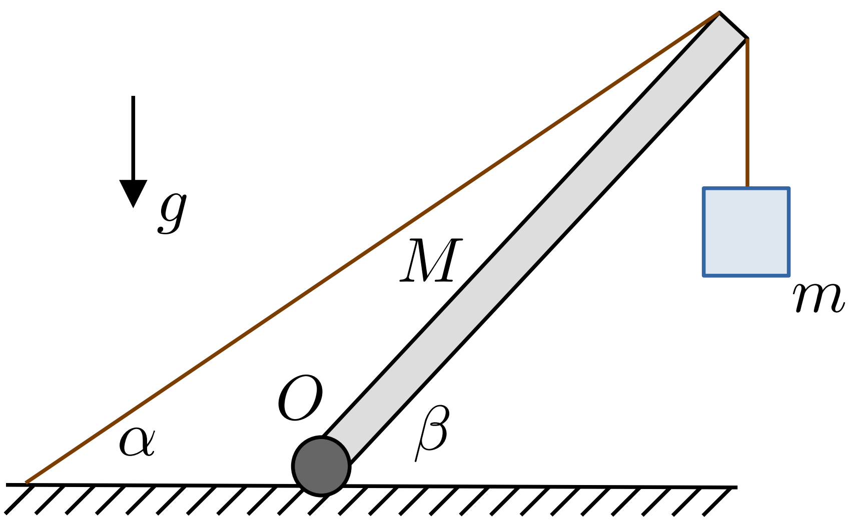
- **Ejemplo equilibrios de fuerzas.**
- Ejemplo conservación de la energía.
- Ejemplo conservación del momentum.

Ejemplo 1

- El sistema de la figura se encuentra en **reposo**. Está compuesto de una barra **uniforme** de **masa** M y **largo** L, que está afirmado por una visagra O sin masa y dos **cuerdas ideales** como muestra la figura. La derecha de éstas sujeta un bloque de **masa** m. Determine:

  ➔ La **tensión** de la cuerda izquierda.

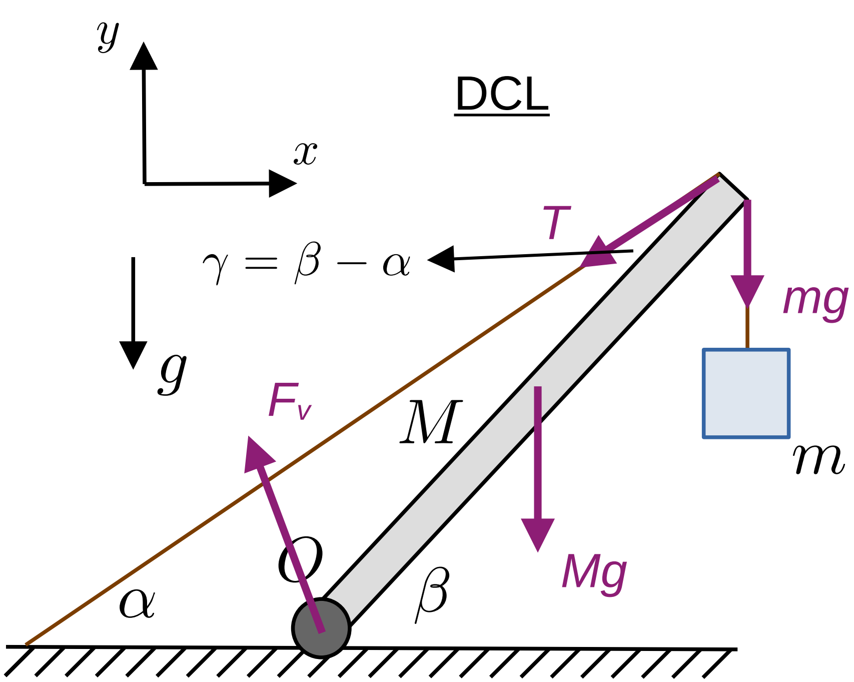
  ➔ La fuerza ejercida por la **visagra**.



Ejemplo 1

- El sistema de la figura se encuentra en **reposo**. Está compuesto de una barra **uniforme** de **masa** M y **largo** L, que está afirmado por una visagra O sin masa y dos **cuerdas ideales** como muestra la figura. La derecha de éstas sujeta un bloque de **masa** m. Determine:

  ➔ La **tensión** de la cuerda izquierda.



Equilibrio fuerzas eje *x*:

$$F_{v,x} - T\cos\alpha = 0$$

Equilibrio fuerzas eje *y*:

$$F_{v,y} - T\sin\alpha - Mg - mg = 0$$

Equilibrio torque (respecto a *O*):

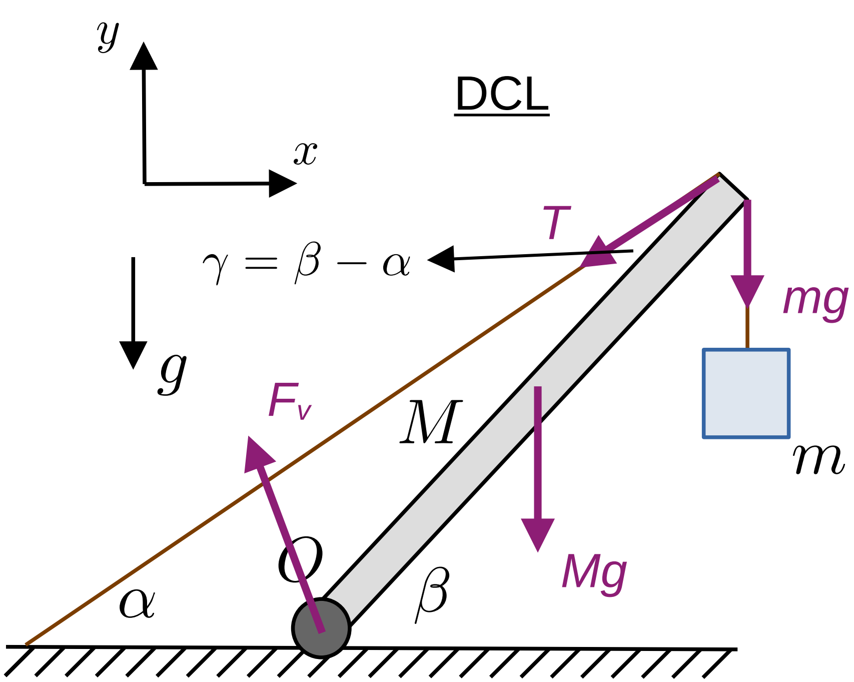
$$-\frac{L}{2}Mg\cos\beta - Lmg\cos\beta + LT\sin\gamma = 0$$

Podemos despejar *T* de la ecuación de Torque.

Ejemplo 1

- El sistema de la figura se encuentra en **reposo**. Está compuesto de una barra **uniforme** de **masa** M y **largo** L, que está afirmado por una visagra O sin masa y dos **cuerdas ideales** como muestra la figura. La derecha de éstas sujeta un bloque de **masa** m. Determine:
  - ➔ La **tensión** de la cuerda izquierda.

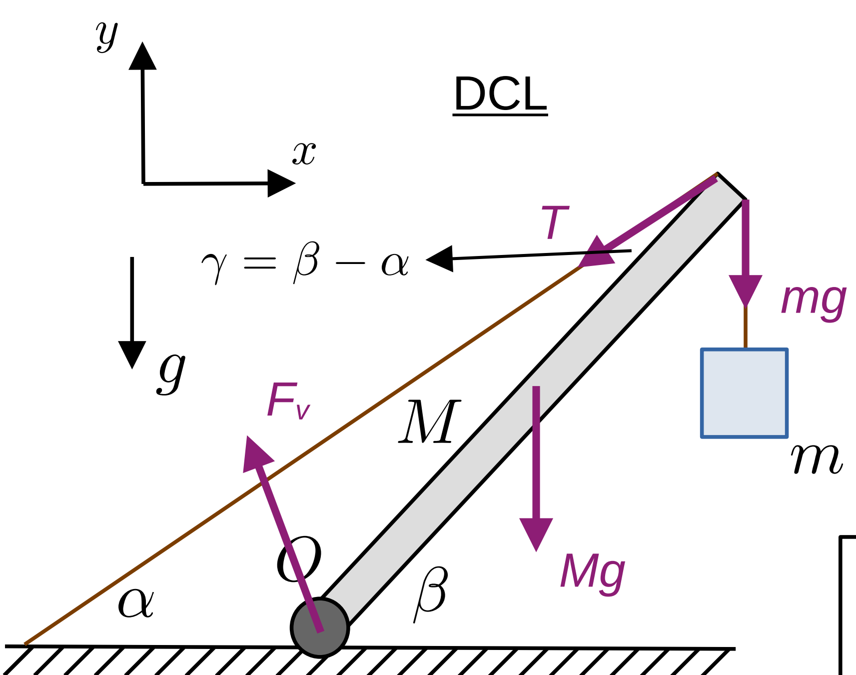
$$-\frac{L}{2}Mg\cos\beta - Lmg\cos\beta + LT\sin\gamma = 0$$



$$\longrightarrow \boxed{T = \left(\frac{M}{2} + m\right)\frac{g\cos\beta}{\sin\gamma}}$$

Ejemplo 1

- El sistema de la figura se encuentra en **reposo**. Está compuesto de una barra **uniforme** de **masa** M y **largo** L, que está afirmado por una visagra O sin masa y dos **cuerdas ideales** como muestra la figura. La derecha de éstas sujeta un bloque de **masa** m. Determine:
  - ➔ La fuerza ejercida por la **visagra**.



Equilibrio fuerzas eje *x*:

$$F_{v,x} - T\cos\alpha = 0$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{F_{v,x} = \left(\frac{M}{2} + m\right)\frac{g\cos\beta\cos\alpha}{\sin\gamma}}$$

Equilibrio fuerzas eje *y*:

$$F_{v,y} - T\sin\alpha - Mg - mg = 0$$

$$\longrightarrow$$

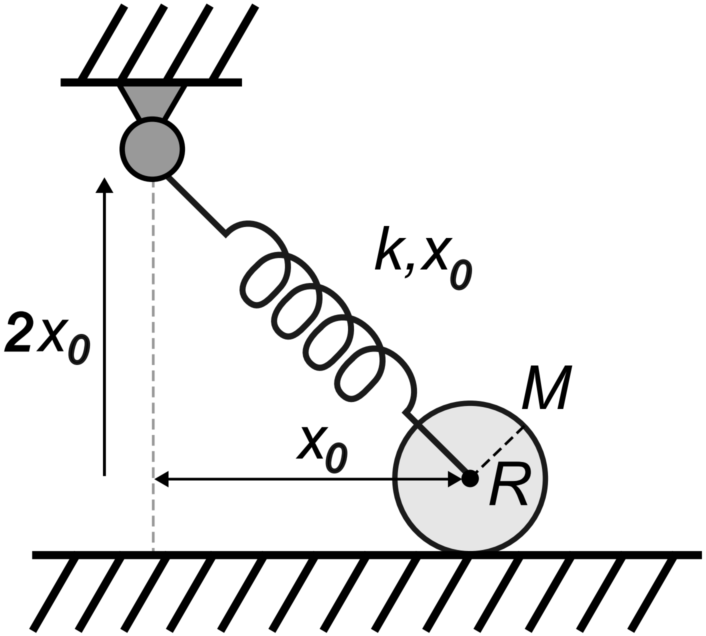
$$\boxed{F_{v,y} = \left(\frac{M}{2} + m\right)\frac{g\cos\beta\sin\alpha}{\sin\gamma} + (m+M)g}$$

Clase de hoy

- Ejemplo equilibrios de fuerzas.
- **Ejemplo conservación de la energía.**
- Ejemplo conservación del momentum.

Ejemplo 2

- El disco de la figura tiene una **masa** M y **radio** R, y está conectado a un resorte de **constante elástica** k y **largo natural** x_0. Si el disco está inicialmente en **reposo** en la posición de la figura, encuentre la **velocidad angular** cuando el **centro de masa** del disco para por la **línea vertical**.



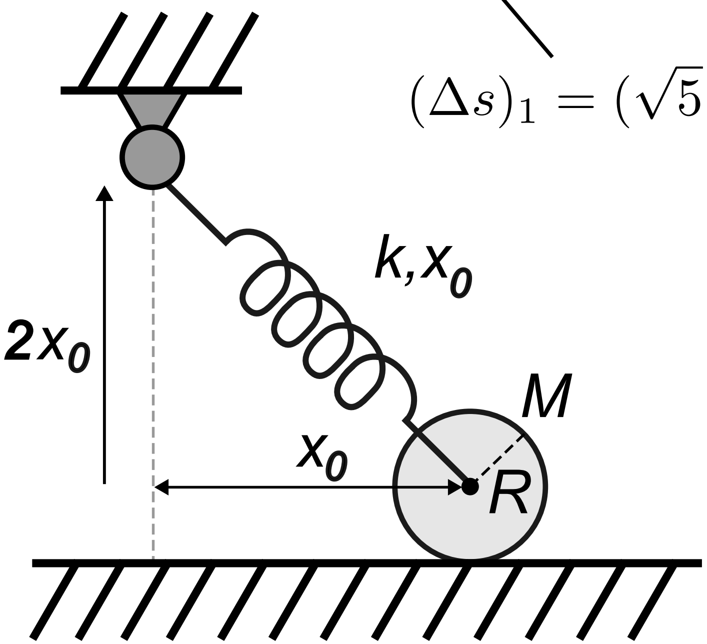
Ejemplo 2

- El disco de la figura tiene una **masa** *M* y **radio** *R,* y está conectado a un resorte de **constante elástica** *k* y **largo natural** x_0. Si el disco está inicialmente en **reposo** en la posición de la figura, encuentre la **velocidad angular** cuando el **centro de masa** del disco para por la **línea vertical**.

Energía inicial:

$$E_1 = \frac{k}{2}(\Delta s)_1^2 = k(3-\sqrt{5})x_0^2$$

$$(\Delta s)_1 = (\sqrt{5}-1)x_0$$



Energía final:

$$E_2 = \frac{k}{2}(\Delta s)_2^2 + \frac{M}{2}v_G^2 + \frac{I}{2}\omega^2$$

$$(\Delta s)_2 = x_0$$

$$I = \frac{MR^2}{2}$$

Rueda sin deslizar: $v_G = R\omega$

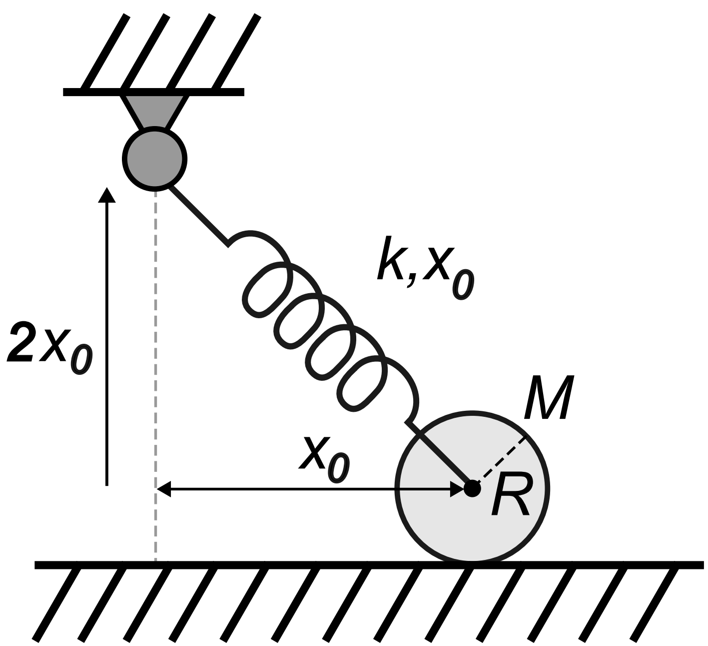
Remplazando en E_2:

$$E_2 = \frac{k}{2}x_0^2 + \frac{MR^2}{2}\omega^2 + \frac{MR^2}{4}\omega^2$$

$$= \frac{k}{2}x_0^2 + \frac{3MR^2}{4}\omega^2$$

Ejemplo 2

- El disco de la figura tiene una **masa** *M* y **radio** *R,* y está conectado a un resorte de **constante elástica** *k* y **largo natural** x_0. Si el disco está inicialmente en **reposo** en la posición de la figura, encuentre la **velocidad angular** cuando el **centro de masa** del disco para por la **línea vertical**.



Conservación de la energía

$$E_1 = E_2$$

$$k(3-\sqrt{5})x_0^2 = \frac{k}{2}x_0^2 + \frac{3MR^2}{4}\omega^2$$

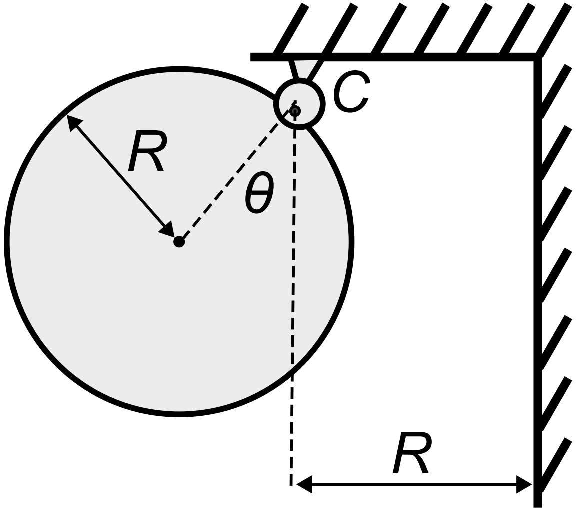
$$\longrightarrow \boxed{\omega = \frac{x_0}{R}\sqrt{\frac{2k(5-2\sqrt{5})}{3M}}}$$

Clase de hoy

- Ejemplos equilibrios de fuerzas.
- Ejemplo conservación de la energía.
- **Ejemplo conservación del momentum.**

Ejemplo 3

- El **disco** de la figura tiene una **masa** M y un **radio** R. El disco es soltado desde el reposo desde un ángulo θ_0=30° y colisiona con la pared con un **coeficiente de restitución** e=0.6. Encuentre el **ángulo máximo** θ^* que alcanza el disco después de colisionar con la pared.



Ejemplo 3

- El **disco** de la figura tiene una **masa** *M* y un **radio** *R*. El disco es soltado desde el reposo desde un ángulo θ_0=30° y colisiona con la pared con un **coeficiente de restitución** *e*=0.6. Encuentre el **ángulo máximo** θ^* que alcanza el disco después de colisionar con la pared.

Instante 1: Reposo inicial.
Instante 2: Antes de la colisión.
Instante 3: Después de la colisión.
Instante 4: Angulo máximo.

Conservación de la energía entre 1 y 2:

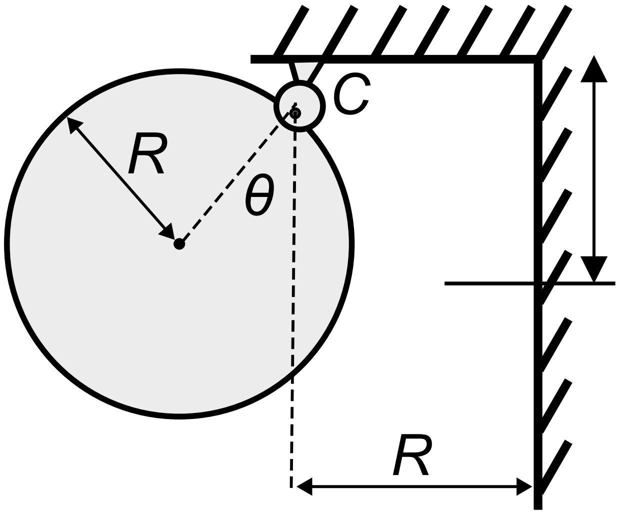
$$T_1 + U_1 = T_2 + U_2$$

$$Mgh_{G,1} = \frac{I_C}{2}\omega_2^2$$

$$h_{G,1} = R(1-\cos\theta_0)$$

Steiner: $I_C = I_G + MR^2$

$$= \frac{MR^2}{2} + MR^2 = \frac{3MR^2}{2}$$



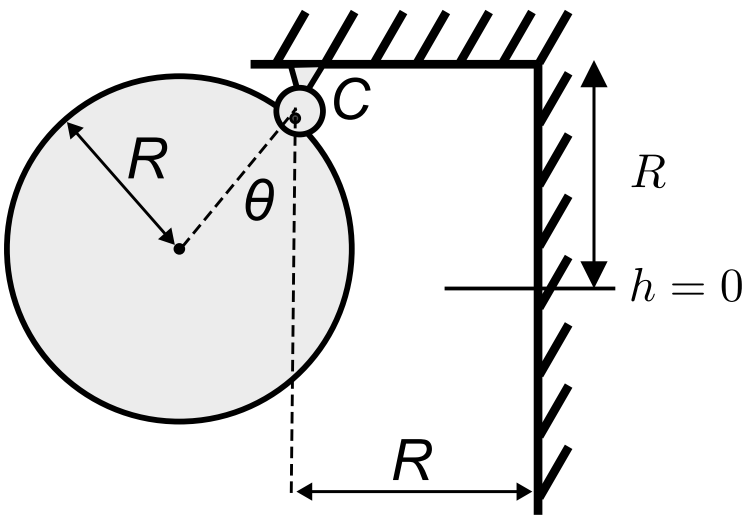
$$\longrightarrow \quad MgR(1-\cos\theta_0) = \frac{3MR^2}{4}\omega_2^2$$

$$\longrightarrow \quad \omega_2^2 = \frac{4g(1-\cos\theta_0)}{3R}$$

Ejemplo 3

- El **disco** de la figura tiene una **masa** *M* y un **radio** *R*. El disco es soltado desde el reposo desde un ángulo θ_0=30° y colisiona con la pared con un **coeficiente de restitución** *e*=0.6. Encuentre el **ángulo máximo** θ^* que alcanza el disco después de colisionar con la pared.

Instante 1: Reposo inicial.
Instante 2: Antes de la colisión.
Instante 3: Después de la colisión.
Instante 4: Angulo máximo.



Colisión 2 y 3:

$$e = \frac{v_{G,3}}{-v_{G,2}} = \frac{(-R\omega_3)}{-R\omega_2} \longrightarrow \quad \omega_3 = e\omega_2$$

Conservación de la energía entre 3 y 4:

$$T_3 + U_3 = T_4 + U_4$$

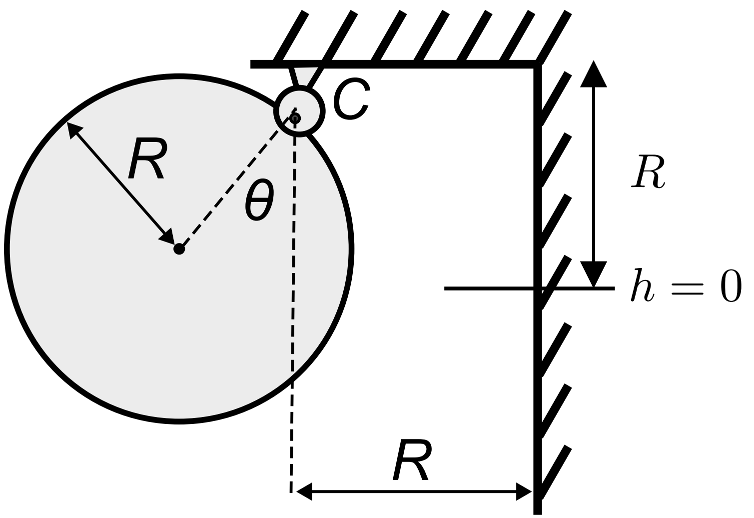
$$\frac{I_C}{2}\omega_3^2 = Mgh_{G,4}$$

$$\frac{3MR^2}{4}e^2\omega_2^2 = MgR(1 - \cos\theta^*)$$

Ejemplo 3

- El **disco** de la figura tiene una **masa** *M* y un **radio** *R*. El disco es soltado desde el reposo desde un ángulo θ_0=30° y colisiona con la pared con un **coeficiente de restitución** *e*=0.6. Encuentre el **ángulo máximo** θ^* que alcanza el disco después de colisionar con la pared.

Instante 1: Reposo inicial.
Instante 2: Antes de la colisión.
Instante 3: Después de la colisión.
Instante 4: Angulo máximo.



$$\frac{3MR^2}{4} e^2 \omega_2^2 = MgR(1 - \cos\theta^*)$$

$$\longrightarrow \quad \cos\theta^* = 1 - \frac{3R\, e^2 \omega_2^2}{4g}$$

$$= 1 - \frac{3Re^2 \frac{4g(1-\cos\theta_0)}{3R}}{4g}$$

$$= 1 - e^2(1 - \cos\theta_0)$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\theta^* \approx 18^\circ}$$

No depende ni de *R* ni de *M*.

FIN