FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Movimiento relativo y ligaduras

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 23 de Agosto de 2023

Resumen clase anterior

- Presentamos las **coordenadas polares** para movimientos circulares en dos dimensiones.
- Las generalizamos a **coordenadas cilíndricas** para movimientos en tres dimensiones.

Clase 5: Movimiento relativo y ligaduras

- Movimiento relativo
- Ejemplos
- Ligaduras

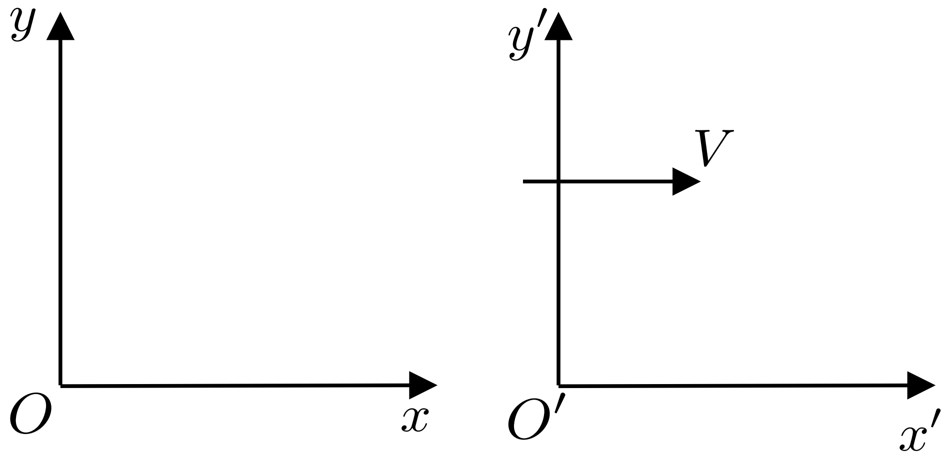
Clase 5: Movimiento relativo y ligaduras

- **Movimiento relativo**
- Ejemplos
- Ligaduras

Movimiento relativo

- Hasta ahora, hemos estudiado movimientos descritos desde **sistemas de referencias estáticos**.
- Sin embargo, en algunos problemas es conveniente describir movimientos desde **sistemas de referencia en movimiento**.
- Este tipo de problemas se conoce como **movimiento relativo**.
- Principio de relatividad (Galileo)*:

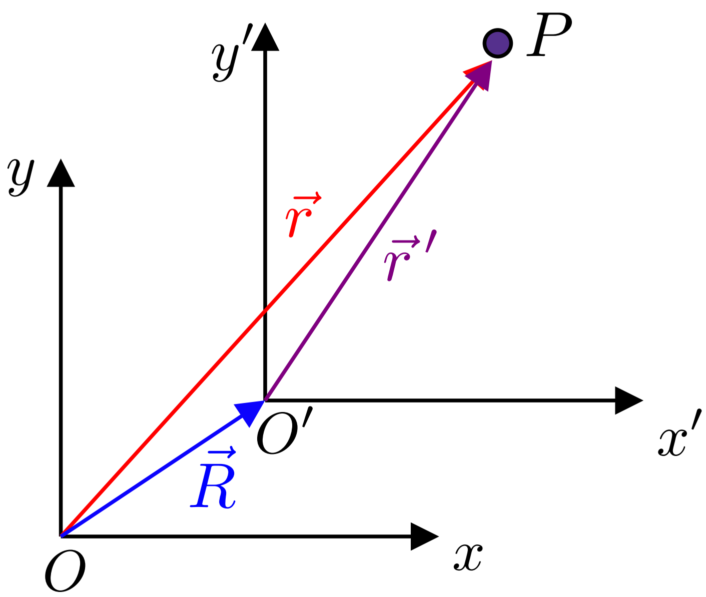
  Las leyes de la física son las mismas en distintos *sistemas de referencia inerciales*.



* Se revisitará en la unidad de Dinámica.

Movimiento relativo

- Si un **sistema de referencia** O' se encuentra a una posición $\vec{R}$ con respecto a **otro sistema de referencia** O. Una partícula P es descrita por



$$\boxed{\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{R} + \vec{r}\,' \\ \vec{v} &= \vec{V} + \vec{v}\,' \\ \vec{a} &= \vec{A} + \vec{a}\,' \end{aligned}}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} \quad \vec{V} = \dot{\vec{R}}\,, \quad \vec{v}\,' = \dot{\vec{r}}\,'$$

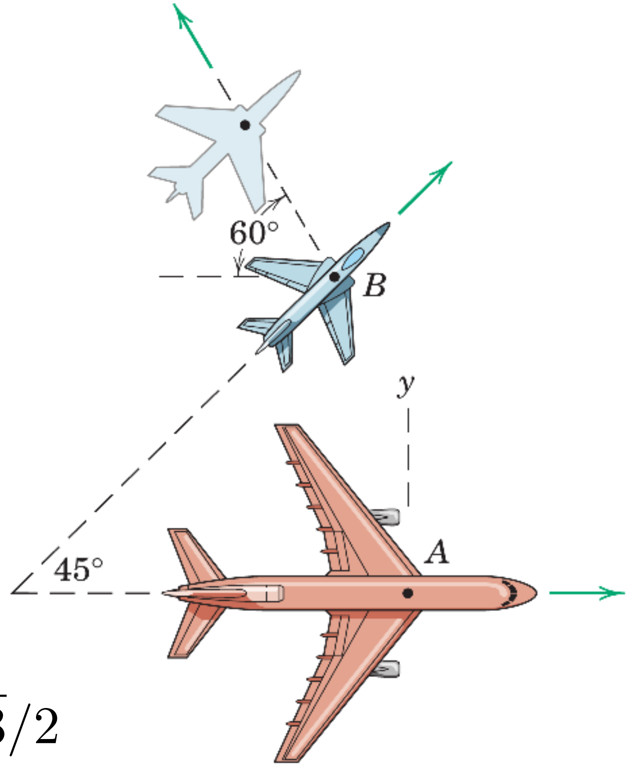
$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} \quad \vec{A} = \dot{\vec{V}}\,, \quad \vec{a}\,' = \dot{\vec{v}}\,'$$

Clase 5: Movimiento relativo y ligaduras

- Movimiento relativo
- **Ejemplos**
- Ligaduras

Ejemplo

- Un avión *A* viaja hacia el **este** con una **rapidez** v_A = 800 km/h con respecto a un **sistema de referencia fijo**. Otro avión B viaja con una **rapidez desconocida** con un ángulo de **45° respecto al otro avión**. Si, **desde el avión *A***, el avión *B* parece alejarse con un **ángulo de 60°**, encuentre la **rapidez del avión *B*** con respecto al punto de referencia fijo.



$$\cos(45°) = \sin(45°) = 1/\sqrt{2} \quad \cos(60°) = 1/2\,,\ \sin(60°) = \sqrt{3}/2$$

Ejemplo

- Un avión *A* viaja hacia el **este** con una **rapidez** v_A = 800 km/hr con respecto a un **sistema de referencia fijo**. Otro avión B viaja con una **rapidez desconocida** con un ángulo de **45° respecto al otro avión**. Si, **desde el avión *A***, el avión *B* parece alejarse con un **ángulo de 60°**, encuentre la **rapidez del avión *B*** con respecto al punto de referencia fijo.

Con respecto al sistema fijo: $\vec{v}_A = v_A \hat{i}$

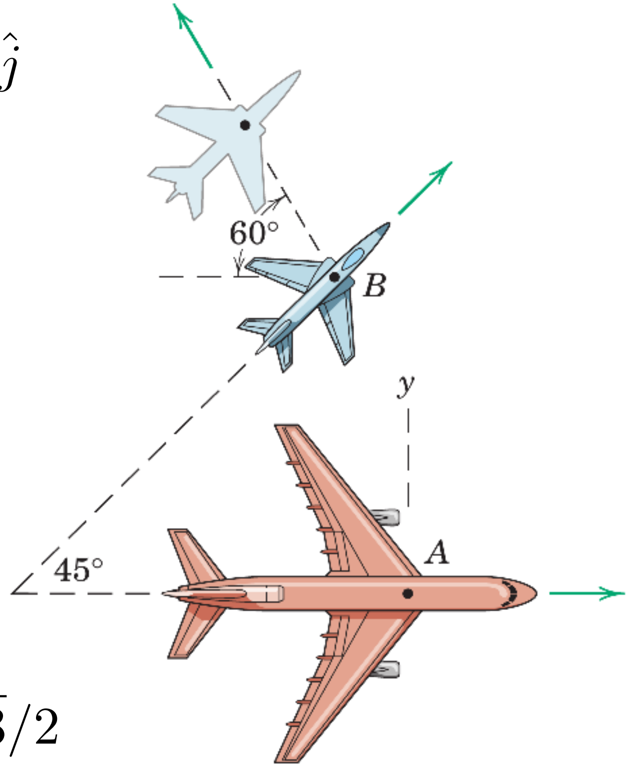
$$\vec{v}_B = v_B \cos(45^\circ)\hat{i} + v_B \sin(45^\circ)\hat{j} = \frac{v_B}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{v_B}{\sqrt{2}}\hat{j}$$

Con respecto al avión *A*: $\vec{v}'_B = -v'_B \cos(60^\circ)\hat{i} + v'_B \sin(60^\circ)\hat{j}$

$$= -\frac{v'_B}{2}\hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}v'_B\hat{j}$$

Movimiento relativo: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}'_B$

$$\longrightarrow v'_B = \frac{2}{\sqrt{6}}v_B \quad \longrightarrow \quad \boxed{v_B = \frac{v_A}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{6}}} \approx 717\text{km/hr}}$$



$$\cos(45^\circ) = \sin(45^\circ) = 1/\sqrt{2} \qquad \cos(60^\circ) = 1/2\,,\ \sin(60^\circ) = \sqrt{3}/2$$

Clase 5: Movimiento relativo y ligaduras

- Movimiento relativo
- Ejemplos
- **Ligaduras**

Ligaduras: Un grado de libertad

- En algunos sistemas de **varias partículas** el movimiento de está **restringido**.

- En el ejemplo de la figura, si el cable tiene un largo L , entonces

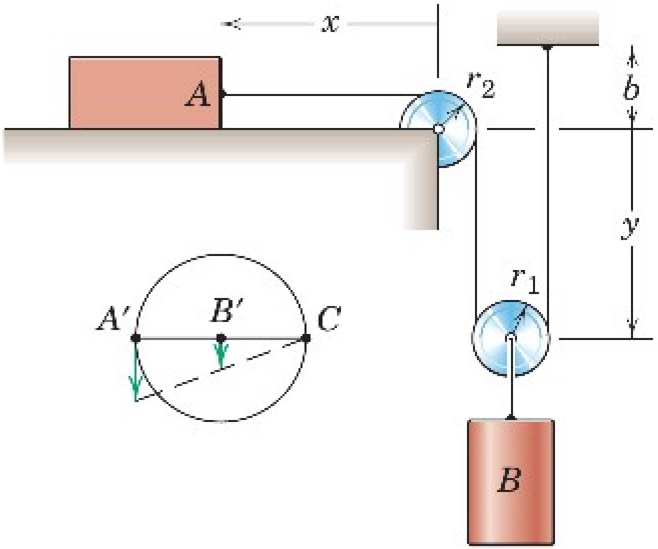
$$L = x + \frac{\pi r_2}{2} + 2y + \pi r_1 + b$$

- Dado que L, r_1, r_2, y b son constantes:

$$\dot{x} + 2\dot{y} = 0$$

$$\ddot{x} + 2\ddot{y} = 0$$

- Este sistema tiene **un grado de libertad** ya que sólo se necesita x o y para describir el movimiento.

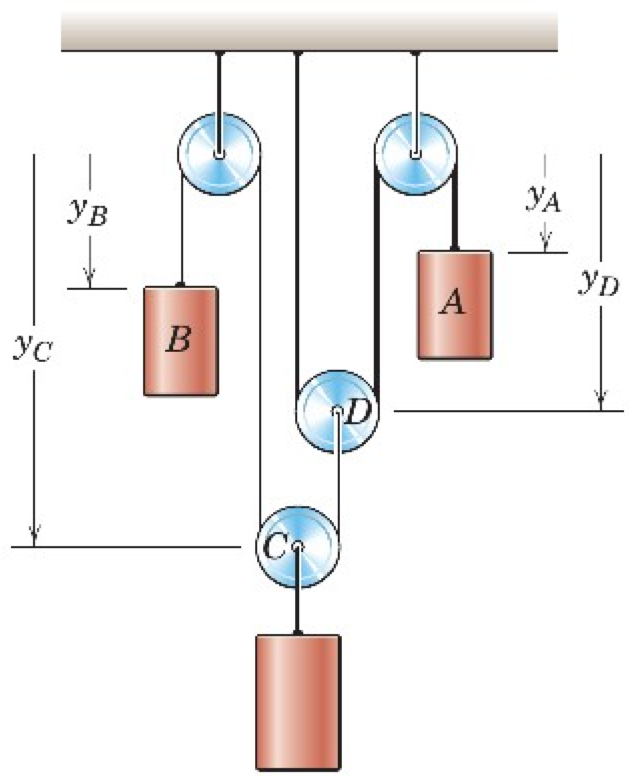


Ligaduras: Dos grados de libertad

- En el ejemplo de la figura, tenemos un cable de largo L_A y otro de largo L_B. Entonces:

$$L_A = y_A + 2y_D + \text{constantes}$$

$$L_B = y_B + y_C + (y_C - y_D) + \text{constantes}$$



- Se obtiene

$$\dot{y}_A + 2\dot{y}_D = 0 \qquad \dot{y}_B + 2\dot{y}_C - \dot{y}_D = 0$$

$$\ddot{y}_A + 2\ddot{y}_D = 0 \qquad \ddot{y}_B + 2\ddot{y}_C - \ddot{y}_D = 0$$

- Si despejamos y_D :

$$\frac{\dot{y}_A}{2} + \dot{y}_B + 2\dot{y}_C = 0$$

$$\frac{\ddot{y}_A}{2} + \ddot{y}_B + 2\ddot{y}_C = 0$$

- Necesitamos **dos variables** para describir este sistema.

Resumen clase 5

- Hemos introducido el concepto de **movimiento relativo**.
- Hemos estudiado dos casos simples de **ligaduras**.

Resumen Cinemática

- Hemos definido los conceptos de **posición**, **velocidad**, y **aceleración** en distintas dimensiones.
- Revisamos técnicas básicas de **resolución de ecuaciones diferenciales** en cinemática.
- Estudiamos el **movimiento de un proyectil**.
- Introducimos sistemas de **coordenadas polares y cilíndricas**.
- Estudiamos el concepto de **movimiento relativo** y **ligaduras**.
- Próxima clase:
  - Dinámica: Leyes de Newton