FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Cuerdas, poleas, y ligaduras

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Lunes 4 de Septiembre de 2023

Resumen clase anterior

- Presentamos la ley de gravitación y el **peso**.
- Presentamos la fuerza de contacto **normal**.
- Introducimos el concepto de **cuerda ideal** y la fuerza **tensión**.
- Revisamos la aplicación de la segunda ley de Newton a **varios cuerpos**.

Clase de hoy

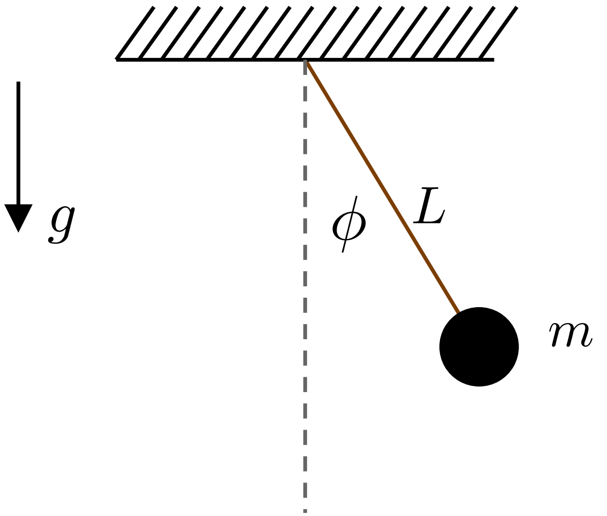
- Ejemplos de cuerda ideal.
- Ejemplos de varios cuerpos con ligaduras y poleas.

Clase de hoy

- **Ejemplos de cuerda ideal.**
- Ejemplos de varios cuerpos con ligaduras y poleas.

Ejemplo: Péndulo simple

- Una **cuerda ideal** de largo L sujeta un objeto de masa m que puede moverse (oscilar) en un **plano**. Encuentre la **ecuación de movimiento**. Considere el efecto de la **gravedad**.

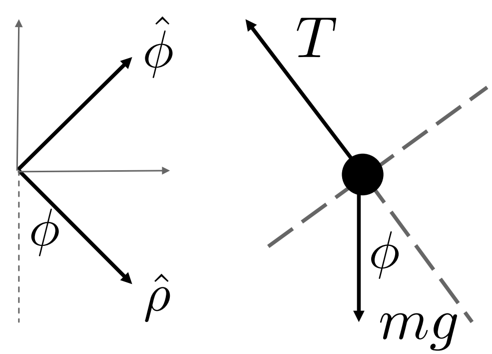


Ecuaciones de movimiento

$$\rho: \quad F_\rho = mg\cos\phi - T = ma_\rho = -mL\dot{\phi}^2$$

$$\phi: \quad F_\phi = -mg\sin\phi = ma_\phi = mL\ddot{\phi}$$

DCL



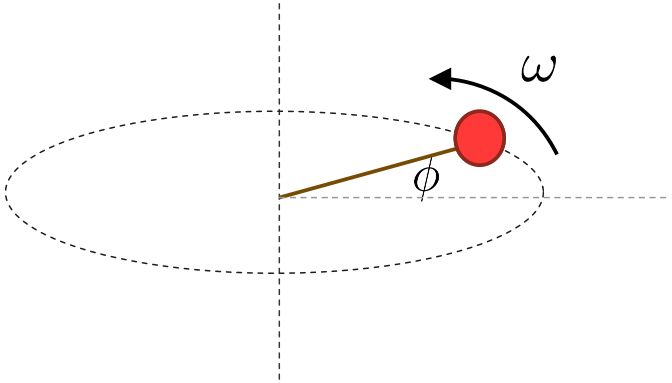
$$\longrightarrow \quad T = m(g\cos\phi + L\dot{\phi}^2)$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\ddot{\phi} + \omega^2\sin\phi = 0}$$

$$\omega^2 = g/L$$

Ejemplo: Pelota girando con una cuerda

- Una pelota gira con **velocidad angular constante** ω atada a una **cuerda ideal** de **largo** ρ_0 . Despreciando el efecto de la gravedad, calcule la **tensión** de la cuerda.



Ecuaciones de movimiento

Equilibrio de fuerzas ⟶

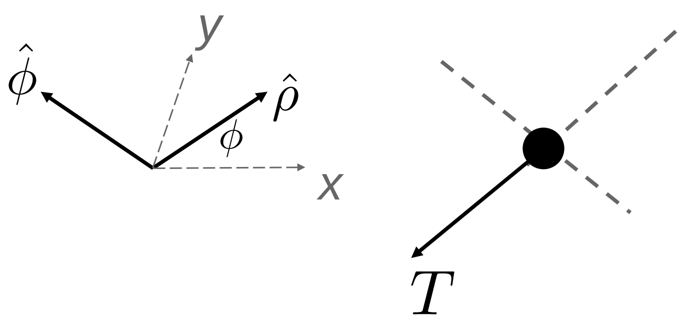
$$\rho: \quad F_\rho = -T = ma_\rho = -m\rho_0\omega^2$$

$$\phi: \quad F_\phi = 0$$

$$\longrightarrow \underbrace{\boxed{T = m\rho_0\omega^2}}_{\text{Fuerza centrífuga}}$$

Fuerza **centrífuga**

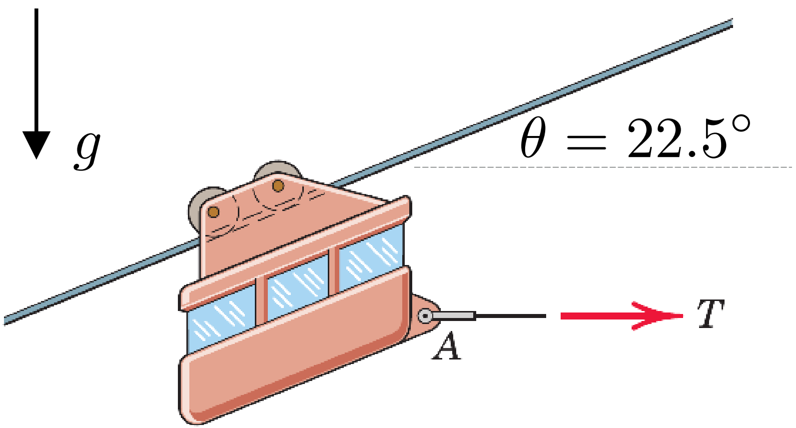
DCL



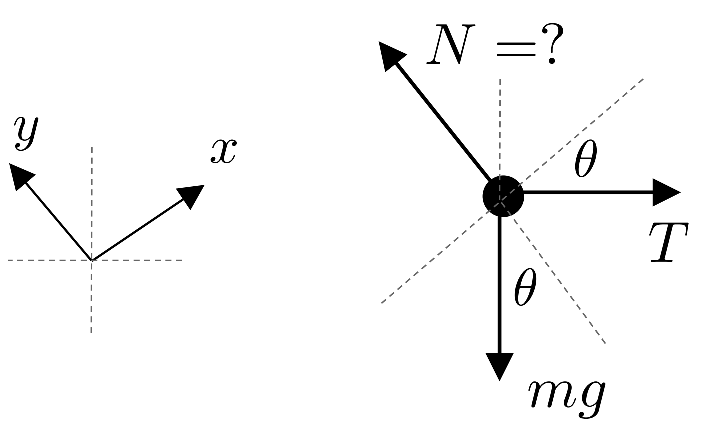
* A **mayor velocidad angular**, **mayor tensión**.

Ejemplo: Carro sobre un riel

- Un carro de 200 kg **sube** por un riel que se encuentra a un ángulo $\theta{=}22.5^{\circ}$ de la horizontal. El carro es **tirado horizontalmente** por un **cable horizontal** con una **tensión** de T=2400 N. Determine la **aceleración** del carro y la **fuerza ejercida por el riel sobre las ruedas**.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$x: \quad F_x = T\cos\theta - mg\sin\theta = ma_x$$

Equilibrio de fuerzas $\longrightarrow$

$$y: \quad F_y = N - mg\cos\theta - T\sin\theta = 0$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{N \approx 2979 \text{ N}}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{a_x \approx 7.34 \text{ m/s}^2}$$

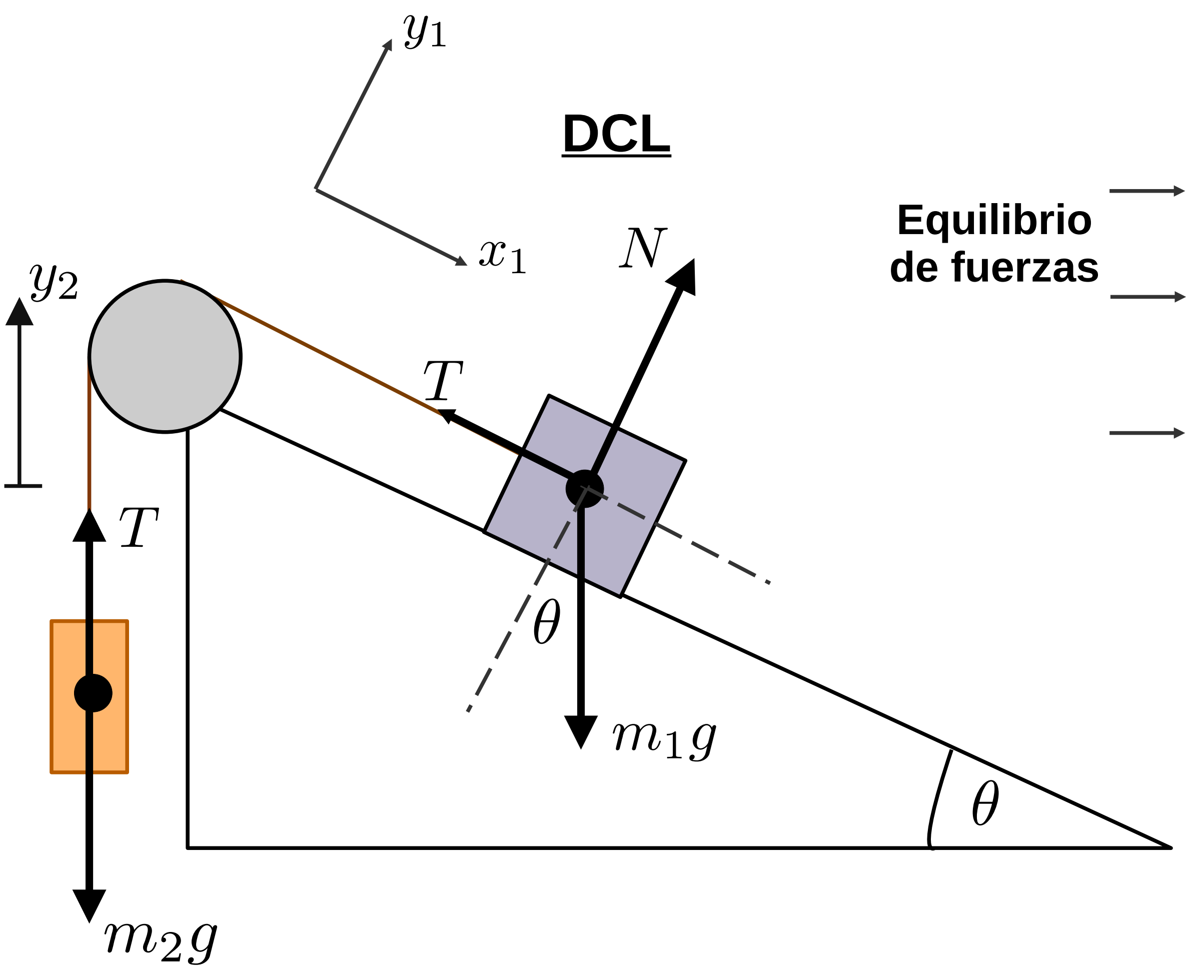
$$\cos(22.5^{\circ}) \approx 0.924\,,\ \cos(22.5^{\circ}) \approx 0.383\,,\ g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$$

Clase de hoy

- Ejemplos de cuerda ideal.
- **Ejemplos de varios cuerpos con ligaduras y poleas.**

Ejemplo: Dos bloques estáticos

- Un bloque de masa m_1 se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal, mientras que otro bloque de masa m_2 se encuentra **colgado** fuera del plano inclinado y atado por una **cuerda ideal** al primer bloque como muestra la figura. Encuentre la **relación entre las masas** para que el sistema esté en **reposo**.



Ecuaciones de movimiento

Equilibrio de fuerzas

$$\longrightarrow x_1 : \quad F_{x,1} = m_1 g \sin\theta - T = 0$$

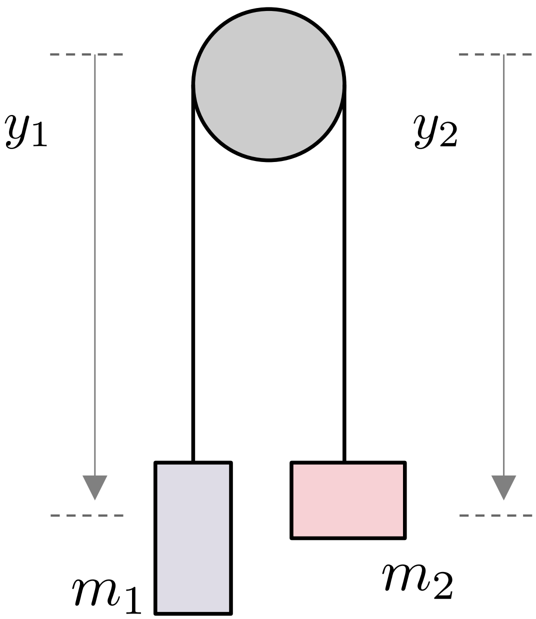
$$\longrightarrow y_1 : \quad F_{y,1} = N - m_1 g \cos\theta = 0$$

$$\longrightarrow y_2 : \quad F_{y,2} = T - m_2 g = 0$$

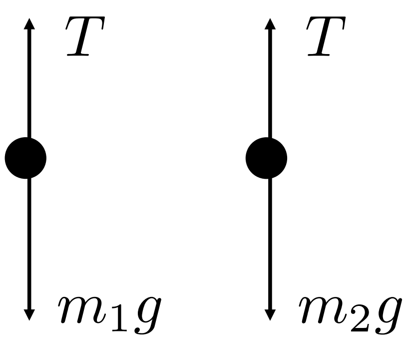
$$\longrightarrow \boxed{m_2 = m_1 \sin\theta}$$

Ejemplo: Máquina de Atwood

- **Dos bloques** de masas m_1 y m_2 se encuentran **unidos por una cuerda ideal**. Encuentre la aceleración de los bloques en función de las masas.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$\longrightarrow 1: \quad F_1 = -T + m_1 g = m_1 \ddot{y}_1$$

$$\longrightarrow 2: \quad F_2 = -T + m_2 g = m_2 \ddot{y}_2$$

Ligaduras

$$L = y_1 + y_2 + \text{ctes.}\,, \qquad \rightarrow \qquad \ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2$$

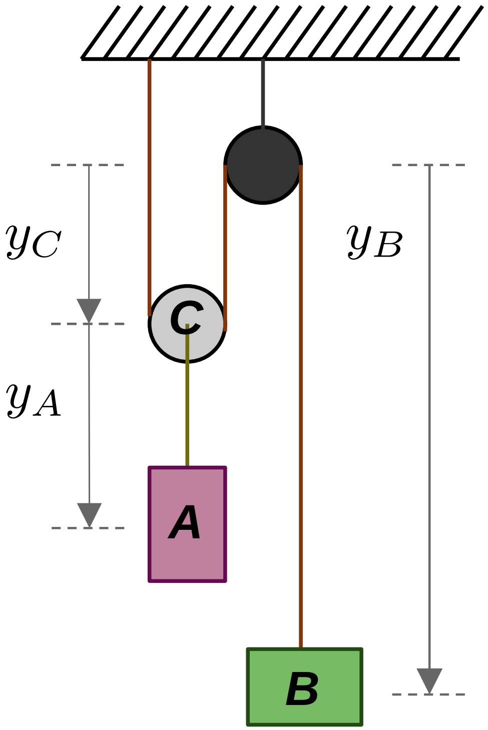
Largo cuerda

$$\longrightarrow \boxed{a_1 = \ddot{y}_1 = g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}$$

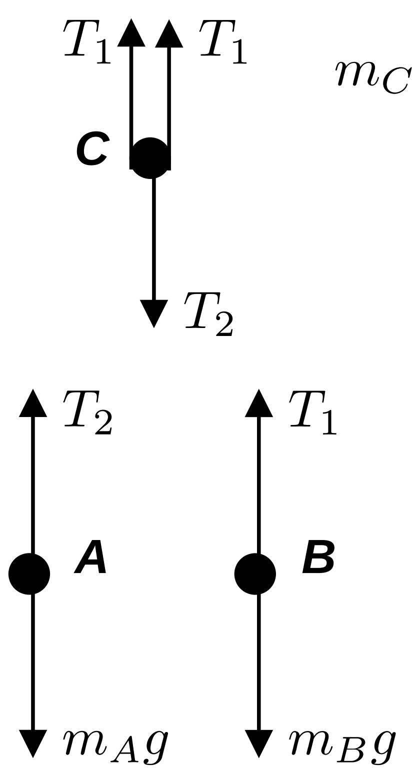
Se recupera el resultado de bloques estáticos si tienen igual masa.

Ejemplo: Ligaduras y poleas

- Un bloque *A* de masa m_A=100 kg está unido por una **cuerda ideal** a una polea *C* **sin masa**. Si a través de las dos poleas de la figura pasa **otra cuerda ideal** que **sostiene otro bloque** B de masa m_B=20 kg. Encuentre la **rapidez** del bloque *B* después de 2 s si el sistema **parte del reposo**.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$m_C = 0 \longrightarrow \mathrm{C}: \quad F_C = T_2 - 2T_1 = m_c \ddot{y}_c = 0$$

$$\mathrm{A}: \quad F_A = m_A g - T_2 = m_A \ddot{y}_A$$

$$\mathrm{B}: \quad F_B = m_B g - T_1 = m_B \ddot{y}_B$$

$$\longrightarrow \quad T_2 = 2T_1$$

$$\longrightarrow \quad \ddot{y}_A = g - 2T_1/m_A$$

$$\ddot{y}_B = g - T_1/m_B$$

Ligaduras

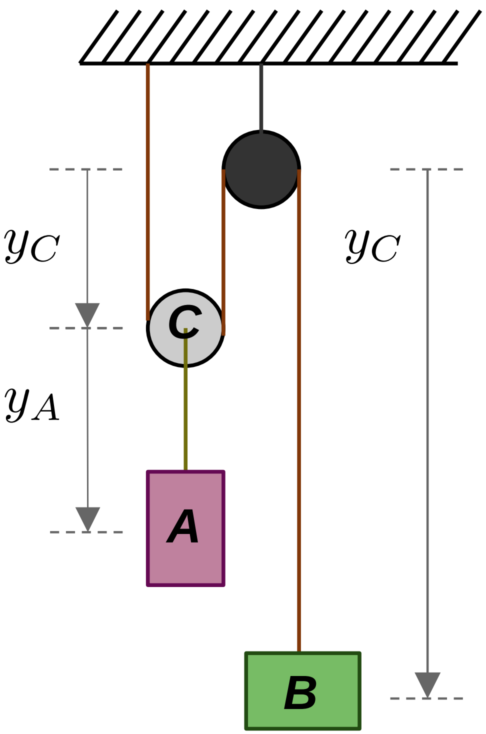
$$L_1 = 2y_C + y_B + \text{ctes.}\,, \quad \rightarrow \quad \dot{y}_C = \dot{y}_A$$

Largo cuerda café

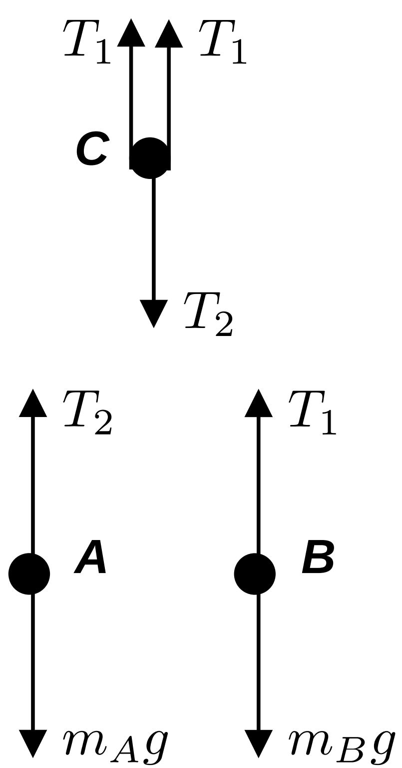
$$\longrightarrow \quad 0 = 2\ddot{y}_A + \ddot{y}_B$$

Ejemplo: Ligaduras y poleas

- Un bloque *A* de masa $m_A = 100\ \mathrm{kg}$ está unido por una **cuerda ideal** a una polea *C* **sin masa**. Si a través de las dos poleas de la figura pasa **otra cuerda ideal** que **sostiene otro bloque** B de masa $m_B = 20\ \mathrm{kg}$. Encuentre la **rapidez** del bloque *B* después de 2 s si el sistema **parte del reposo**.



DCL



Combinando todo:

$$\longrightarrow \quad T_1 = \frac{3g}{4m_A^{-1} + m_B^{-1}} \approx 327\ \mathrm{N}$$

$$\longrightarrow \quad \ddot{y}_A = g - 2T_1/m_A \approx 3.27 \mathrm{m/s}^2$$

$$\longrightarrow \quad \ddot{y}_B = -2\ddot{y}_A \approx -6.53 \mathrm{m/s}^2$$

Parte del reposo

Cinemática

$$v_B = v_{B,0} + a_B t \quad \to \quad \dot{y}_B = \cancelto{0}{\dot{y}_{B,0}} + \ddot{y}_B t$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{v_B(t = 2\mathrm{s}) \approx -13 \mathrm{m/s}}$$

Resumen

- Hemos resuelto más problemas de **cuerda ideal** y **tensión**.
- Hemos resuelto ejemplos de problemas con **poleas** y **ligaduras**.
- Próxima clase:
  - ➔ Fuerza elástica.