FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Fuerza elástica

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 6 de Septiembre de 2023

Resumen clase anterior

- Revisamos ejemplos de problemas con **cuerda ideal**.
- Revisamos ejemplos de problemas con **poleas** y **ligaduras**.

Clase de hoy

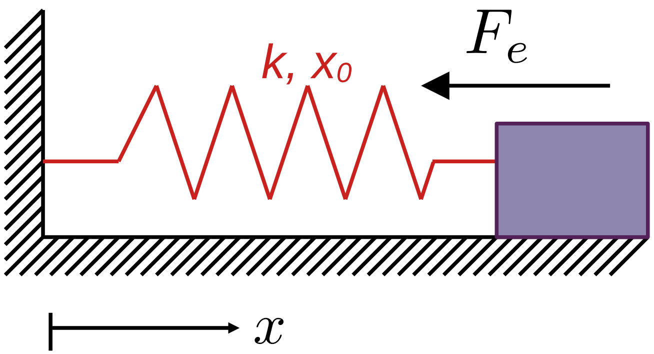
- Fuerza elástica: Ley de Hooke
- Ejemplos

Clase de hoy

- **Fuerza elástica: Ley de Hooke**
- Ejemplos

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Un **resorte** ejerce una **fuerza elástica** (de restitución) dictada por la **Ley de Hooke**

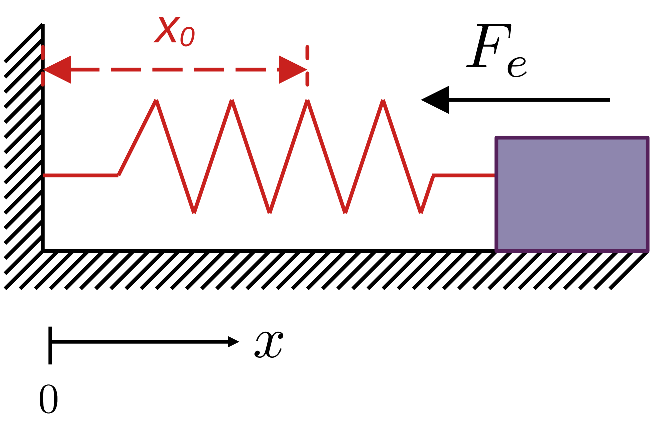


$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- k es la **constante elástica** y depende del material.
- Δx es la **elongación** o desplazamiento desde la **posición natural**.
- x_0 es la **posición de natural** (de equilibrio) del elástico/resorte.

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Se debe ser cuidadoso al definir el desplazamiento Δ*x*.



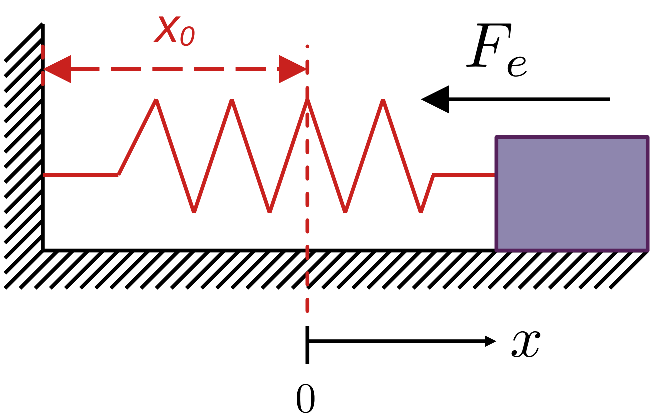
$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- Si definimos el punto *x*=0 desde la pared, entonces

$$\Delta x = x - x_0 \quad \longrightarrow \quad F_e = -k(x - x_0)$$

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Se debe ser cuidadoso al definir el desplazamiento Δ*x*.



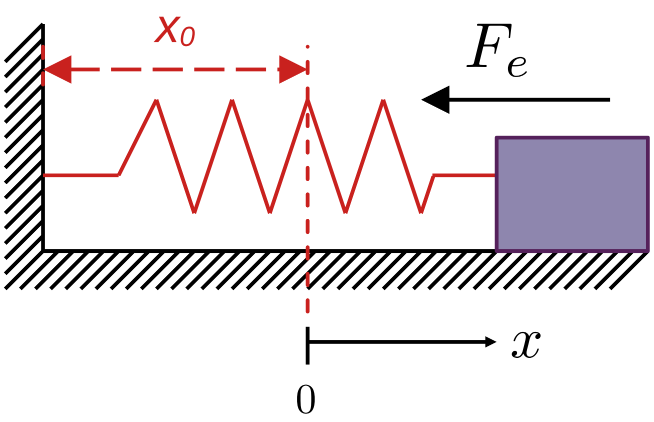
$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- Si definimos el punto *x*=0 desde el punto de equilibrio, entonces

$$\Delta x = x \quad \longrightarrow \quad F_e = -k\,x$$

Fuerza elástica: Ley de Hooke

- Se debe ser cuidadoso al definir el desplazamiento Δ*x*.



$$\boxed{F_e = -k\Delta x}$$

- Si el bloque tiene una masa *m*, la ecuación de movimiento

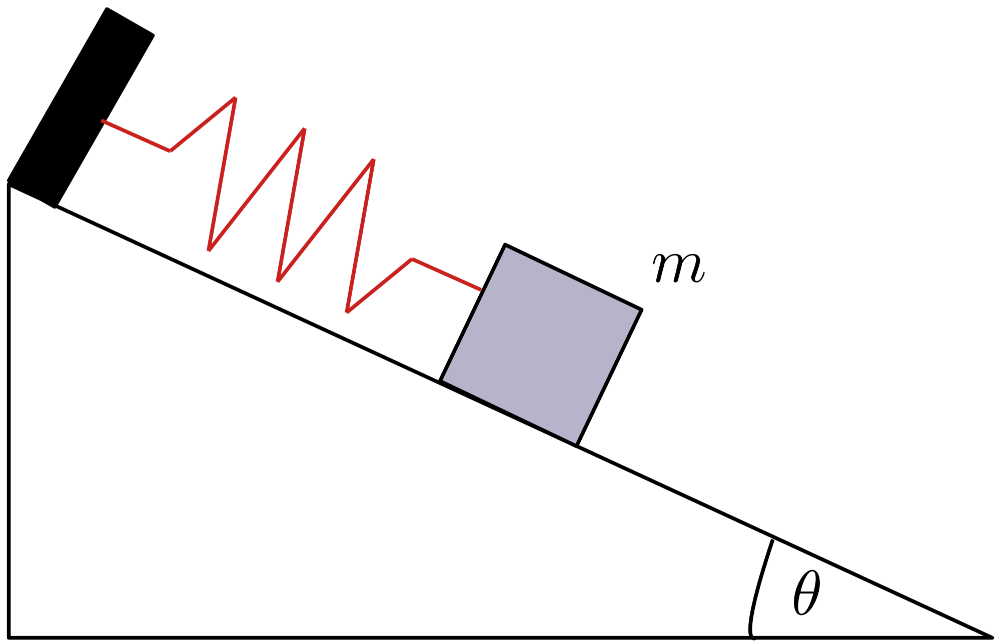
$$\boxed{F_x = -kx = m\ddot{x} \quad \longrightarrow \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0}$$

Clase de hoy

- Fuerza elástica: Ley de Hooke
- **Ejemplos**

Ejemplo: Plano inclinado con un elástico

- Un bloque de masa m se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Si un **elástico** de **constante** *k* sujeta el bloque como muestra la figura. Encuentre:
  - El **desplazamiento** del elástico con respecto a su largo natural si el bloque se encuentra en reposo.
  - El **desplazamiento** del elástico con respecto a su largo natural de tal manera que la aceleración del bloque tenga un magnitud de g .

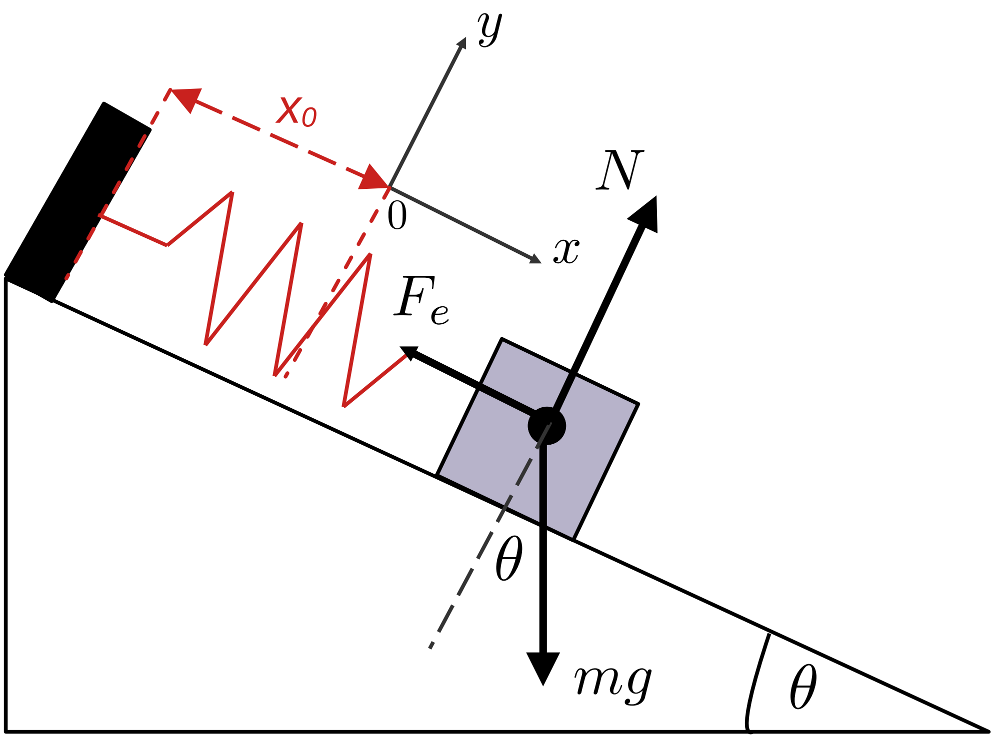


Ejemplo: Plano inclinado con un elástico

- Un bloque de masa m se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Si un **elástico** de **constante** *k* sujeta el bloque como muestra la figura. Encuentre:

➔ El **desplazamiento** del elástico con respecto a su largo natural si el bloque se encuentra en reposo.

DCL



Ecuaciones de movimiento

$$x: \quad F_x = mg\sin\theta - kx = ma_x$$

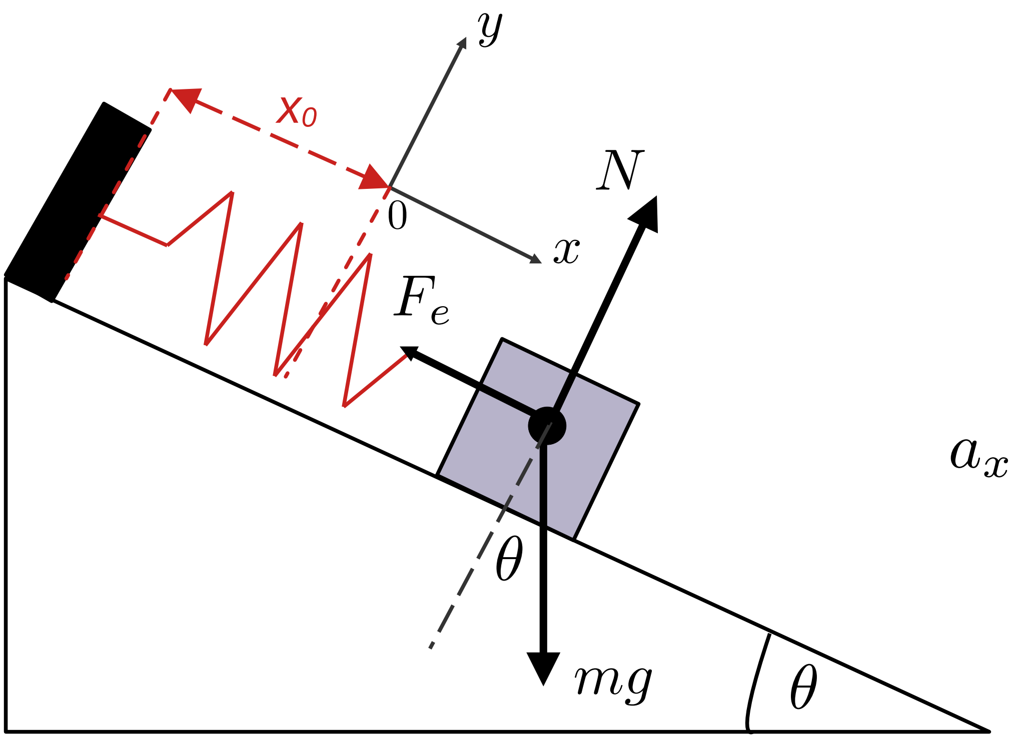
$$y: \quad F_y = N - mg\cos\theta = 0$$

$$a_x = 0 \quad \longrightarrow \quad \boxed{x^* = \frac{mg\sin\theta}{k}}$$

Ejemplo: Plano inclinado con un elástico

- Un bloque de masa m se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Si un **elástico** de **constante** k sujeta el bloque como muestra la figura. Encuentre:
  - El **desplazamiento** del elástico con respecto a su largo natural de tal manera que la aceleración del bloque tenga un magnitud de g .

DCL



Ecuaciones de movimiento

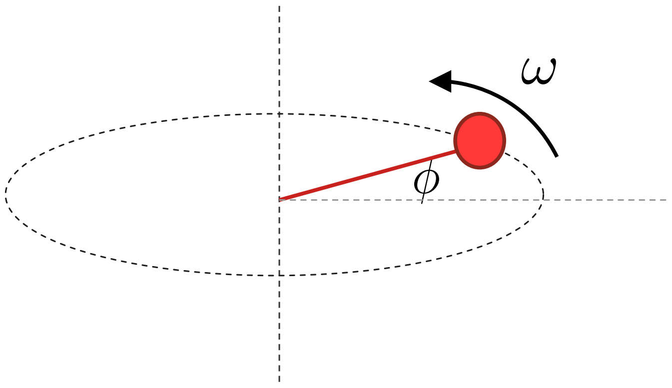
$$x: \quad F_x = mg\sin\theta - kx = ma_x$$

$$y: \quad F_y = N - mg\cos\theta = 0$$

$$a_x = \pm g \quad \longrightarrow \quad \boxed{x^* = \frac{mg(\sin\theta \mp 1)}{k}}$$

Ejemplo: Pelota girando con un elástico

- Una pelota gira atada a un **elástico** de **largo natural** ρ_0 y **constante elástica** *k*. Despreciando el efecto de la gravedad, encuentre el **largo** que toma el elástico de tal manera que este **largo se mantenga constante**. Encuentre este largo en función de la velocidad angular ω.



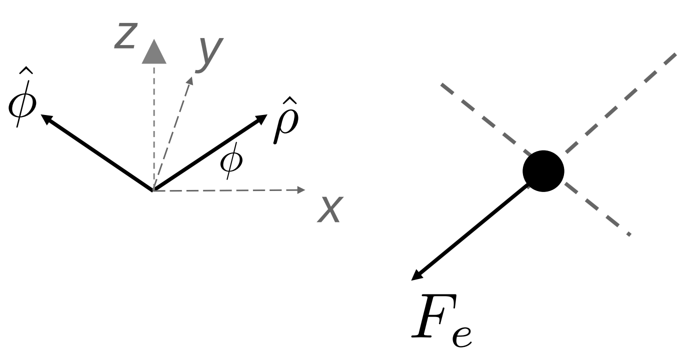
Ecuaciones de movimiento

$$\rho: \quad F_\rho = -k(\rho^* - \rho_0) = ma_\rho = -m\rho^*\omega^2$$

$$\phi: \quad F_\phi = 0$$

$$\longrightarrow \boxed{\rho^* = \frac{k\rho_0}{k - m\omega^2}}$$

DCL

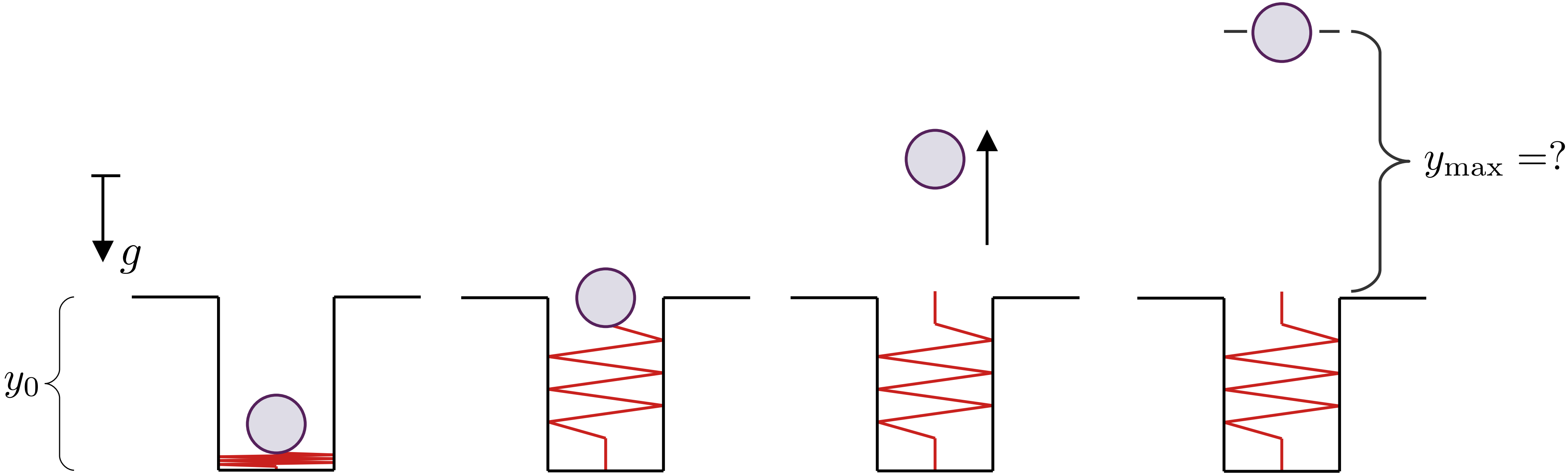


- En el límite en que *k* tiende a **infinito**, se recupera el resultado de una **cuerda ideal** $\rho^*=\rho_0$.

- A **mayor velocidad angular** ω , **mayor largo** ρ^*. En particular, ρ^* diverge cuando $\omega^2=k/m$, pero un elástico real se rompería mucho antes.

Ejemplo: Pelota impulsada por un resorte

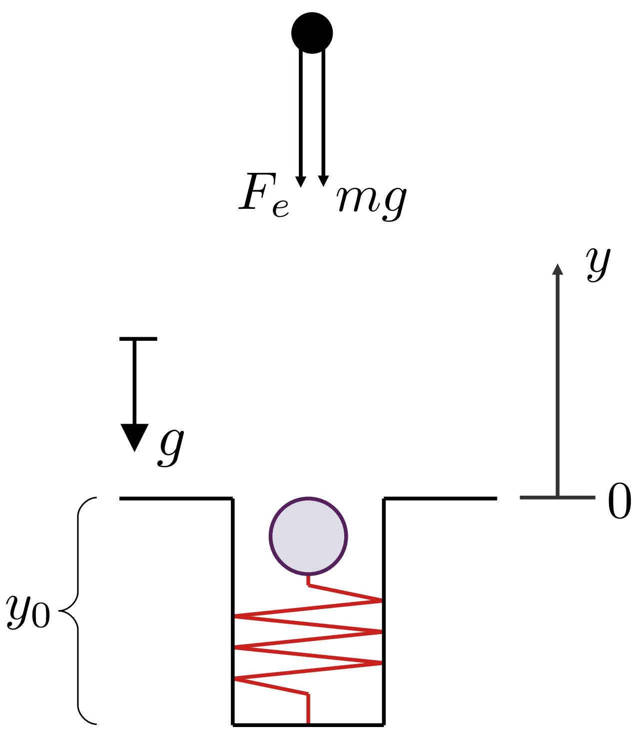
- Una pelota de masa m se encuentra pegada a un **resorte** de **constante elástica** k y **largo natural** y_0 que está enterrado en un agujero de **profundidad** y_0 . **Inicialmente** el resorte es **apretado hasta el fondo del agujero**. Si la pelota se **desprende** del resorte a la **altura de la superficie**, encuentre la **altura máxima** que alcanza la pelota.



Ejemplo: Pelota impulsada por un resorte

- Una pelota de masa m se encuentra pegada a un **resorte** de **constante elástica** k y **largo natural** y_0 que está enterrado en un agujero de **profundidad** y_0 . **Inicialmente** el resorte es **apretado** en el **reposo** hasta el **fondo del agujero**. Si la pelota se **desprende** del resorte a la **altura de la superficie**, encuentre la **altura máxima** que alcanza la pelota.

DCL



Ecuaciones de movimiento

$$F_y = -mg - ky = ma_y = m\ddot{y}$$

Cinemática

Antes de desprenderse:

$$\ddot{y} = \frac{d\dot{y}}{dy}\dot{y} \quad \longrightarrow \quad -(mg+ky)dy = m\dot{y}d\dot{y}$$

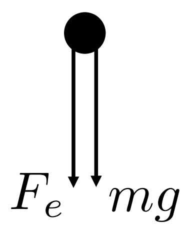
$$-\int_{-y_0}^{0}(mg+ky)dy = m\int_{0}^{v_0}\dot{y}d\dot{y}$$

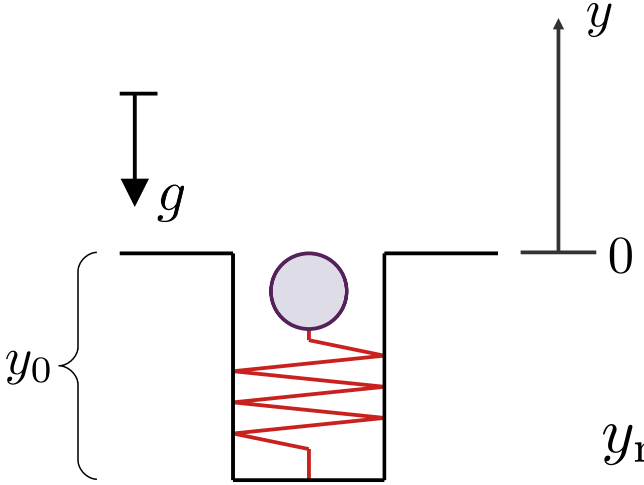
$$\longrightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}y_0^2 - 2gy_0}$$

Ejemplo: Pelota impulsada por un resorte

- Una pelota de masa m se encuentra pegada a un **resorte** de **constante elástica** k y **largo natural** y_0 que está enterrado en un agujero de **profundidad** y_0 . **Inicialmente** el resorte es **apretado** en el **reposo** hasta el **fondo del agujero**. Si la pelota se **desprende** del resorte a la **altura de la superficie**, encuentre la **altura máxima** que alcanza la pelota.

DCL





Cinemática

Antes de desprenderse:

$$\longrightarrow \qquad v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}y_0^2 - 2gy_0}$$

Después de desprenderse:

Asumimos t=0 cuando se desprende

$$v_f = v_0 - g\,t \qquad \longrightarrow \qquad t_{\max} = v_0/g$$

$$y_{\max} = v_0 t_{\max} - \frac{g}{2}t_{\max}^2 \qquad \longrightarrow \qquad \boxed{y_{\max} = \frac{ky_0^2}{2mg} - y_0}$$

Conclusiones

- Definimos la **fuerza elástica** a partir de la **Ley de Hooke**.
- Resolvimos diversos ejemplos.
- Próxima clase:
  - ➔ Fuerza de roce.