FACULTAD DE FÍSICA
PONTIFICIA UNIVERSIDAD
CATÓLICA DE CHILE

Dinámica (FIS1514)

Tensión y ligaduras

Felipe Isaule

felipe.isaule@uc.cl

Miércoles 4 de Septiembre de 2024

Resumen clase anterior

- Introducimos las **Leyes de Newton**.
- Definimos la fuerza **peso**.
- Definimos la fuerza **normal**.

Clase 9: Tensión y ligaduras

- Cuerda ideal y tensión.
- Problemas de varios cuerpos y ligaduras.

- Bibliografía recomendada:
  - Meriam (2.9, 3.3, 3.4).
  - Hibbeler (12.9 13.2, 13.3, 13.4).

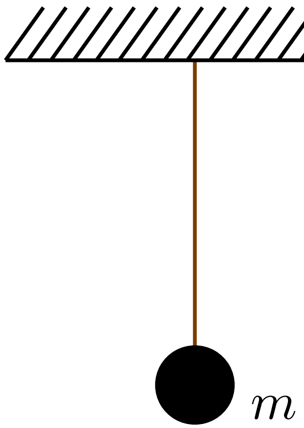
Clase 9: Tensión y ligaduras

- **Cuerda ideal y tensión.**
- Problemas de varios cuerpos y ligaduras.

Tensión

- Una **cuerda ideal** (inextensible y de masa despreciable) sujeta otros objetos con una fuerza llamada **tensión** T.

- Esta tensión es **constante a través de la cuerda**.

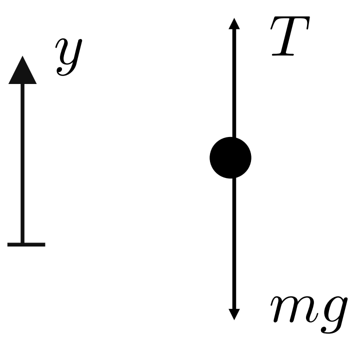


Ejemplo: Si una **cuerda ideal** sujeta un objecto de masa m afectado por la **gravedad** que está **estático**. Encuentre la **magnitud de la tensión**.

Equilibrio de fuerzas $\longrightarrow$ $F_y = T - mg = 0$

$$\boxed{T = mg}$$

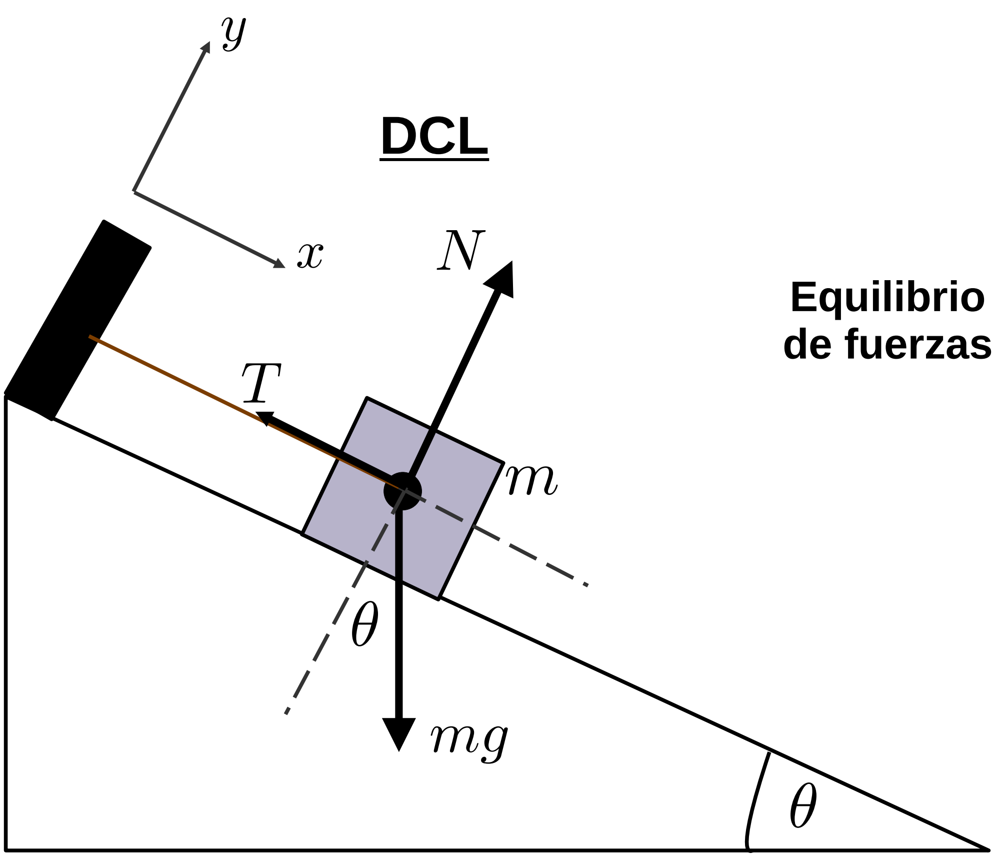
DCL



Ejemplo: Plano inclinado con una cuerda

- Un bloque de masa m se encuentra sobre la superficie de un **plano inclinado** con un ángulo θ con respecto a la horizontal. Si una **cuerda ideal** sujeta al bloque en el **reposo**. Encuentre la **tensión**.

DCL



Ecuaciones de movimiento

Equilibrio de fuerzas

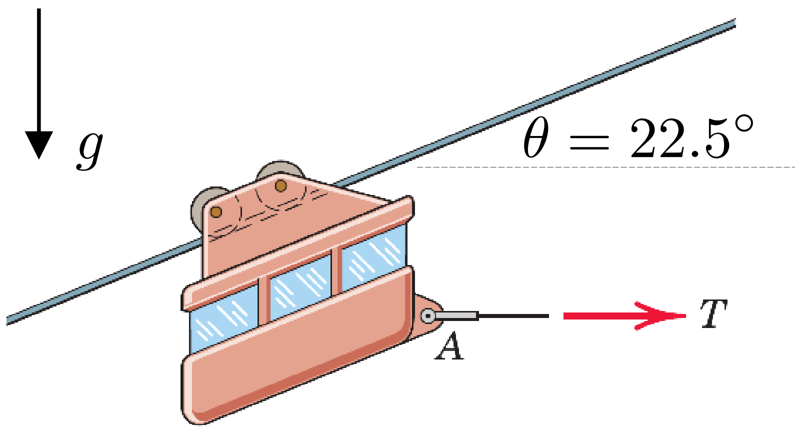
$$\longrightarrow x: \quad F_x = mg\sin\theta - T = 0$$

$$\longrightarrow y: \quad F_y = N - mg\cos\theta = 0$$

$$\longrightarrow \boxed{T = mg\sin\theta}$$

Ejemplo: Carro sobre un riel

- Un carro de 200 kg **sube** por un riel que se encuentra a un ángulo θ=22.5° de la horizontal. El carro es **tirado horizontalmente** por un **cable horizontal** con una **tensión** de *T*=2400 N. Determine la **aceleración** del carro y la **fuerza ejercida por el riel sobre las ruedas**.



Ecuaciones de movimiento

$$x: \quad F_x = T\cos\theta - mg\sin\theta = ma_x$$

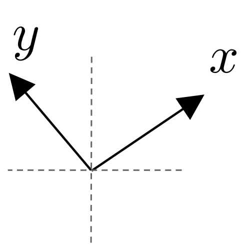
Equilibrio de fuerzas →

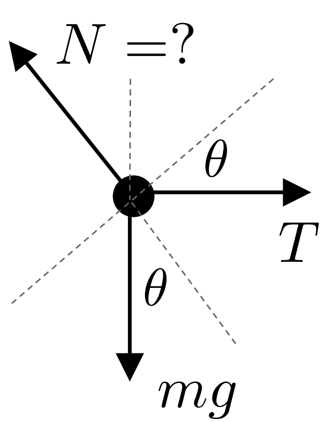
$$y: \quad F_y = N - mg\cos\theta - T\sin\theta = 0$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{N \approx 2979 \text{ N}}$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{a_x \approx 7.34 \text{ m/s}^2}$$

DCL





$$\cos(22.5°) \approx 0.924\,,\ \cos(22.5°) \approx 0.383\,,\ g \approx 9.8 \text{ m/s}^2$$

Clase 9: Tensión y ligaduras

- Cuerda ideal y tensión.
- **Problemas de varios cuerpos y ligaduras.**

Sistemas de varias partículas

- Si tenemos **varias partículas** sometidas a fuerzas, la segunda ley de Newton es aplicada **independientemente** a cada cuerpo.

$$\vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1$$

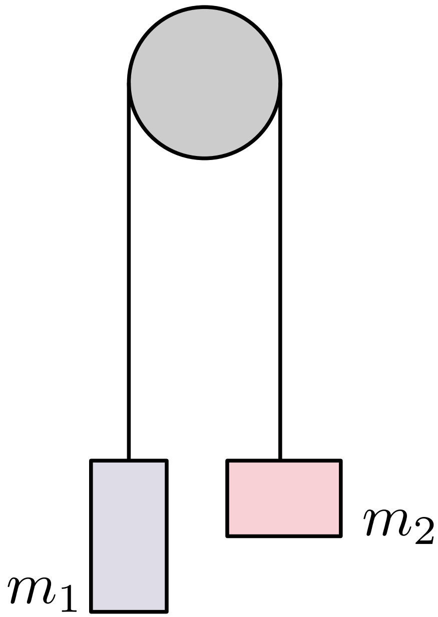
$$\vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2$$

$$\vdots$$

$$\vec{F}_N = m_N \vec{a}_N$$

Ejemplo: Dos bloques estáticos en una polea

- **Dos bloques** de masas m_1 y m_2 se encuentran **unidos por una cuerda ideal**. Si los bloques están **estáticos**, encuentre la **relación entre las masas** de los bloques..



Ecuaciones de movimiento

Equilibrio de fuerzas

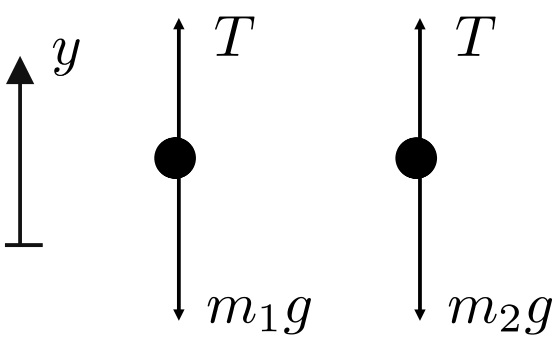
$$\longrightarrow 1: \quad F_1 = T - m_1 g = 0$$

$$\longrightarrow 2: \quad F_2 = T - m_2 g = 0$$

$$\longrightarrow \boxed{m_1 = m_2}$$

Ambos bloques **deben tener igual masa** para que el sistema se mantenga en reposo.

DCL



La tensión *T* es constante a través de la cuerda.

Ligaduras: Un grado de libertad

- En algunos sistemas de **varias partículas** el movimiento está **restringido**.
- En el ejemplo de la figura, si el cable tiene un largo L , entonces

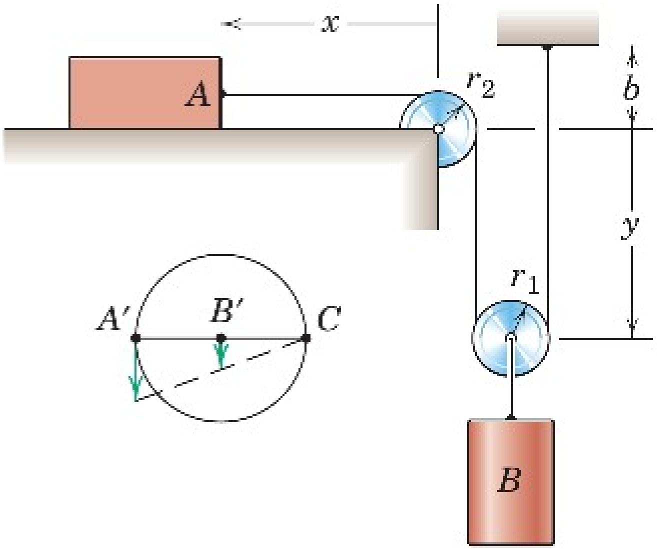
$$L = x + \frac{\pi r_2}{2} + 2y + \pi r_1 + b$$

- Dado que L, r_1, r_2, y b son constantes:

$$\dot{x} + 2\dot{y} = 0$$

$$\ddot{x} + 2\ddot{y} = 0$$

- Este sistema tiene **un grado de libertad** ya que sólo se necesita x o y para describir el movimiento.

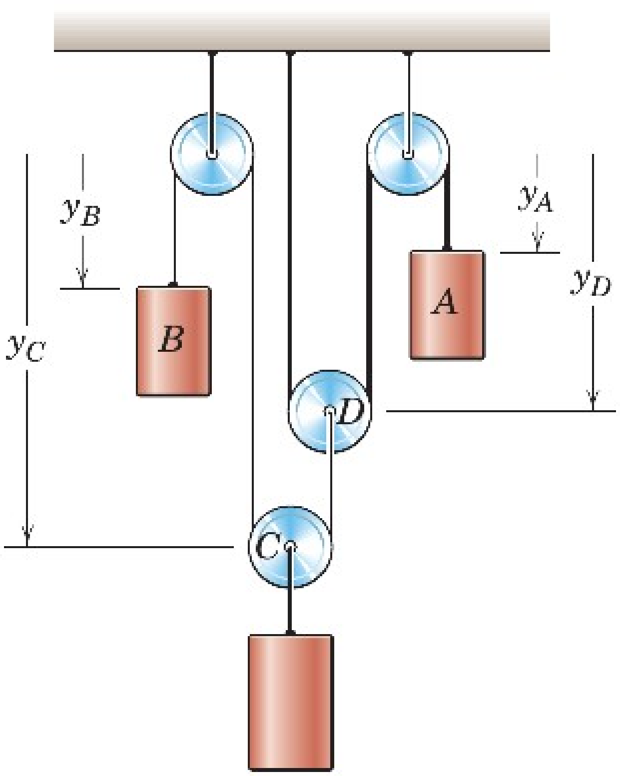


Ligaduras: Dos grados de libertad

- En el ejemplo de la figura, tenemos un cable de largo L_A y otro de largo L_B. Entonces:

$$L_A = y_A + 2y_D + \text{constantes}$$

$$L_B = y_B + y_C + (y_C - y_D) + \text{constantes}$$



- Se obtiene

$$\dot{y}_A + 2\dot{y}_D = 0 \qquad \dot{y}_B + 2\dot{y}_C - \dot{y}_D = 0$$

$$\ddot{y}_A + 2\ddot{y}_D = 0 \qquad \ddot{y}_B + 2\ddot{y}_C - \ddot{y}_D = 0$$

- Si despejamos y_D :

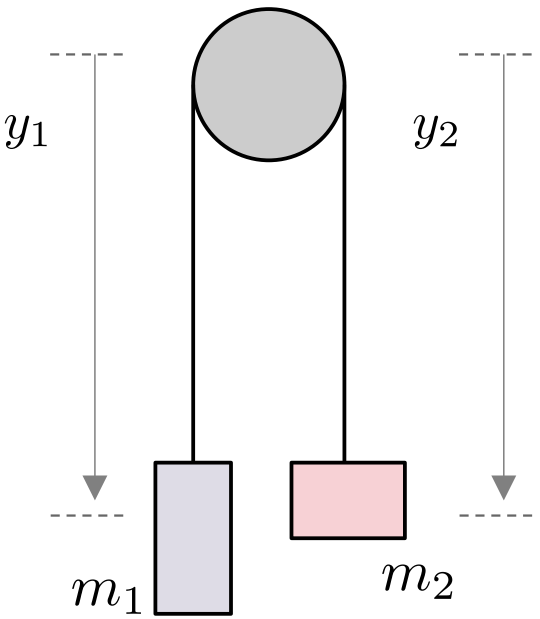
$$\frac{\dot{y}_A}{2} + \dot{y}_B + 2\dot{y}_C = 0$$

$$\frac{\ddot{y}_A}{2} + \ddot{y}_B + 2\ddot{y}_C = 0$$

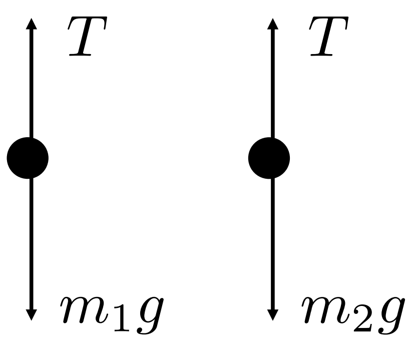
- Necesitamos **dos variables** para describir este sistema.

Ejemplo: Máquina de Atwood

- **Dos bloques** de masas m_1 y m_2 se encuentran **unidos por una cuerda ideal**. Encuentre la aceleración de los bloques en función de las masas.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$\longrightarrow 1: \quad F_1 = -T + m_1 g = m_1 \ddot{y}_1$$

$$\longrightarrow 2: \quad F_2 = -T + m_2 g = m_2 \ddot{y}_2$$

Ligaduras

$$L = y_1 + y_2 + \text{ctes.}\,, \qquad \rightarrow \qquad \ddot{y}_1 = -\ddot{y}_2$$

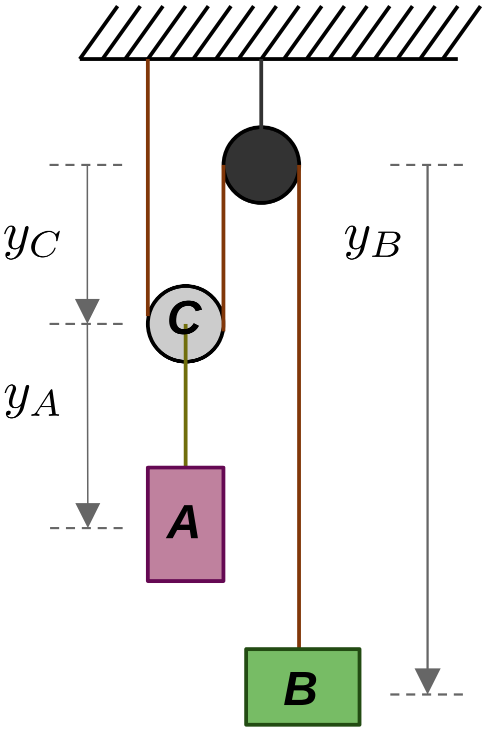
Largo cuerda

$$\longrightarrow \quad \boxed{a_1 = \ddot{y}_1 = g\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}}$$

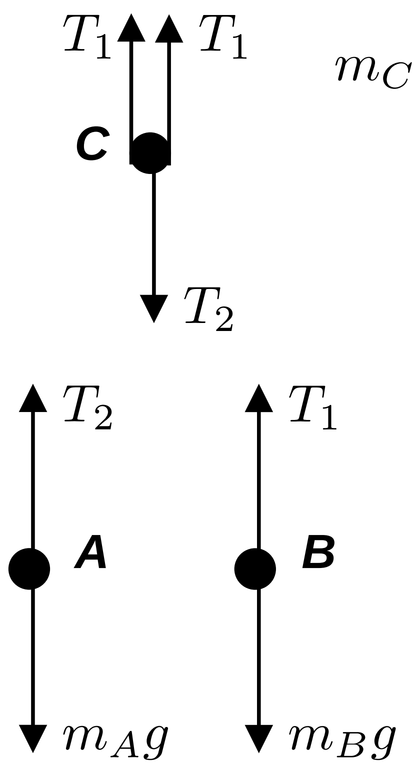
Se recupera el resultado de bloques estáticos si tienen igual masa.

Ejemplo: Ligaduras y poleas

- Un bloque *A* de masa $m_A = 100\ \mathrm{kg}$ está unido por una **cuerda ideal** a una polea *C* **sin masa**. Si a través de las dos poleas de la figura pasa **otra cuerda ideal** que **sostiene otro bloque** B de masa $m_B = 20\ \mathrm{kg}$. Encuentre la **rapidez** del bloque *B* después de 2 s si el sistema **parte del reposo**.



DCL



Ecuaciones de movimiento

$$m_C = 0 \longrightarrow \mathrm{C}: \quad F_C = T_2 - 2T_1 = m_c \ddot{y}_c = 0$$

$$\mathrm{A}: \quad F_A = m_A g - T_2 = m_A \ddot{y}_A$$

$$\mathrm{B}: \quad F_B = m_B g - T_1 = m_B \ddot{y}_B$$

$$\longrightarrow \quad T_2 = 2T_1$$

$$\longrightarrow \quad \ddot{y}_A = g - 2T_1/m_A$$

$$\ddot{y}_B = g - T_1/m_B$$

Ligaduras

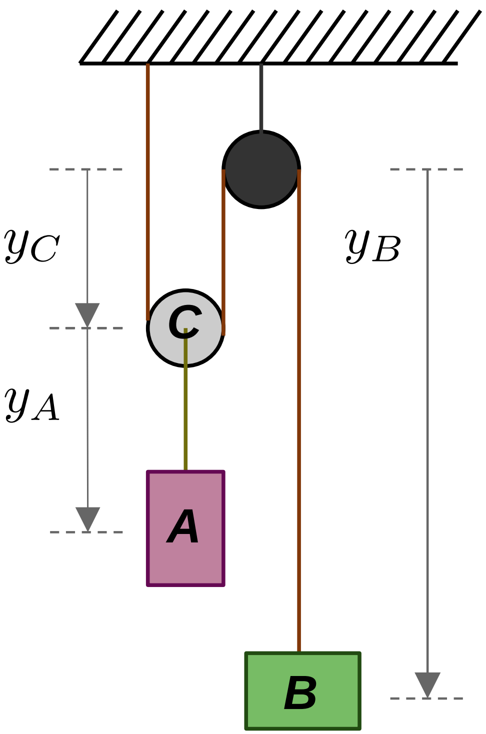
$$L_1 = 2y_C + y_B + \text{ctes.}\,, \qquad \dot{y}_C = \dot{y}_A$$

Largo cuerda café

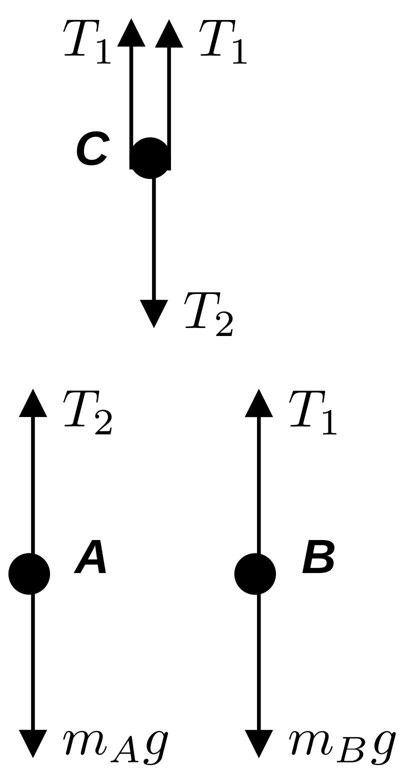
$$\longrightarrow \quad 0 = 2\ddot{y}_A + \ddot{y}_B$$

Ejemplo: Ligaduras y poleas

- Un bloque *A* de masa $m_A = 100\ \mathrm{kg}$ está unido por una **cuerda ideal** a una polea *C* **sin masa**. Si a través de las dos poleas de la figura pasa **otra cuerda ideal** que **sostiene otro bloque** *B* de masa $m_B = 20\ \mathrm{kg}$. Encuentre la **rapidez** del bloque *B* después de 2 s si el sistema **parte del reposo**.



DCL



Combinando todo:

$$\longrightarrow \quad T_1 = \frac{3g}{4m_A^{-1} + m_B^{-1}} \approx 327\ \mathrm{N}$$

$$\longrightarrow \quad \ddot{y}_A = g - 2T_1/m_A \approx 3.27\mathrm{m/s}^2$$

$$\longrightarrow \quad \ddot{y}_B = -2\ddot{y}_A \approx -6.53\mathrm{m/s}^2$$

Cinemática

Parte del reposo

$$v_B = v_{B,0} + a_B t \quad \rightarrow \quad \dot{y}_B = \cancelto{0}{\dot{y}_{B,0}} + \ddot{y}_B t$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{v_B(t = 2\mathrm{s}) \approx -13\mathrm{m/s}}$$

Resumen

- Hemos introducido el concepto de **cuerda ideal** y la fuerza **tensión**.
- Revisamos problemas de **ligaduras**.
- Próxima clase:
  - Fuerza elástica.