LYCEE EL-JEM

DEVOIR DE CONTROLE N°3

25/01/2023

Niveau : $2^{eme}Sc$ Durée : 1h

Mathématiques

Prof: Moncef Bouhelga

Exercice N°1 8 points

1 Soit la suite $(w_n)_{n\in N}$ définie par son terme général $w_n = -5n + 24$.

a Calculer w_2 et w_{61}.

b Montrer que (w_n) est une suite arithmétique et préciser sa raison et son premier terme.

c Calculer alors : $w_2 + w_3 + w_4 + ... + w_{61}$.

2 Soit $(u_n)_{n\in N}$ la suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 telle que $u_3 = -10$ et $u_{10} = 25$

a Calculer r puis u_0 et en déduire u_n en fonction de n.

b Soit $(v_n)_{n\in N^*}$ la suite définie par $v_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n$.

i. Exprimer v_n en fonction de n.

ii. Déterminer n pour que $v_n = 0$

Exercice N°2

4 points

Soit (b_n) la suite définie par : $\begin{cases} b_0 &= 1. \\ b_{n+1} &= \sqrt{2+b_n^2}. \end{cases}$

1 Montrer que la suite (b_n) n'est pas arithmétique.

2 Soit la suite (a_n) définie par : $a_n = b_n^2$

a Montrer que (a_n) est une suite arithmétique.

b En déduire que a_n en fonction de n.

Exercice N°3

8 points

Soit $ABCD$ un rectangle.

1 Construire le point O image de C par l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{1}{3}$.

2 On désigne par h l'homothétie de centre O et de rapport (-2). Montrer que $h(B) = C$.

3 Les droites (OA) et (CD) se coupent en A'.

a Déterminer $h((AO))$ et $h((AB))$.

b Déduire que $h(A) = A'$

4 Soit E le point défini par : $\overrightarrow{A'E} = 2\overrightarrow{CB}$. Montrer que $h(D) = E$.

2ème Sc — Correction du devoir de contrôle n°3 — Mr Moncef Benlahy

Exercice N°1 (8 pts)

1) $W_n = -5n + 24$

1,5 a/ $W_2 = -5 \times 2 + 24 = 14$

$W_{61} = -5 \times 61 + 24 = -281$

1,5 b/ $W_{n+1} - W_n = [-5(n+1) + 24] - (-5n + 24)$

$= -5n - 5 + 24 + 5n - 24$

$= -5 =$ constante

Donc (W_n) est une suite arithmétique de raison (-5) et de premier terme $W_0 = -5 \times 0 + 24 = 24$.

c/ (W_n) est une suite arithmétique, alors :

1,5 $W_2 + W_3 + \dots + W_{61} = (61 - 2 + 1) \times \dfrac{W_2 + W_{61}}{2}$

$= 60 \times \dfrac{14 + (-281)}{2}$

$= -8010$

2) (U_n) une suite arithmétique, $U_3 = -10$ et $U_{10} = 25$

a/ Puisque U_n est une suite arithmétique alors :

1,5 $r = \dfrac{U_{10} - U_3}{10 - 3} = \dfrac{25 - (-10)}{7} = 5$ $\boxed{r = 5}$

et $U_0 = U_3 + (0 - 3) r = -10 - 3 \times 5 = -25$ $\boxed{U_0 = -25}$

b/ (i) $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$ ((U_n) est une suite arith)

1 $= (n - 1 + 1) \times \dfrac{U_1 + U_n}{2}$

$= n \times \dfrac{-20 + 5n - 25}{2}$

$= \dfrac{n(5n - 45)}{2}$

$U_n = U_0 + nr$

$= -25 + 5n$

$U_1 = -25 + 5 \times 1$

$= -20$

(ii) $S_n = 0$ ssi $\dfrac{n(5n - 45)}{2} = 0$

1 ssi $n = 0$ ou $5n - 45 = 0$

ssi $n = 0$ ou $n = 9$

Exercice n°2 : (4 pts)

$b_0 = 1 \quad b_{n+1} = \sqrt{2 + b_n^2}$

1) Montrons que (b_n) n'est pas arithmétique :

$b_1 = \sqrt{2 + b_0^2} = \sqrt{2 + 1^2} = \sqrt{3}$

$b_2 = \sqrt{2 + b_1^2} = \sqrt{2 + \sqrt{3}^2} = \sqrt{2+3} = \sqrt{5}$

1 On a : $b_2 - b_1 = \sqrt{5} - \sqrt{3} \simeq 0,5$ et $b_1 - b_0 = \sqrt{3} - 1 \simeq 0,7$

Et comme $b_2 - b_1 \neq b_1 - b_0$, la suite (b_n) n'est pas arithmétique

2) $a_n = b_n^2$

a/ Montrons que (a_n) est une suite arithmétique

1 $a_{n+1} - a_n = b_{n+1}^2 - b_n^2 = \sqrt{2 + b_n^2}^2 - b_n^2 = 2 + b_n^2 - b_n^2 = 2$

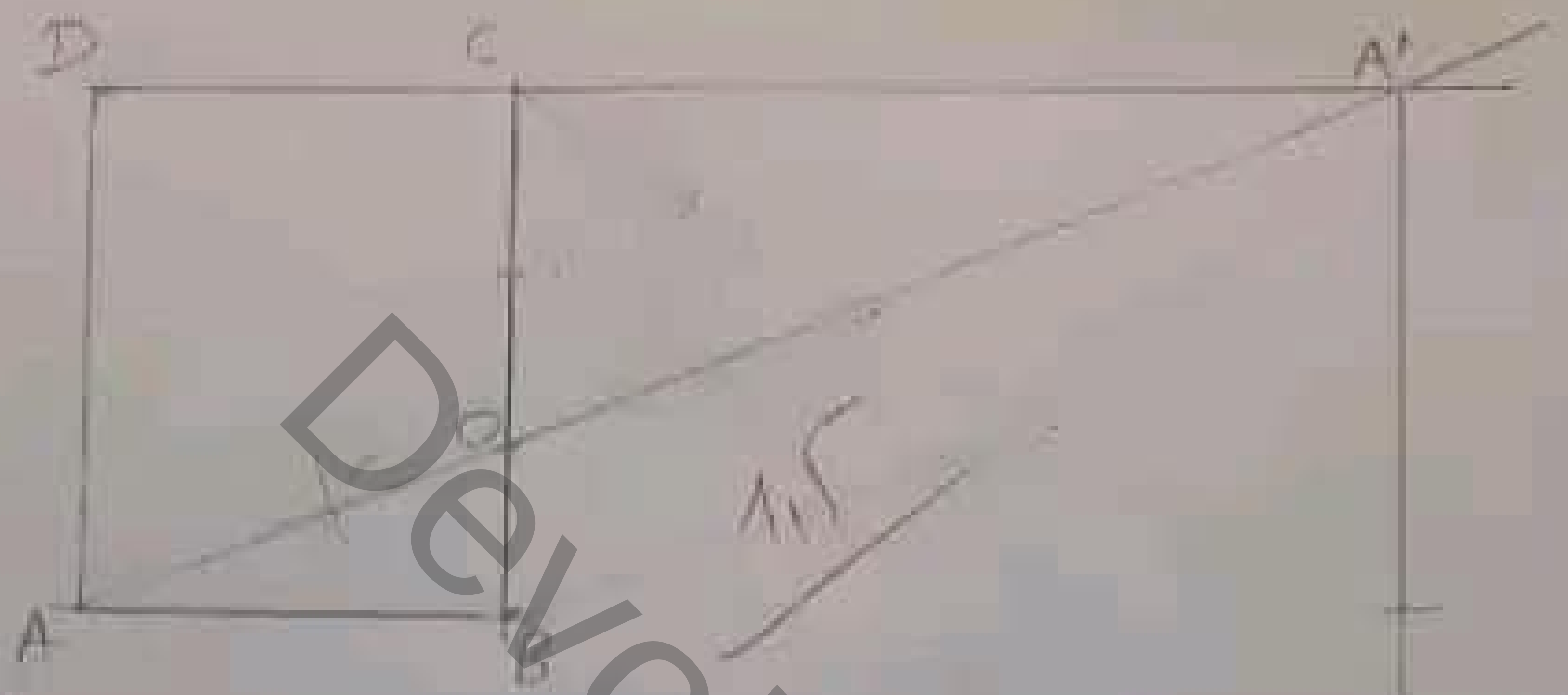
Alors (a_n) est une suite arithmétique de raison 2

b/ (a_n) est une suite arithmétique de raison 2

1 et de premier terme $a_0 = b_0^2 = 1^2 = 1$

D'où : $a_n = a_0 + n \times r = 1 + n \times 2 \quad \boxed{a_n = 2n + 1}$

Exercice N°3 : (8pts)



1) $h_{(B,\frac{1}{3})}(C) = O$ sig $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

2) $h = h_{(O,-2)}$

On a : $h_{(B,\frac{1}{3})}(C) = O$ sig $\overrightarrow{BO} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

sig $3\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BC}$ sig $3\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC}$.

sig $2\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OC}$ sig $\overrightarrow{OC} = -2\overrightarrow{OB}$

sig $h(B) = C$.

3) a/ On a : O le centre de l'homothetie h

et : $O \in (OA)$

Donc : $\boxed{h(OA) = (OA)}$

et on a : $h(B) = C$ et $B \in (AB)$

1,5 Donc $h(AB)$ est la droite passant par C et parallèle à (AB). Alors $\boxed{h(AB) = (CD)}$

b/ On a : $A \in (OA)$ Donc $h(A) \in h(OA) = (OA)$

et : $A \in (AB)$ Donc $h(A) \in h(AB) = (CD)$

1 Alors $h(A) \in (OA) \cap (CD)$ or $(OA) \cap (CD) = \{A'\}$

Donc $\underline{h(A) = A'}$

H) 1 $\overrightarrow{A'E} = 2\overrightarrow{CB}$ sig $\overrightarrow{A'O} + \overrightarrow{OE} = 2\overrightarrow{DA}$ sig $\overrightarrow{A'O} + \overrightarrow{OE} = 2\overrightarrow{DO} + 2\overrightarrow{OA}$

sig $2\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OE} = 2\overrightarrow{DO} + 2\overrightarrow{OA}$ sig $\overrightarrow{OE} = -2\overrightarrow{OD}$ sig $\underline{h(D) = E}$