Lycée Farabi ElFhas	Devoir De Contrôle N°4	Classe : 2ème sc
Durée : 60min		Date : 19-02-2022

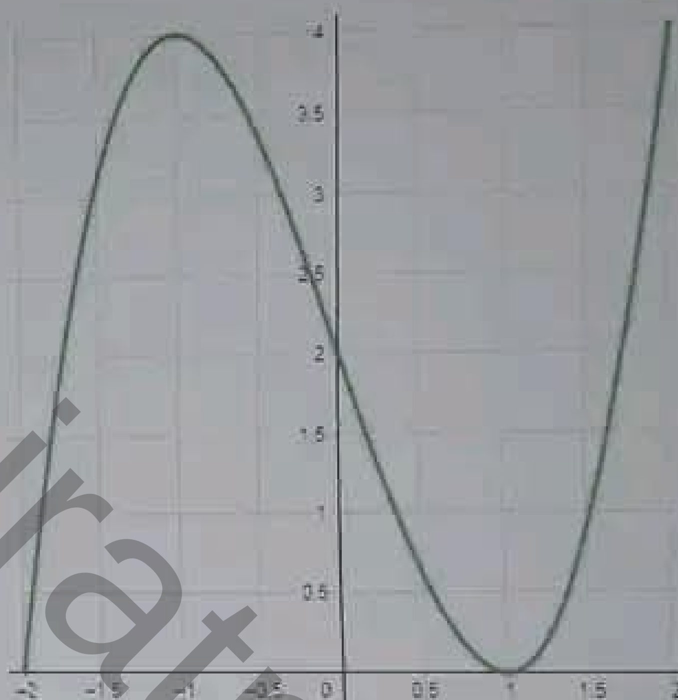
Exercise 1 (4pts):

Calculer sans utiliser la calculatrice :

1) $\cos\frac{\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}+\cos\frac{7\pi}{12}+\cos\frac{11\pi}{12}$
2) $\sin\frac{\pi}{12}+\sin\frac{5\pi}{12}-\sin\frac{7\pi}{12}-\sin\frac{11\pi}{12}$

Exercise 2 (11pts) :

I/ La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f



1- Déterminer D_f le domaine de f.
2- Déterminer $f(-2); f(-1); f(1) et f(2)$
3- Résoudre graphiquement dans D_f :

a/ $f(x)=0$

b/ $f(x)<3$

4- Donner la valeur minimale et la valeur maximale de f.
5- Tracer le tableau de variation de f.
6- Tracer la droite $D: x-y+2=0$.

Résoudre graphiquement $f(x) = x+2$

II/ Soit la fonction $g(x)=\frac{2x-3}{x-3}$; $x\in IR$ et (C) sa courbe représentative dans repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer le domaine de définition D de g ;
2) Déterminer l'abscisse a du point A de (C) d'ordonné 3.
3) a/ Vérifier que pour tout $x\in D$ on a : $g(x)=2+\frac{3}{x-3}$.

   b/ Etudier le sens de variation de g sur $]-\infty, 3[$.

   c/ Comparer $g(-1+\sqrt{3})$ et $g(\sqrt{2})$

Exercise 3 (5pts) :

Résoudre dans $[0,\pi]$ les équations suivantes :

1) $(1-sinx)(cosx+1)=0$
2) $(tanx)^2-3=0$
3) $(cosx)^2-sinx-(sinx)^2=0$
4) Sachant que $sinx=\frac{1}{3}$ et que $\frac{\pi}{2}<x<\pi$.

   Calculer $cosx$ et $tanx$.

Lycée Farabi ElFhas	Devoir De Contrôle N°4	Classe : 2ème sc
Durée : 60min		Date : 19-02-2022

Exercise 1 (4pts): Calculer sans utiliser la calculatrice:

1) $\cos\frac{\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}+\cos\frac{7\pi}{12}+\cos\frac{11\pi}{12}$

$= \cos\frac{\pi}{12}+\cos\left(\pi-\frac{\pi}{12}\right)+\cos\frac{5\pi}{12}+\cos\left(\pi-\frac{5\pi}{12}\right)$

$= \cos\frac{\pi}{12}-\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)+\cos\frac{5\pi}{12}-\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

$= 0$

2) $\sin\frac{\pi}{12}+\sin\frac{5\pi}{12}-\sin\frac{7\pi}{12}-\sin\frac{11\pi}{12}$

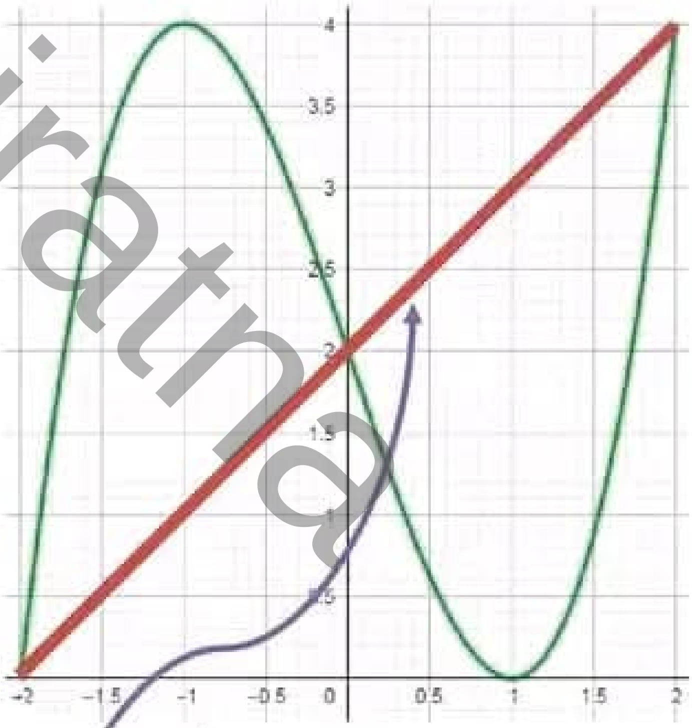
$= \sin\frac{\pi}{12}-\sin\left(\pi-\frac{\pi}{12}\right)+\sin\frac{5\pi}{12}-\sin\left(\pi-\frac{5\pi}{12}\right)$

$= \sin\frac{\pi}{12}-\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)+\sin\frac{5\pi}{12}-\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

$= 0$

Exercise 2 (11pts) :

I/ La courbe ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f



1- Déterminer D_f le domaine de f. $D_f = [-2;2]$

2- Déterminer $f(-2)$; $f(-1)$; $f(1)$ et $f(2)$

$f(-2)=0$; $f(-1)=4$; $f(1)=0$ et $f(2)=4$

3- Résoudre graphiquement dans D_f:

a/ f(x) = 0 $\Rightarrow x=-2$ ou $x=1$ $\Rightarrow S_{IR}=\{-2;1\}$

b/ f(x) < 3 $\Rightarrow x\in[-2;-1.5[\cup]-0.25;1.9[$

4- Donner la valeur minimale et la valeur maximale de f.

$Min f = 0$ si $x=-2$ ou $x=1$

$Max f = 4$ si $x=-1$ ou $x=2$

5- Tracer le tableau de variation de f.

x	-2		-1		1		2
f(x)	0	↗	4	↘	0	↗	4

6- Tracer la droite $D: x-y+2=0$ $\Rightarrow y=x+2$

Résoudre graphiquement $f(x) = x+2 \Rightarrow x=-2$ ou $x=0$ ou $x=2$

II/ Soit la fonction $g(x) = \frac{2x-3}{x-3}$; $x \in IR$ et (C) sa courbe représentative dans repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Déterminer le domaine de définition D de g : $D_g = IR \setminus \{3\}$
2) Déterminer l'abscisse a du point A de (C) d'ordonné 3.

$$g(a) = 3 \Rightarrow \frac{2a-3}{a-3} = 3 \Rightarrow 2a - 3 = 3(a-3) \Rightarrow 3a - 2a = 9 - 3 \Rightarrow a = 6$$

3) a/ Vérifier que pour tout $x \in D$ on a : $g(x) = 2 + \frac{3}{x-3}$.

$$2 + \frac{3}{x-3} = \frac{2(x-3)}{x-3} + \frac{3}{x-3} = \frac{2x-6+3}{x-3} = \frac{2x-3}{x-3} = g(x)$$

b/ Etudier le sens de variation de g sur]-∞ , 3[.

Soit a et b deux réels appartenant à]-∞ , 3[tel que $a < b$

$$\Rightarrow a - 3 < b - 3 \Rightarrow \frac{1}{a-3} > \frac{1}{b-3} \Rightarrow \frac{3}{a-3} > \frac{3}{b-3} \Rightarrow 2 + \frac{3}{a-3} > 2 + \frac{3}{b-3} \Rightarrow g(a) > g(b)$$

Donc la fonction g est décroissante sur]-∞ , 3[.

c/ Comparer $g(-1+\sqrt{3})$ et $g(\sqrt{2})$

On a : $(-1+\sqrt{3})$ et $\sqrt{2} \in]-\infty; 3[$, et $(-1+\sqrt{3}) < \sqrt{2}$ et puisque g est décroissante donc Comparer $g(-1+\sqrt{3}) > g(\sqrt{2})$.

Exercise 3 (5pts) : Résoudre dans $[0, \pi]$ les équations suivantes :

1) $(1 - sinx)(cosx + 1) = 0$

$$\Rightarrow 1 - sinx = 0 \; ou \; cosx + 1 = 0 \Rightarrow sinx = 1 \; ou \; cosx = -1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \; ou \; x = \pi$$

$$\Rightarrow S_{[0;\pi]} = \left\{\frac{\pi}{2}; \pi\right\}$$

2) $(tanx)^2 - 3 = 0$

$$\Rightarrow (tanx)^2 = 3 \Rightarrow tanx = -\sqrt{3} \; ou \; \sqrt{3} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \text{ (à rejeter) } ou \; x = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow S_{[0;\pi]} = \left\{\frac{\pi}{3}\right\}$$

3) $(cosx)^2 - sinx - (sinx)^2 = 0$

$$1 - (sinx)^2 - sinx - (sinx)^2 = 0 \Rightarrow 2(sinx)^2 + sinx - 1 = 0$$

On pose $X = sinx$. Résoudrons l'équation : $2X^2 + X - 1 = 0$

$$a = 2; \; b = 1 \; et \; c = -1$$

$$a - b + c = 0$$

$$\Rightarrow X_1 = -1 \; et \; X_2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow sinx = -1 \; ou \; sinx = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{\pi}{2} \text{ (à rejeter) } ou \; x = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow S_{[0;\pi]} = \left\{\frac{\pi}{6}\right\}$$

4) Sachant que $sinx = \frac{1}{3}$ et que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

Calculer $cosx$ et $tanx$.

$$cosx = \sqrt{1 - (sinx)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$tanx = \frac{sinx}{cosx} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$