	Lycée pilote de sousse **Le 24 / 0 4 / 2025**	**Devoir de Contrôle N°3** **Mathématiques**	**Prof :Slah Saoudi** **Classes :2 Sc1,2** **Durée : 1 heure**

Exercice 1 (3 points)

Répondre par vrai ou faux . Aucune justification n'est demandée. $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ est R.O.N du plan.

1)Le vecteur $\vec{u} = 2\,\vec{\imath} + 4\,\vec{\jmath}$ est un vecteur normal à la droite D: $x + 2y - 1 = 0$.

2)L'ensemble (C) des points $M(x, y)$ vérifiant $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ est un cercle de rayon $r = 9$.

3)Soit les points $A(1{,}0)$ *et* $B(0{,}2)$.L'ensemble Δ des points $M(x, y)$ vérifiant $AM^2 - BM^2 - 1 = 0$ est une droite perpendiculaire à (AB).

Exercice 2 (8 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on donne les points $A(-1, -2)$, $B(5, 0)$ *et* $C(2, 1)$.

1)a-Vérifier qu'une équation cartésienne de (AB) est $x - 3y - 5 = 0$.

b-Calculer la distance $d = d(C, (AB))$. En déduire l'aire S du triangle ABC.

2)a-Déterminer l'équation réduite de la droite D_1passant par C et parallèle à (AB).

b- Déterminer l'équation réduite de la droite D_2 passant par C et perpendiculaire à (AB).

3)Soit la droite Δ: $x + 4\,y + 3 = 0$.

Montrer que les droites (AB) et Δ sont sécantes puis déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I .

4)Soit (F) la famille des droites D_m : $(2m - 1)x + (m + 3)y - 2m + 5 = 0$ où m est un réel quelconque.

a-Justifier que les droites (AB) et Δ sont deux droites de la famille (F) .

b- En déduire que toutes les droites D_m concourantes en un point dont on précisera les coordonnées.

Exercice 3 (9 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :$f(x) = (x - 2)^2 - 1$. On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) a- Déterminer la nature de (C_f) , son sommet S et son axe Δ de symétrie .

b- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de(C_f) avec les axes du repère .

c- Tracer(C_f) sur la feuille annexe .

2)Soit la fonction$g$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^2 + 4\,|x| + 1$.

a- Justifier que g est une fonction paire .

b- Exprimer $g(x)$ en fonction de $f(x)$ pour $x \in]-\infty, 0]$.

c-Tracer alors la courbe(C_g) sur la feuille annexe .

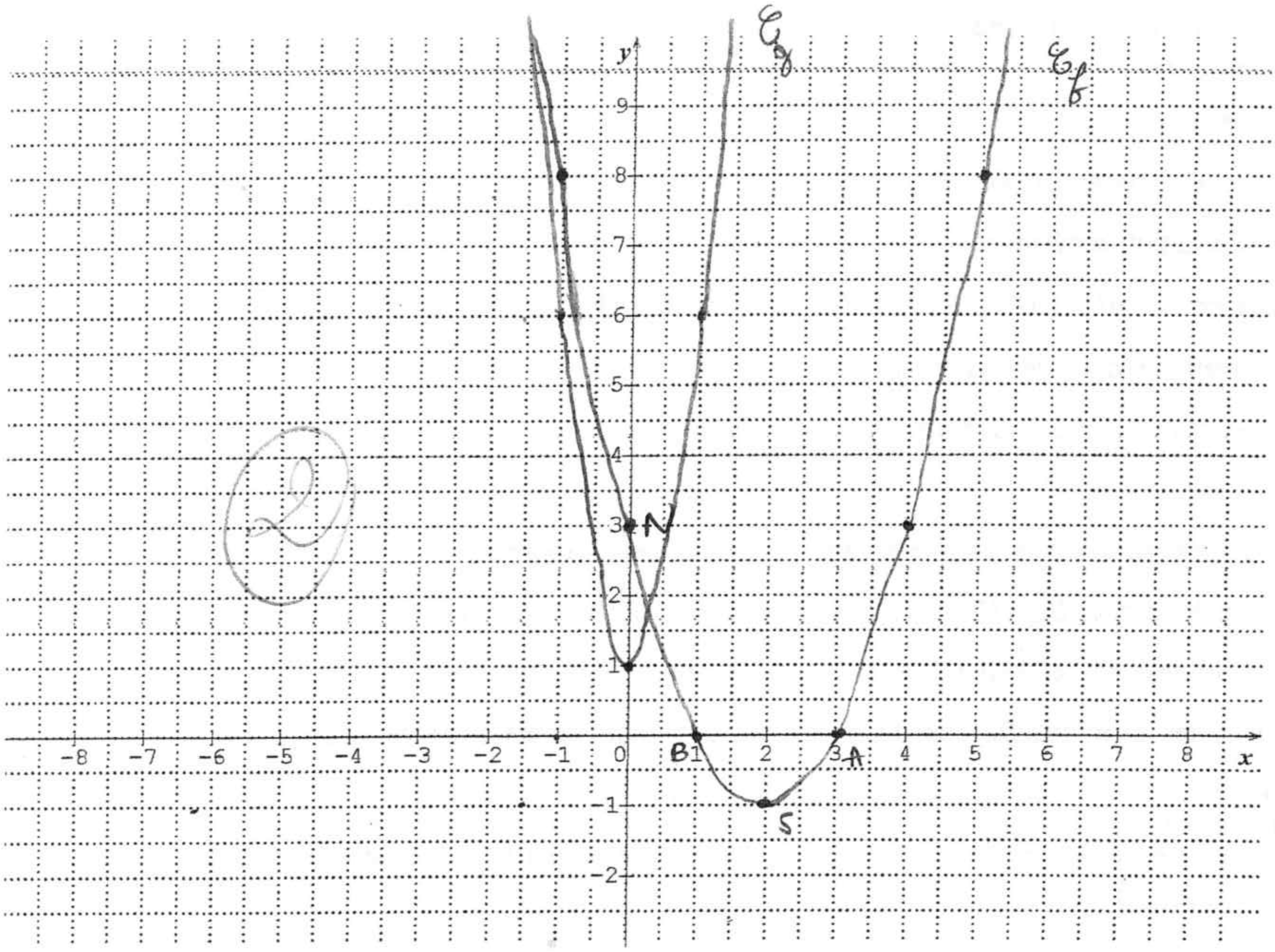
3) Soit x un réel de l'intervalle$]1, 3[$.

On considère les points $A(1, 0)$, $B(3{,}0)$ *et* $M(x, f(x))$ et on désigne par $S(x)$ l'aire du triangle ABM.

a- Montrer que $S(x) = -f(x)$.

b- Montrer que : $S(x)$ est maximale équivaut à $A\,BM$ est un triangle rectangle en M.

Nom et Prénom : [redacted]



Devoir de contrôle n° 5 en Maths:

[illegible]

Ex 1: 3

T.B $\frac{20}{20}$

1) Vrai 2) Faux 3) ~~Faux~~ Vrai

Ex 2:

1) a) On a $\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix} \Rightarrow (AB) : 2x - 6y + c = 0$

et $B(5;0) \in (AB) \Rightarrow 2\times 5 + c = 0 \Rightarrow c = -10$ 1

$\Rightarrow (AB) : 2x - 6y - 10 = 0 \Rightarrow (AB) : x - 3y - 5 = 0$

b) $d(C;(AB)) = \dfrac{|2\times 1 - 3\times 1 - 5|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \dfrac{|2-3-5|}{\sqrt{10}} = \dfrac{6}{\sqrt{10}} = \dfrac{6\sqrt{10}}{10}$

2 $AB = \|\vec{AB}\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$\Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{AB \times d(C;(AB))}{2} = \dfrac{\cancel{2}\sqrt{10} \times \frac{6\sqrt{10}}{10}}{\cancel{2}} = \dfrac{6 \times \frac{10}{10}}{1} = 6$

2) a) $\vec{AB}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ est ~~normale~~ directeur à $D_1 \Rightarrow D_1 : 2x - 6y + c' = 0$

$C \in D_1$ donc $4 - 6 + c' = 0 \Rightarrow -2 + c' = 0 \quad c' = 2$

1 $\Rightarrow D_1 : 2x - 6y + 2 = 0 \Rightarrow D_1 : x - 3y + 1 = 0$

$\Rightarrow x - 3y = -1 \Rightarrow 3y = x + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

$\Rightarrow D_1 : y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

b) $D_2 \perp (AB)$ et $D_1 \parallel (AB) \Rightarrow D_1 \perp D_2$

$\Rightarrow$ soit $D_2 : \alpha_2 x + \beta_2$ donc $\alpha_1 \alpha_2 = -1 \Rightarrow \alpha_2 = \dfrac{-1}{\alpha_1} = -3$

1 $\Rightarrow D_2 : y = -3x + \beta_2$ ~~donc~~ et $C(2;1) \in D_2$

$1 = -6 + \beta_2 \Rightarrow \beta_2 = 7 \Rightarrow D_2 : y = -3x + 7$.

3) soit $\vec{U_\Delta}\begin{pmatrix}-4\\1\end{pmatrix}$ directeur à ~~(AB)~~ Δ

$\det(\vec{U_\Delta} ; \vec{AB}) = \begin{vmatrix}-4 & 6\\1 & 2\end{vmatrix} = -4\times 2 - 6\times 1 = -8 - 6 = -14 \neq 0$

donc $\vec{U_\Delta}$ et $\vec{AB}$ ne sont pas colinéaires d'où Δ et (AB) sont sécantes.

Soit $\{I\} = (AB) \cap \Delta \Rightarrow \begin{cases} x + 4y + 3 = 0 & (1)\\ x - 3y - 5 = 0 & (2)\end{cases}$

$\Rightarrow (1) - (2) \Rightarrow x + 4y + 3 - x + 3y + 5 = 0$

$\Rightarrow 7y + 8 = 0 \Rightarrow y = \dfrac{-8}{7}$.

b) donc $x = 3y + 5 = 3 \times -\frac{8}{7} + 5 = -\frac{24}{7} + \frac{35}{7} = \frac{11}{7}$

1

$\Rightarrow \cancel{I\left(\frac{-8}{7} ; \frac{11}{7}\right)} \quad I\left(\frac{11}{7} ; \frac{-8}{7}\right)$

4) a) $\cancel{a = 2m - 1 \neq 1 \Rightarrow m = \ldots}$

$\cancel{b = m + 3 = -3 \Rightarrow}$

$\cancel{c = -2m + 5 = -5}$

4) a) Si $m = 1$ on a $D_1 : (2\times 1 - 1)x + (1+3)y - 2\times 1 + 5 = 0$

1

$D_1 : x + 4y + 3 = 0$

$\Rightarrow D_1 = \Delta$ $\quad \Delta$ est une famille de D_m

On a $(2m-1)x + (m+3)y - 2m + 5 = 0$

$\Rightarrow 2mx - x + my + 3y - 2m + 5 = 0$

$\Rightarrow m(2x + y - 2) + (-x + 3y + 5) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x + y - 2 = 0 \\ -x + 3y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow$ c'est l'équation cartésienne de (AB) ~~est une~~ d'où $(AB) \in (F)$

b) On a $(AB) \cap \Delta = \left\{ I\left(\frac{11}{7} ; \frac{-8}{7}\right) \right\}$ ~~donc~~ et $(AB) \in (F)$ et $\Delta \in (F)$

1

$\Rightarrow D_m$ sont concourantes en $I\left(\frac{11}{7} ; \frac{-8}{7}\right)$

$\left(\text{car } \frac{11}{7}(2m-1) + \frac{-8}{7}(m+3) - 2m + 5 = m\frac{22}{7} - \frac{11}{7} - \frac{8}{7}m - \frac{24}{7} - 2m + 5 \right)$

~~d...~~

Ex3:

1) a) $f(x) = (x - \alpha)^2 + \beta$ avec $\begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = -1 \end{cases}$ donc $\mathcal{C}_f$ est une parabole

1

de sommet $S(2 ; -1)$ et d'axe de symétrie $\Delta : x = 2$

b) Soit $M(x ; y) \in \mathcal{C}_f \cap (O, \vec{i})$ donc $f(x) = 0$

$\Rightarrow (x - 2)^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 1$

$\Rightarrow x - 2 = 1$ ou $x - 2 = -1$

$\Rightarrow x = 3$ ou $x = 1$

$\Rightarrow \mathcal{C}_f \cap (O, \vec{i}) = \{ A(3 ; 0) ; B(1 ; 0) \}$

Soit $\{N(x;y)\} = \mathcal{C}_f \cap (O,\vec{j}) \Rightarrow N(0; f(0))$

$\Rightarrow f(0) = 3 \Rightarrow \mathcal{C}_f \cap (O,\vec{j}) = \{N(0;3)\}$

2

c)

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	8	3	0	-1	0	3	8

2) a) on a $D_g = \mathbb{R} \Rightarrow x \in \mathbb{R}$ alors $-x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in D_g$

1

$\Rightarrow g(-x) = (-x)^2 + 4|-x| + 1 = x^2 + 4|x| + 1 = g(x)$

donc g est une fonction paire

b) pour $x \in]-\infty; 0]$ on a $|x| = x$

$\Rightarrow g(x) = x^2 + 4|x| + 1 = x^2 - 4x + 1$.

~~c) Si $x \in]$~~ $= (x-2)^2 - 4 + 1 = (x-2)^2 - 3$

1

$= (x-2)^2 - 1 - 2 = f(x) - 2$

c) Si $x \in]-\infty; 0]$, alors $\mathcal{C}_g = t_{-2\vec{j}}(\mathcal{C}_f)$

f est paire donc deuxième partie de $\mathcal{C}_g = S_{(O,\vec{j})}$ (première partie)

~~3) a) on a $S_{ABC} = AB \times$~~ ~~soit H le projeté~~

3) a) Soit H le projeté orthogonale de M sur (AB)

$\Rightarrow H(0; x)$ alors $HM = |y_M - y_H| = |f(x)|$

1

$S_{ABC} = \dfrac{AB \times MH}{2} = \dfrac{|x_B - x_A| \times |f(x)|}{2} = \dfrac{2}{2}|f(x)| = |f(x)|$

or $x \in]1;3[\Rightarrow |f(x)| = -f(x)$

$\Rightarrow S_{ABC} = S(x) = -f(x)$

b) $S(x)$ est maximale $\Rightarrow -f(x)$ est maximale $\Rightarrow f(x)$ est minimale $\Rightarrow$ La valeur minimale de $f(x) = -1$

(car $(x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow (x-2)^2 - 1 \geq -1$)

$\Rightarrow$ d'où $x = \underline{2}$

$\Rightarrow M = S(2\,;-1)$

$\overrightarrow{MA}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

1

$aa' + bb' = 1 \times 1 + (-1) \times 1 = 0$

$\Rightarrow (MA) \perp (MB) \Rightarrow$ MAB rectangle en M,