Niveau : 2ème Sciences	Devoir de synthèse n° 3	Lycée Pilote Gabès 2022/2023

NOM……………………………PRENOM………………………

❖EXERCICE 1 (5 points)

Tous les résultats de l'exercice sont arrondis à 10^{-2} près.

A) Voici les notes d'un devoir de math commun des 52 élèves de 2sc4 et 2sc5.

Note	12	14	15	17	18,5	19	20
Effectif	5	7	8	11	10	9	2

1) Déterminer le mode et l'étendue de cette série.

2) À l'aide d'une calculatrice déterminer la médiane Me, les quartiles Q1 et Q3, la moyenne, la variance et l'écart type de cette série.

3) Construire le diagramme en boîte de cette série.

B) 60 tireurs ont lancé des fléchettes sur une cible. Pour chacun d'eux , on a mesuré la distance en cm entre la fléchette planté dans la cible et le centre de cible .

On a reparti les résultats dans le tableau suivant :

Classes	[0,5[	[5,10[	[10,15[	[15,20[	[20,25[	[25,30[
Effectifs cumulés croissants	2	12	24	42	56	60

1) a) Construire la courbe des effectifs cumulés croissants.

b) Déterminer la troisième quartile Q3 par la méthode d'interpolation linéaire.

2) Recopier et compléter le tableau suivant:

Classes	[0,5[	[5,10[	[10,15[	[15,20[	[20,25[	[25,30[
Centre Ci						
Effectif		10				4
Effectifs cumulés croissants	2	12	24	42	56	60

b) Déterminer alors à l'aide d'une calculatrice la moyenne et l'écart type de cette série.

❖ EXERCICE 2 (5 points)

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé.

On donne A(4, -3), B(0, -1) et $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M(x,y) tels que :

$$x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0.$$

1) Vérifier que $\mathcal{C}$ est un cercle de centre I(1,2) et dont on déterminer le rayon R .

2) Soit Δ la droite d'équation $y = -3$. Montrer que Δ est la tangente a $\mathcal{C}$ en A

3) Soit P l'ensemble des points M(x,y) tels que MB = MH où H est le projeté orthogonal de M sur Δ

a) Montrer que I $\in$ Δ

b) Déterminer les coordonnées du point H.

c) Montrer que P a pour équation $y = \frac{1}{4}x^2 - 2$.

❖ EXERCICE 3 (5 points)

On donne dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ l'hyperbole (C_f) et la parabole (C_g) courbes représentatives des fonctions f et g (figure Annexe).

I) Lecture graphique

1) Dresser le tableau de variations de f.

2) Résoudre graphiquement l'équation f(x) = g(x).

3) Comparer en expliquant $f(\frac{1}{n})$ et $g(\frac{1}{n})$ pour tout entier naturel non nul n et différent de 1.

4) Construire la droite Δ: y = -x + 4 puis résoudre graphiquement l'inéquation f(x) ≤ -x + 4.

II) On prend dans la suite de l'exercice

$$f(x) = \frac{x - 4}{x - 3} \text{ et } g(x) = \frac{1}{2}x(4 - x).$$

1) Soit h la fonction définie sur ℝ par $h(x) = \frac{1}{2}x(4 - x)$.

a) Montrer que h est une fonction impaire.

b) Construire alors en expliquant la courbe (C_h) à *partir de* (C_g).

2) Soit k la fonction définie sur ℝ par

$$k(x) = \begin{cases} h(x) \text{ si } x < 4 \\ f(x) \text{ si } x \geq 4. \end{cases}$$

a) *Construire* (C_k) à *partir de* (C_f) et (C_h) dans le même repère.

b) Déterminer graphiquement

selon le valeur du paramètre m le nombre des solutions de l'équation k(x) = m.

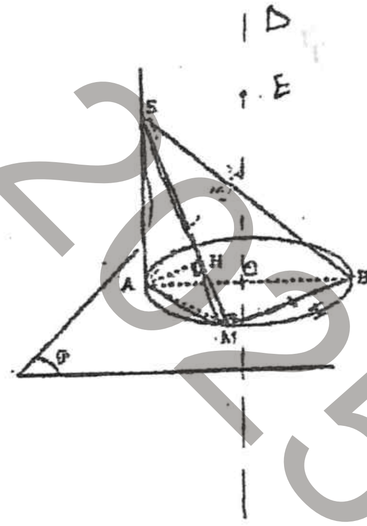
❖EXERCICE 4 (5 points)

Soit P un plan, $\mathcal{C}$ un cercle du plan P de diamètre [AB] et de centre O.

(AS) la droite perpendiculaire en A au plan P et M un point de $\mathcal{C}$.

1) a) Montrer que (MB) est orthogonale au plan (ASM).

b) En déduire que SMB est un triangle rectangle en M.



2) Soit Δ la droite parallèle à (AS) passant par O.

a) Montrer que Δ est l'axe du cercle $\mathcal{C}$.

b) Soit un point E de Δ distinct de O tel que I = M*B.

Montrer que (OIE) est le plan médiateur du segment [MB].

3) Soit H le projeté orthogonal de point A sur la droite (SM).

a) Montrer que (AH) est orthogonale au plan (SMB).

b) En déduire que (ASM) et (SMB) sont perpendiculaires.

Niveau : 2ème Sciences	Correction devoir de synthèse n° 3	Lycée Pilote Gabès 2022/2023

❖ Exercice 1

A) 1)

mode $= 17$

Etendue $= 20 - 12 = 8.$

2)

$$M_e = \frac{Note\ de\ 26 + 27\ eme\ eleve}{2}$$

$$= \frac{17+17}{2} = 17$$

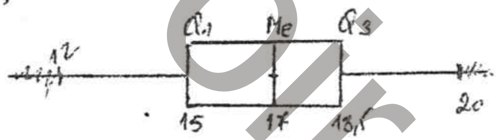
$\frac{N}{4} = 13$ $\qquad Q_1 = \frac{15+15}{2} = 15$

$\frac{3N}{4} = 39.$ $\qquad Q_3 = \frac{16.r + 18r}{2} = 18.5.$

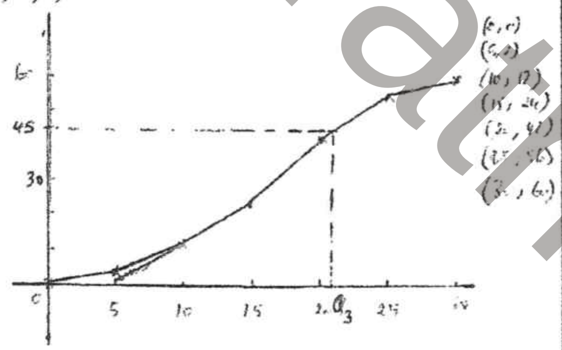
$\bar{x} = 16,557 \ldots \simeq 16,56.$

$\sigma = 2,3465 \ldots 22,35.$

3)



B) 1)a) Courbe de ECC



1)b)

$Q_3 = ?$ $\qquad 20 < Q_3 < 25$ $\qquad 42 < 45 < 56$

$\frac{45-42}{Q_3-20} = \frac{56-42}{25-20}$

$\frac{3}{Q_3-20} = \frac{14}{5} \Rightarrow Q_3 - 20 = \frac{15}{14}$

$Q_3 = 20 + \frac{15}{4} = \frac{280+15}{14} = \frac{295}{14} = 21,07$

$Q_3 = 20,07$

2) a)

Classes	[0, 5[	[5, 10[	[10, 15[	[15, 20[	[20, 25[	[25, 30[
Centre Ci	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Effectif	2	10	12	18	12	4
Effectifs cumulés croissants	2	12	24	42	56	60

b)

$\bar{x} = 15,948 \ldots \simeq 15,95$

$\sigma = 6,311 \ldots \simeq 6,31$

❖ Exercice 2

1)

$x^2 + y^2 - 8x - 4y - 5 = 0$

$x^2 - 8x + y^2 - 4y = 5$

$(x-4)^2 + (y-2)^2 - 16 - 4 = 5$

$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 25 = 5^2$

$\mathcal{C}$ de contre $I(4;2)$ er de rayon $R = 5.$

2) $\Delta, y = (-3) \Rightarrow \Delta : 0x + y + 3 = 0$

$A \in \Delta$ car $y_A = (-3)$

d(I(4 ;2) ; $\Delta = \frac{|2+3|}{\sqrt{0^2+1^2}} = 5 = Rayon$

donc Δ est tangente a $\mathcal{C}_f$ en A

3) MB=MH ; B $\in$ $\mathcal{C}$ car 0+1-0+4-5=0

a)

M(x ;y) ; H(x ;-3) ;B(0 ;-1) ; I(4 ;2)

IB $= \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$

IH$= \sqrt{(4-x)^2+25} =$ 5 si x = 4

Donc I $\in/$ φ que si x = 4

b)

$H(x, -3)$

$\overrightarrow{MH} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3-y \end{pmatrix} \Rightarrow MH = \sqrt{(3+y)^2} = |3+y|$

$\overrightarrow{MB} = \begin{pmatrix} x \\ y+1 \end{pmatrix} \Rightarrow MB = \sqrt{x^2 + (y+1)^2}.$

$\Rightarrow (3+y)^2 = x^2 + (y+1)^2$

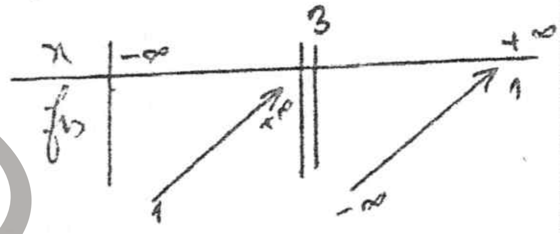
$9 + 6y + y^2 = x^2 + y^2 + 2y + 1$

$8 + 4y = x^2$

$4y = x^2 - 8 \Rightarrow y = \frac{2}{4}x^2 - 2.$

❖ Exercice 3

1)TVf :



2) $f(x) = g(x)$

$x \in \{1; 2, 4\}$

3) $n > 1 \Rightarrow \frac{1}{n} < 1$ on a $f(x) < g(x)$ Sur $]-\infty; 1[$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{n}\right) < g\left(\frac{1}{n}\right).$$

4) f(x) $\leqslant -x + 4 \Rightarrow \mathcal{C}_f$ est au dessous de Δ

$x \in]-\infty; 2] \cup [4; +\infty[$

(II)

1) $h(x) = \frac{1}{2}x(4 - |x|)$

a) $x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$

$h(-x) = -\dfrac{1}{2}x(4 - |x|) = -h(x)$

donc h est impaire

b)

$\mathcal{C}_h = \mathcal{C}_g$ sur $[0, +\infty[$

$\mathcal{C}_h = \mathcal{C}_0(\mathcal{C}_g)$ sur $]-\infty, 0]$.

2) $k(x) = \begin{cases} h(x) & \text{si} \quad x \leqslant 4 \\ f_1(x) & \text{si} \quad x \geqslant 4 \end{cases}$

a) Voir Annexe.

b) $k(x) = m$

Si $m < -2$ pas de Sol.

Si $\begin{cases} m = (-2) \\ m > 2 \end{cases}$ une seule Sol °

Si $m \in]-2; 0[\cup \{2\}$ deux Sol °.

Si $m \in]0, 2[$ trois Sol °

❖ Exercice 4

1) a) $(MB) \perp (AM)$ car A ; M et B trois pt de $\mathcal{C}$ et $[AB]$ sont diamètre.

et $(AM) \subset (ASM) \Rightarrow (MB) \perp (ASM)$

b)

$$\left.\begin{matrix}(MB) \perp (ASM) \\ (SM) \perp (ASM)\end{matrix}\right\} \Rightarrow (MB) \perp (SM)$$

$\Rightarrow SMB$ triangle rectangle en M.

2) a) $\left.\begin{matrix}\Delta \perp (AB) \text{ en } O \\ \text{et } O \text{ centre de } \mathcal{C}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta$ axe de $\mathcal{C}$

b) on a AMB triangle rectangle en M et

$O = A * B$

$\Rightarrow OM = OB$

$\Rightarrow$ (OIE) plan médiateur de [MS]

$IM = IB$ et FM = EB

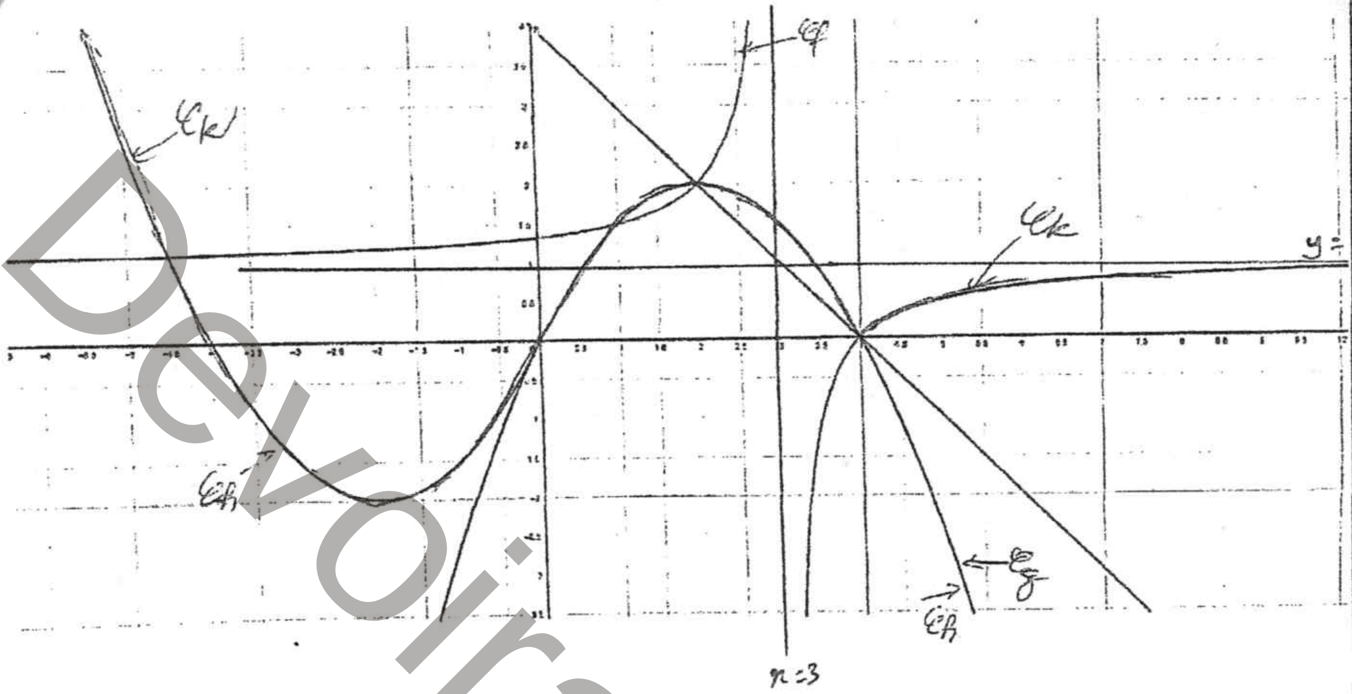
3) $(AH) \perp (SM)$

a)

$$\left.\begin{matrix}(AH) \perp (SM) \\ (SM) \subset (SMB)\end{matrix}\right\} \rightarrow (AH) \perp (SMB)$$

b)

$$\left.\begin{matrix}(AH) \subset (ASM) \\ (AH) \perp (ASM) \\ (MB) \subset (SMB) \\ (MB) \perp (ASM)\end{matrix}\right\} \Rightarrow (ASM) \perp (SMB)$$


$\mathscr{C}_f$
$\mathscr{C}_k$
$\mathscr{C}_k$
$\mathscr{C}_h$
$\mathscr{C}_g$
$\mathscr{C}_h$
$y=1$
$x=3$