

Section 9 : Gestion de portefeuille obligataire (2^e partie)

GSF-3100 Marché des capitaux

Simon-Pierre Boucher¹

¹Département de finance, assurance et immobilier
Faculté des sciences de l'administration
Université Laval

Automne 2021

Analyse Moyenne-Variance

La théorie du portefeuille telle que formulée par Harry Markowitz au début des années 1950 fournit des conseils pour la construction de portefeuilles.

Indique que trois paramètres sont importants dans la sélection des titres à incorporer dans un portefeuille.

- 1) La valeur moyenne attendue du rendement d'un actif
- 2) La variance du rendement d'un actif
- 3) La covariance qui peut exister entre le rendement de deux actifs

Analyse Moyenne-Variance

Le rendement attendu du portefeuille

$$E(R_p) = w_1 E(R_1) + w_2 E(R_2)$$

$E(R_1)$, $E(R_2)$ et $E(R_p)$ sont respectivement le rendement attendu de l'actif 1, de l'actif 2 et du portefeuille.

w_1 et w_2 sont les pondérations des actifs 1 et 2, respectivement, dans le portefeuille au début de la période

Analyse Moyenne-Variance

La variance du portefeuille

$$\text{var}(R_p) = w_1^2 \text{var}(R_1) + w_2^2 \text{var}(R_2) + 2w_1 w_2 \text{cov}(R_1, R_2)$$

$\text{var}(R_1)$, $\text{var}(R_2)$ et $\text{var}(R_p)$ sont respectivement la variance de l'actif 1, de l'actif 2 et du portefeuille.

$\text{cov}(R_1, R_2)$ est la covariance entre le rendement de l'actif 1 et 2

Relation entre la covariance et la corrélation

La variance du portefeuille n'est pas simplement une moyenne pondérée de la variance des deux actifs.

L'équation suivante nous montre que la variance du portefeuille dépend également de la corrélation entre les actifs inclus dans le portefeuille

$$\text{cor}(R_1, R_2) = \frac{\text{cov}(R_1, R_2)}{SD(R_1)SD(R_2)}$$

Variance du portefeuille

En utilisant la formule de la corrélation, nous pouvons écrire la variance du portefeuille comme suit:

$$\text{var}(R_p) = w_1^2 \text{var}(R_1) + w_2^2 \text{var}(R_2) + 2w_1w_2 \text{cor}(R_1, R_2)SD(R_1)SD(R_2)$$

Variance du portefeuille

Si la corrélation est égale à 0

$$\text{var}(R_p) = w_1^2 \text{var}(R_1) + w_2^2 \text{var}(R_2)$$

Si la corrélation est égale à 1

$$\text{var}(R_p) = w_1^2 \text{var}(R_1) + w_2^2 \text{var}(R_2) + 2w_1 w_2 SD(R_1)SD(R_2)$$

Si la corrélation est égale à -1

$$\text{var}(R_p) = w_1^2 \text{var}(R_1) - w_2^2 \text{var}(R_2) - 2w_1 w_2 SD(R_1)SD(R_2)$$

Variance du portefeuille

La variance maximale du portefeuille se produit lorsqu'il existe une corrélation parfaite (c'est-à-dire une corrélation de $+1$) entre le rendement des deux actifs.

La variance minimale du portefeuille se produit lorsque les rendements des actifs ont une corrélation de -1 .

Variance du portefeuille

La théorie financière ainsi que les preuves empiriques nous indiquent que la variance du portefeuille peut être décomposée en deux catégories générales:

- Le risque systématique : risque qui affecte le rendement de tous les actifs du portefeuille

- Le risque idiosyncratique : risque propre au rendement des actifs du portefeuille

Cadre de moyenne-variance de Markowitz

Appliqué à la construction de portefeuille de deux manières:

- 1) au niveau des classes d'actifs
- 2) sélectionner les titres pour construire le portefeuille

La construction de portefeuilles nécessite l'estimation de la moyenne, la variance et la covariance pour tous les titres qui sont candidats à l'inclusion dans le portefeuille. .

S'il y a N titres qui peuvent être inclus dans un portefeuille.

- * N variances à estimer
- * $(N^2 - N)/2$ covariances à estimer

Stratégies d'immunisation

Il s'agit d'une stratégie de gestion obligataire qui à la base consiste à choisir un portefeuille dont la durée est égale à l'horizon de placement.

Le portefeuille est ainsi immunisé face aux fluctuations des taux d'intérêt car la durée représente à peu près la période de temps où les risques de taux d'intérêt et de réinvestissement s'annulent. L'investisseur recevra donc à peu près le taux de rendement initial sur son placement.

Pour satisfaire aux exigences de paiements futurs, l'horizon de placement peut lui-même correspondre à la durée de ces paiements.

Stratégies d'immunisation

Exemples

Un investisseur particulier investit dans un portefeuille obligataire ayant une durée égale au temps qu'il lui reste avant sa retraite.

Une compagnie d'assurance-vie investit dans un portefeuille obligataire ayant une durée égale à la durée de ses versements d'assurance anticipés.

Un fond de pension investit dans un portefeuille obligataire ayant une durée égale à la durée de ses paiements de pension anticipés.

Stratégies d'immunisation

Fondement

Gestion guidée par les engagements (ou par le passif)
(liability-driven investing)

Stratégie de base

La satisfaction d'un engagement financier unique

Mise en garde

Les limites de l'immunisation

Extensions

- Engagements financiers multiples

- Immunisation contingente

- Modèles stochastiques d'immunisation

Gestion guidée par les engagements

De nombreux investisseurs institutionnels (fonds de pension, compagnies d'assurance, etc.) ont comme principal objectif d'investissement de satisfaire à leurs engagements financiers.

Afin d'y arriver, ils vont pratiquer une gestion de portefeuille où leurs actifs sont gérés en fonction de leurs engagement financiers: C'est la gestion guidée par les engagements (ou le passif).

Il s'agit d'une gestion de portefeuille active où le portefeuille de référence est déterminé à partir des engagements plutôt que d'un indice.

Engagement financier unique

Lorsqu'une firme fait face à un engagement financier unique, son objectif est d'obtenir un rendement réalisé égal ou supérieur à celui qu'elle s'est engagée à offrir.

Rappel: Deux risques ayant un effet opposé déterminent la différence entre le taux de rendement promis d'un portefeuille et son rendement réalisé:

- Risque de taux d'intérêt

- Risque de réinvestissement

Engagement financier unique

Les stratégies d'immunisation, inventées par Reddington (1952), consistent à construire un portefeuille qui est immunisé face à un changement des taux d'intérêts.

Lorsqu'une firme fait face à un engagement financier unique, une immunisation est réalisée en choisissant un portefeuille avec

- Un taux de rendement promis égal ou supérieur à celui qu'elle s'est engagée à offrir

- Une durée de Macauley égale à l'échéance de l'engagement (ou une durée modifiée égale à la durée modifiée de l'engagement).

Engagement financier unique

Si les flux du portefeuille arrivent surtout après l'échéance de l'engagement, alors le risque de taux d'intérêt domine celui de réinvestissement

Si les flux du portefeuille arrivent surtout avant l'échéance de l'engagement, alors le risque de réinvestissement domine celui de taux d'intérêt

La durée de Macauley représente l'horizon pour lequel les deux risques s'annulent, produisant un rendement réalisé approximativement égal au rendement promis.

Processus d'appariement des flux de trésorerie

Vous avez une responsabilité de paiement sur cinq ans

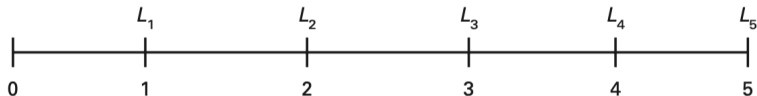
L_1 en $t = 1$

L_2 en $t = 2$

L_3 en $t = 3$

L_4 en $t = 4$

L_5 en $t = 5$



Processus d'appariement des flux de trésorerie

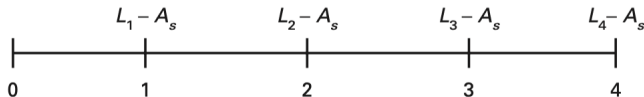
Étape 1

Flux de trésorerie de l'obligation A sélectionné pour satisfaire L_5

$$\text{Coupon} = A_s$$

$$\text{Principal} = A_p$$

$$A_s + A_p = L_5$$



Processus d'appariement des flux de trésorerie

Étape 2

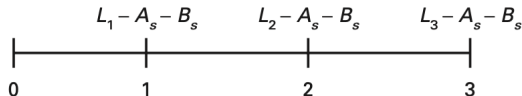
Flux de trésorerie de l'obligation B sélectionné pour satisfaire L_4

Passif non provisionné = $L_4 - A_s$

Coupon = B_s

Principal = B_p

$B_s + B_p = L_4 - A_s$



Processus d'appariement des flux de trésorerie

Étape 3

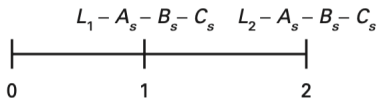
Flux de trésorerie de l'obligation C sélectionné pour satisfaire L_3

$$\text{Passif non provisionné} = L_3 - A_s - B_s$$

$$\text{Coupon} = C_s$$

$$\text{Principal} = C_p$$

$$C_s + C_p = L_3 - A_s - B_s$$



Processus d'appariement des flux de trésorerie

Étape 4

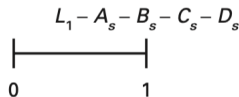
Flux de trésorerie de l'obligation D sélectionné pour satisfaire L_2

$$\text{Passif non provisionné} = L_2 - A_s - B_s - C_s$$

$$\text{Coupon} = D_s$$

$$\text{Principal} = D_p$$

$$D_s + D_p = L_3 - A_s - B_s - C_s$$



Processus d'appariement des flux de trésorerie

Étape 5

Sélectionnez l'obligation E avec un flux de trésorerie de

$$L_1 - A_s - B_s - C_s - D_s$$