Le Test de White pour l'Hétéroscédasticité

GSF-6053

Hiver 2025

Table des matières

1 Introduction **2**

2 Hypothèses du Test de White **2**
2.1 Hypothèse Nulle (H_0) 2
2.2 Hypothèse Alternative (H_1) 2

3 Procédure du Test **2**
3.1 Estimation du Modèle de Régression Principal 2
3.2 Calcul des Résidus 2
3.3 Régression Auxiliaire 3
3.4 Calcul de la Statistique de Test 3
3.5 Distribution Sous l'Hypothèse Nulle 3

4 Interprétation des Résultats **3**
4.1 Décision Statistique 3
4.2 Conséquences de l'Hétéroscédasticité 3

5 Exemple Illustratif **4**
5.1 Étape 1 : Estimation du Modèle Principal 4
5.2 Étape 2 : Calcul des Résidus 4
5.3 Étape 3 : Régression Auxiliaire 4
5.4 Étape 4 : Calcul de la Statistique White 4
5.5 Étape 5 : Décision 4

6 Conclusion **5**

7 Références **5**

1 Introduction

Le **test de White** est une procédure statistique utilisée pour détecter la présence d'hétéroscédasticité dans un modèle de régression linéaire. Contrairement au test de Breusch-Pagan, le test de White ne spécifie pas une forme particulière de l'hétéroscédasticité, ce qui le rend plus généraliste.

2 Hypothèses du Test de White

Le test de White évalue les hypothèses suivantes :

2.1 Hypothèse Nulle (H_0)

— Il n'y a pas d'hétéroscédasticité dans le modèle. La variance des erreurs est constante, c'est-à-dire $\mathrm{Var}(u_i) = \sigma^2$ pour tout i.

2.2 Hypothèse Alternative (H_1)

— Il existe une relation systématique entre la variance des erreurs et les variables explicatives ou leurs combinaisons. La variance des erreurs varie en fonction des variables explicatives, c'est-à-dire $\mathrm{Var}(u_i) = \sigma^2 h(X_i)$ où $h(X_i)$ est une fonction des variables explicatives.

3 Procédure du Test

Le test de White se déroule en plusieurs étapes :

3.1 Estimation du Modèle de Régression Principal

On estime le modèle de régression linéaire :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \cdots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires (MCO).

3.2 Calcul des Résidus

On calcule les résidus standardisés :

$$\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

où $\hat{Y}_i$ est la valeur prédite par le modèle.

3.3 Régression Auxiliaire

On effectue une régression auxiliaire où la variable dépendante est le carré des résidus et les variables explicatives incluent les variables originales, leurs carrés et les produits croisés entre elles :

$$\begin{aligned}\hat{u}_i^2 = \gamma_0 + \gamma_1 X_{1i} + \gamma_2 X_{2i} + \cdots + \gamma_k X_{ki} + \gamma_{k+1} X_{1i}^2 + \gamma_{k+2} X_{2i}^2 + \\ \cdots + \gamma_{k(k+1)/2} X_{1i} X_{2i} + \\ \cdots + \epsilon_i\end{aligned}$$

Les variables $X_{1i}^2, X_{2i}^2, \ldots, X_{1i}X_{2i}, \ldots$ sont incluses pour capturer toute forme possible d'hétéroscédasticité.

3.4 Calcul de la Statistique de Test

La statistique de test de White est donnée par :

$$\text{White} = T \cdot R^2_{\text{aux}}$$

où T est le nombre total d'observations et R^2_{aux} est le coefficient de détermination de la régression auxiliaire.

3.5 Distribution Sous l'Hypothèse Nulle

Sous l'hypothèse nulle d'homoscédasticité, la statistique de test suit une distribution du chi carré avec m degrés de liberté, où m est le nombre de variables explicatives dans la régression auxiliaire.

4 Interprétation des Résultats

4.1 Décision Statistique

— Si White $> \chi^2_{m,1-\alpha}$, on rejette l'hypothèse nulle et conclut à la présence d'hétéroscédasticité.

— Sinon, on ne rejette pas l'hypothèse nulle.

4.2 Conséquences de l'Hétéroscédasticité

L'hétéroscédasticité peut entraîner :

— Des estimateurs MCO toujours sans biais, mais inefficaces.

— Des erreurs standard incorrectes, ce qui affecte les tests d'hypothèses et les intervalles de confiance.
— Des tests statistiques qui ne suivent pas la distribution théorique, compromettant ainsi la validité des inférences.

5 Exemple Illustratif

Considérons un modèle de régression où l'on souhaite estimer la relation entre le revenu (Y) et le niveau d'éducation (X_1) ainsi que l'expérience professionnelle (X_2).

5.1 Étape 1 : Estimation du Modèle Principal

On estime le modèle :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + u_i$$

en utilisant les MCO.

5.2 Étape 2 : Calcul des Résidus

On calcule les résidus $\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i$.

5.3 Étape 3 : Régression Auxiliaire

On effectue la régression :

$$\hat{u}_i^2 = \gamma_0 + \gamma_1 X_{1i} + \gamma_2 X_{2i} + \gamma_3 X_{1i}^2 + \gamma_4 X_{2i}^2 + \gamma_5 X_{1i} X_{2i} + \epsilon_i$$

5.4 Étape 4 : Calcul de la Statistique White

Supposons que $R^2_{\text{aux}} = 0.10$ et que $T = 100$ observations avec $m = 5$ variables explicatives dans la régression auxiliaire. Alors :

$$\text{White} = 100 \times 0.10 = 10$$

5.5 Étape 5 : Décision

Avec $m = 5$ et un niveau de signification $\alpha = 0.05$, la valeur critique est $\chi^2_{5,0.95} \approx 11.07$. Puisque $10 < 11.07$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle d'homoscédasticité.

6 Conclusion

Le test de White est un outil puissant et flexible pour détecter l'hétéroscédasticité dans les modèles de régression linéaire. Sa capacité à identifier diverses formes d'hétéroscédasticité le rend particulièrement utile dans des situations où la nature de la variance des erreurs n'est pas connue a priori. En identifiant la présence d'hétéroscédasticité, les chercheurs peuvent ajuster leurs modèles en conséquence, par exemple en utilisant des estimateurs robustes ou en transformant les variables, afin d'obtenir des inférences statistiques fiables.

7 Références

— White, H. (1980). A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4), 817–838.

— Gujarati, D. N. (2003). *Basic Econometrics*. McGraw-Hill.

— Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. MIT Press.