Exercice 010 - Solutions

GSF-6053

Hiver 2025

Solutions

1. **Réponse : C.** La formule de l'intervalle de confiance pour une moyenne de population est : $\bar{x} \pm t\frac{s}{\sqrt{n}}$, qui est basée sur la moyenne de l'échantillon. Ainsi, "$\bar{x}$" est garanti d'être dans l'intervalle que vous formez.

   Explication : L'intervalle de confiance est construit autour de la moyenne de l'échantillon $\bar{x}$. Par définition, $\bar{x}$ est toujours inclus dans cet intervalle, quelle que soit la taille de l'échantillon ou le niveau de confiance choisi.

2. **Réponse : D.** Ne pas rejeter H_0.

   Explication : La règle générale est de rejeter l'hypothèse nulle H_0 si la p-valeur est inférieure au niveau de signification α. Ici, la p-valeur (0,184) est supérieure à α (0,10), donc nous ne rejetons pas H_0.

3. **Réponse : A.** La longueur de l'intervalle de confiance devient plus grande.

   Explication : La longueur de l'intervalle de confiance est donnée par $2 \times t\frac{s}{\sqrt{n}}$. En diminuant la taille de l'échantillon n, le dénominateur $\sqrt{n}$ diminue, ce qui augmente la marge d'erreur et donc la longueur de l'intervalle de confiance.

4. **Réponse : B.** La longueur de l'intervalle de confiance devient plus petite.

   Explication : En diminuant le niveau de confiance, la valeur critique t diminue, ce qui réduit la marge d'erreur et donc la longueur de l'intervalle de confiance, toutes choses étant égales par ailleurs.

5. **Réponse : D.** Impossible de déterminer avec les informations fournies.

   Explication : Augmenter la taille de l'échantillon tend à réduire la longueur de l'intervalle de confiance, tandis qu'augmenter le niveau de confiance tend à l'augmenter. Sans savoir quelle augmentation a le plus d'impact, il est impossible de déterminer l'effet net sur la longueur de l'intervalle de confiance.

6. **Réponse : C.** La moyenne de la distribution d'échantillonnage de $\bar{x}$ est μ, la moyenne de la population.

   Explication : Une des propriétés fondamentales de la distribution d'échantillonnage de la moyenne est que sa moyenne est égale à la moyenne de la population μ. Cela est vrai indépendamment de la taille de l'échantillon, tant que l'échantillon est aléatoire.

7. **Réponse : A.** Une p-valeur doit être comprise entre 0 et 1.

   Explication : Par définition, une p-valeur représente une probabilité et doit donc être située dans l'intervalle [0,1]. Les autres affirmations sont incorrectes : une p-valeur supérieure à 0,01 peut parfois conduire à rejeter H_0 si α est plus élevé, et les p-valeurs n'ont pas une distribution normale $N(0,1)$.

8. **Réponse : B.** La taille de l'échantillon doit être de 1537.

   Explication : La formule pour la taille de l'échantillon est :

   $$n = \left(\frac{z \times s}{m}\right)^2$$

   Pour un intervalle de confiance à 95%, $z = 1,96$, $s = 10$, et $m = 0,5$:

   $$n = \left(\frac{1,96 \times 10}{0,5}\right)^2 = \left(\frac{19,6}{0,5}\right)^2 = (39,2)^2 = 1536,64$$

   On arrondit toujours à l'entier supérieur, donc $n = 1537$.

9. **Réponse : C.** La valeur de z utilisée est 1,81.

   Explication : Pour un intervalle de confiance de 93%, on calcule la valeur critique z de la manière suivante :

$$1 - 0,93 = 0,07 \quad \text{(zone dans les queues)}$$

$$\frac{0,07}{2} = 0,035$$

   En consultant la table de la distribution normale standard pour une probabilité cumulée de 0,035 dans une queue, on obtient $z \approx 1,81$. Donc, $z = 1,81$.

10. **Réponse : D.** La distribution d'échantillonnage.

    Explication : La question concerne les valeurs possibles de $\bar{x}$ pour tous les échantillons de taille n issus de la population. Cela se réfère à la distribution d'échantillonnage de $\bar{x}$, qui décrit toutes les valeurs que la moyenne d'échantillon peut prendre.