



## هوش مصنوعی

بهار ۱۴۰۳

استاد: محمدحسین رهبان

دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی کامپیوتر

گردآورندگان: پریا حاجی پور - رومینا نوبهاری - پارسا بشری - جواد احمدپور

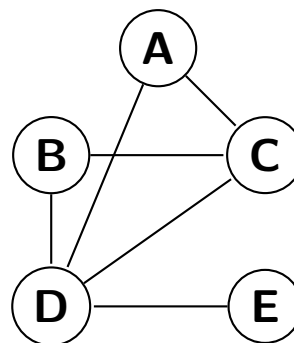
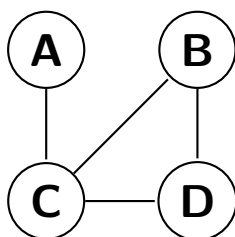
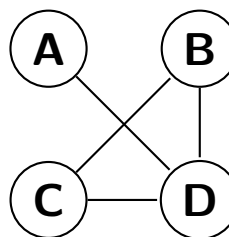
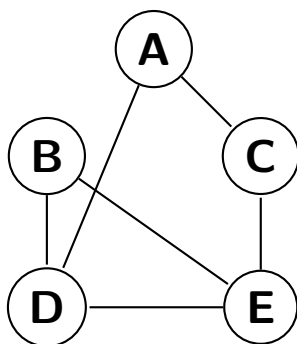
شبکه‌های بیزی و زنجیره‌های مارکوف

تمرین سوم

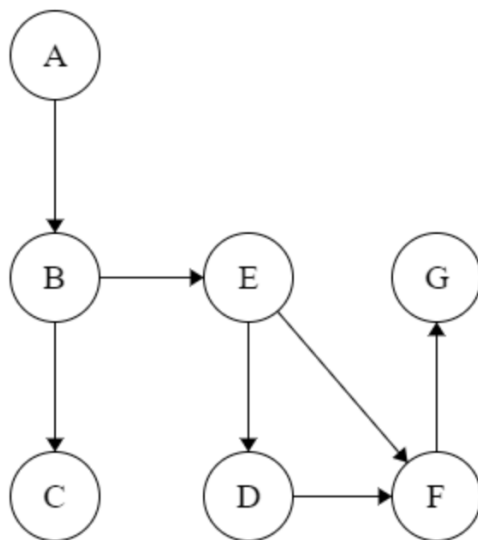
- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۲۳:۵۹ روز مشخص شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ هر تمرین تا سقف ۴ روز و در مجموع ۱۰ روز، وجود دارد. پس از گذشت این مدت، پاسخ‌های ارسال شده پذیرفته نخواهند بود. همچنین، به ازای هر ساعت تأخیر غیر مجاز ۰.۵ درصد از نمره تمرین به صورت ساعتی کسر خواهد شد.
- تاخیر سوالات نظری و عملی با یکدیگر محاسبه می‌شوند. به عبارتی تاخیر شما در هر تمرین معادل تاخیر بیشتر بین ارسال جواب‌های تئوری و عملی است.
- همکاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منابع خارج درسی، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.
- در کنار هر سوال عددی به عنوان درجه سختی برای مقایسه میزان سختی سوالات و برنامه ریزی بهتر شما برای حل سوالات قرار گرفته است. هر درجه تقریباً معادل ۵ دقیقه وقت برای حل است. این اعداد به هیچ وجه دقیق نیست، اما می‌توانید فرض کنید که اگر سرعتی مشابه درجه سختی‌های داده شده دارید، با اطمینان بالایی در امتحانات به مشکل نخواهید خورد.

### سوالات بخش اول (ددلاین: ۷ اردیبهشت) (۳۵ نمره)

۱. (۱۲ نمره، درجه سختی ۴) یال‌های شبکه‌ی بیزی زیر را جهت‌دار کنید بطوری که متغیرهای A و B به شرط D مستقل باشند. (توجه کنید که جواب لزوماً یکتا نیست و ذکر یک پاسخ صحیح کفایت می‌کند)



۲. (۸ نمره، درجه سختی ۳) در شبکه بیزی زیر، مقدار  $P(A, C, D | +f)$  را می‌خواهیم بدست بیاوریم. در صورتی که ترتیب حذف متغیرها به صورت  $B, G, E$  (از راست به چپ باشد)، مراحل variable elimination را بنویسید. در هر مرحله مشخص کنید کدام جداول با هم ادغام میشوند و کدام متغیر sum out میشود.



۳. (۱۵ نمره، درجه سختی ۵) با توجه به جداول زیر به سوالات پاسخ دهید.

$A$	$P(A)$
$F$	۰/۶
$T$	۰/۴

$A$	$B$	$P(B A)$
$F$	$F$	۰/۷
$T$	$F$	۰/۲
$F$	$T$	۰/۳
$T$	$T$	۰/۸

$A$	$D$	$P(D A)$
$F$	$F$	۰/۵
$T$	$F$	۰/۸۵
$F$	$T$	۰/۵
$T$	$T$	۰/۱۵

$B$	$A$	$C$	$P(C A, B)$
$F$	$F$	$F$	۰/۹
$T$	$F$	$F$	۰/۷۵
$F$	$T$	$F$	۰/۲
$T$	$T$	$F$	۰/۶
$F$	$F$	$T$	۰/۱
$T$	$F$	$T$	۰/۲۵
$F$	$T$	$T$	۰/۸
$T$	$T$	$T$	۰/۴

(آ) به کمک نمونه‌های زیر و با روش *Likelihood Weighting*،  $P(+a | +b, -c)$  را بدست آورید.

$+a$	$+b$	$-c$	$+d$
$-a$	$+b$	$-c$	$+d$
$-a$	$+b$	$-c$	$-d$
$+a$	$+b$	$-c$	$-d$
$+a$	$+b$	$-c$	$+d$

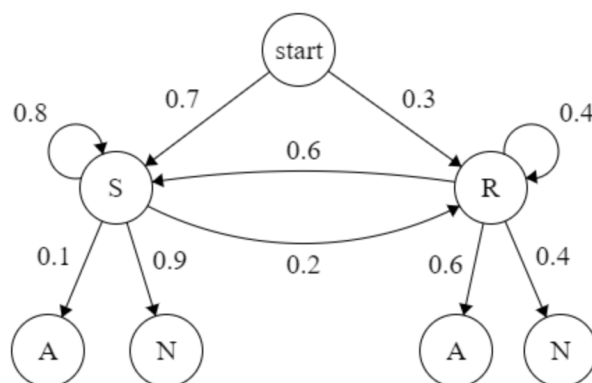
(ب) حال با کمک نمونه‌های بخش آ، و با استفاده از روش *Prior Sampling*، مقدار  $P(+d)$  را محاسبه کنید.

(ج) اگر در روش *Gibbs Sampling*، نمونه‌ی اولیه به صورت  $(+a, +b, +c, +d)$  باشد و پس از آن مقدار  $B$  را برداریم، احتمال اینکه در نمونه‌ی بعدی مقدار  $B$  برابر  $b$  باشد چقدر است؟

### سوالات بخش دوم (ددلاین: ۱۴ اردیبهشت) (۵۵ نمره)

۴. (۱۰ نمره، درجه سختی ۴) Markov chain زیر که مربوط به احتمال تصادف کردن در روزهای آفتابی و بارانی هست را در نظر بگیرید. مقدار  $P_{\infty}(\text{Accident})$  را حساب کنید.

( $S : \text{Sunny} - R : \text{Rainy} - A : \text{Accident} - N : \text{No - accident}$ )



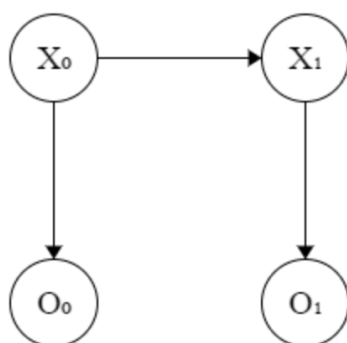
۵. (۱۵ نمره، درجه سختی ۴) توماس و مینهو می‌خواهند رفتار هیولای داخل ماز را پیش‌بینی کنند. طبق بررسی آنها، هیولا ممکن است خواب یا بیدار باشد و در هر وضعیت ممکن است صدایی از خود تولید کند. حال با یافته‌های زیر به سوالات پاسخ دهید:

- احتمال بیدار بودن هیولا در لحظه‌ی  $t$  بدون دانش قبلی،  $0/7$  است.
- اگر هیولا در لحظه‌ی  $t$  خواب باشد، به احتمال  $0/6$  در لحظه‌ی  $t + 1$  هم خواب است و اگر بیدار باشد، به احتمال  $0/7$  در لحظه‌ی بعدی هم بیدار است.
- اگر هیولا بیدار باشد به احتمال  $0/7$  و اگر خواب باشد، به احتمال  $0/1$  صدا تولید می‌کند.

(آ) برای این مسئله یک *Hidden Markov Model* به همراه جداول احتمالاتی آن طراحی کنید.

(ب) با استفاده از الگوریتم *forward*، احتمال  $\text{Observation} = \text{no noise, noise, noise}$  را بدست آورید.

۶. (۱۵ نمره، درجه سختی ۵) مدل HMM زیر را در نظر بگیرید. میدانیم  $O_i$  مشاهدات (observation) هستند.



$X_t$	$O_t$	$P(O_t X_t)$	$X_t$	$X_{t+1}$	$P(X_{t+1} X_t)$	$X.$	$P(X.)$
۰	A	۰/۹	۰	۰	۰/۵	۰	۰/۳
۰	B	۰/۱	۰	۱	۰/۵	۱	۰/۷
۱	A	۰/۲	۱	۰	۰/۴		
۱	B	۰/۸	۱	۱	۰/۶		

- (آ) به ازای  $X.$  های ممکن، مقادیر احتمال  $P(X., O. = B)$  را بدست بیاورید.
- (ب) توزیع احتمال  $P(X_1, O. = B, O_1 = B)$  را بیابید.
- (ج) توزیع احتمال  $P(X_1|O. = B, O_1 = B)$  را محاسبه کنید.

۷. (۱۵ نمره، درجه سختی ۵) فرض کنید میخواهیم با استفاده از یک HMM سیستمی طراحی کنیم که با گرفتن صدای یک قطعه موسیقی، آن را به نت تبدیل کند. در این مدل، observation ها فرکانس هستند و variable hidden ها نت مربوط به آن فرکانس است (که می‌خواهیم آن را پیدا کنیم). برای سادگی مدل فرض میکنیم که قطعه مورد نظر فقط از چهار نت زیر تشکیل شده است. (متغیرهای پنهان متغیرهای گسسته هستند که یکی از مقادیر زیر را می‌توانند بگیرند):

Note	Frequency (Hz)
D	293.7
E $\flat$	311.1
F	349.2
G	392.0

Table 1: Values for  $X_t$

متغیر  $E_t$  فرکانس صدای شنیده شده در لحظه  $t$  را نشان می‌دهد و یک متغیر پیوسته است. فرکانس‌های شنیده شده برای ۸ نت اول یک قطعه به شکل زیر است:

Evidence	Observed (Hz)	$P(e X = D)$	$P(e X = E\flat)$	$P(e X = F)$	$P(e X = G)$
$E_1$	389.1	0.011	0.023	0.140	0.712
$E_2$	395.4	0.008	0.019	0.120	0.763
$E_3$	393.0	0.009	0.021	0.131	0.830
$E_4$	315.2	0.181	0.687	0.033	0.018
$E_5$	350.0	0.024	0.170	0.883	0.103
$E_6$	345.3	0.031	0.198	0.794	0.095
$E_7$	357.8	0.038	0.201	0.692	0.083
$E_8$	294.1	0.906	0.310	0.055	0.004

Table 2: Observed Frequencies and Emission Probabilities

برای احتمال‌های Transition هم فرض می‌کنیم که احتمال رفتن از یک نت به نت دیگر، رابطه خطی با عکس فاصله دو نت از هم دارد. (برای سادگی، فاصله بین نت‌های متوالی را یکسان در نظر بگیرید و همچنین احتمال رفتن از یک نت به همان نت ۴۰ درصد است.)

(آ) با استفاده از الگوریتم Viterbi این قطعه را به نت درآورید (در واقع باید محتمل‌ترین نت را برای هر کدام از مقادیر  $X_1$  تا  $X_8$  مشخص کنید). احتمال‌های اولیه را یکسان و برابر 0.25 در نظر بگیرید. برای طولانی نشدن جواب، به نوشتن محاسبات برای ۴ نت اول اکتفا کنید. راهنمایی: این نت معروف‌ترین موتیف موسیقی کلاسیک است (:)

(ب) در فرایند Particle Filtering فرض کنید با چهار ذره با مقادیر  $D$  و  $E$  و  $F$  و  $G$  شروع کرده‌ایم. احتمال اینکه سومین نت «سل» باشد را بدست بیاورید (در واقع دنبال  $P(X_3 = G | e_{1:3})$  هستیم). برای مرحله resampling و elapse time از اعداد تصادفی زیر استفاده کنید:

0.6284, 0.1842, 0.5482, 0.770, 0.3556, 0.8090, 0.1113, 0.5338, 0.0043, 0.3455, 0.2198,  
0.2875, 0.0570, 0.8803, 0.5927, 0.6177, 0.5034, 0.8624, 0.7918, 0.3254

توجه کنید که در مرحله اول هم باید ابتدا این چهار ذره را وزندهی و resample کنید.