به نام خداوند بخشنده مهربان

هوش مصنوعی

دانشکده مهندسی کامپیوتر

محمدحسین رهبان
بهار ۱۴۰۳

۱۳ اردیبهشت ۱۴۰۳ | **آزمون میان‌ترم** | زمان آزمون: ۱۵۰ دقیقه

۱. لطفا پاسخ خود را با خط خوانا بنویسید.

۲. پاسخ هر سوال را در یک صفحه جدا و شماره پرسش را به صورت واضح در بالای هر صفحه بنویسید.

۳. برگه پرسش که در اختیار شما قرار گرفته است شامل هشت صفحه در چهار برگ است.

۴. استفاده از منابع و لوازم الکترونیکی حین پاسخگویی به سوالات آزمون غیرمجاز است.

پرسش‌های آزمون (۱۰۰ نمره)

پرسش ۱ (۱۰ نمره) به سوالات زیر پاسخ کوتاه مستدل دهید. اگر در هر مورد بخشی از آن درست و بخشی از آن نادرست بود، آنها را ذکر کنید.

(آ) (۲ نمره) درستی یا نادرستی عبارت رو به رو را مشخص کنید: در الگوریتم جستجوی درختی A* در صورت سازگار[۱] بودن تابع مکاشفه[۲] تضمین می‌شود که هیچ کدام از node ها بیش از یک بار expand نشوند.

(ب) (۱ نمره) درستی یا نادرستی عبارت رو به رو را مشخص کنید: حداقل یک مقدار برای $k > 0$ وجود دارد به طوری که $h(x) = k$ باشد و h یک تابع مکاشفه‌ای قابل قبول[۳] باشد.

(ج) (۲ نمره) در هر کدام از موارد زیر مشخص کنید دو الگوریتم جستجوی محلی داده شده معادل هم هستند یا خیر:

i. الگوریتم Simulated Annealing با $\text{Temperature} = 0$ و بدون شرط پایان و الگوریتم Greedy Hill-Climbing

ii. الگوریتم Simulated Annealing با $\text{Temperature} = +\infty$ و الگوریتم Random Walk

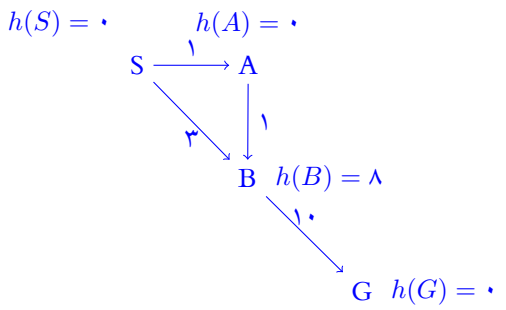
(د) (۲ نمره) درستی یا نادرستی عبارت رو به رو را مشخص کنید: در الگوریتم Beam Search و Stochastic Beam Search حداکثر فضای حافظه مورد نیاز از $O(min\{k^2, bk\})$ است که b ضریب انشعاب یا همان branching factor است.

(ه) (۱ نمره) درستی یا نادرستی عبارت رو به رو را مشخص کنید: الگوریتم های Arc-consistency مانند AC3 باعث می شوند که در مسائل CSP دیگر نیازی به backtrack کردن نداشته باشیم.

(و) (۲ نمره) درستی یا نادرستی عبارت رو به رو را مشخص کنید: در هنگام انجام inference در یک شبکه بیزی[۴] می‌توان همه متغیرهایی که از اجداد متغیرهای query و evidence نیستند را در نظر نگرفت.

پاسخ

(آ) غلط است. به مثال زیر توجه کنید:



در این مثال B دوبار اسکپند می‌شود.

(ب) نادرست است - نادرست است چون مقدار تابع مکاشفه‌ای برای حالت‌های هدف برابر با صفر باشد تا بتواند سازگار باشد و هر عدد بزرگتر از صفر این تابع مکاشفه‌ای را ناسازگار می‌کند.

---

[۱] Consistent
[۲] Heuristic
[۳] Admissible
[۴] Bayesian Network

(ج) i. معادل نیست - در Simulated Annealing با این شرایط همه حالت‌های بعدی با ΔE بزرگتر از صفر شانس برابری برای انتخاب شدن دارند اما در الگوریتم Greedy Hill-Climbing تنها بهترین حالت بعدی از نظر تابع ارزیابی انتخاب می‌شود.

ii. معادل هستند - در هر دو همه حالت‌های بعدی شانس برابری برای انتخاب شدن دارند.

(د) بخش اول درست ولی بخش دوم نادرست است - در الگوریتم Beam Search درست بوده چون برای انتخاب K تای برتر برای مرحله بعدی تنها لازم است K تا حالت برتر از هر کدام از K عضو فعلی را نگه داریم و در نهایت از بین این K^2 فعلی K تای برتر را انتخاب کنیم. اما در Stochastic Beam Search همه حالت‌های بعدی دارای شانس انتخاب شدن هستند و نمی‌توان تنها K^2 تا از آن‌ها را نگه داشت.

(ه) نادرست است - همچنان ممکن است نیاز به backtrack زدن داشته باشیم.

(و) درست است - در همان ابتدا می‌توان این متغیرها را کنار گذاشت یا به اصطلاح prune کرد.

پرسش ۲ (۱۵ نمره) در این سوال به دنبال یافتن یک رمز عبور با استفاده از الگوریتم های جستجو هستیم. تعدادی رمز عبور قابل قبول وجود دارد و همه رمز عبور های ممکن جایگشتی با تکرار از حروف $\{A, B, C, D\}$ با حداکثر طول ۱۰ هستند.

مدل سازی مساله:

- حالت اولیه: یک رشته خالی
- تابع حالت های بعدی هر رشته: اضافه کردن یک حرف از $\{A, B, C, D\}$ به رشته فعلی از سمت راست.
- رمز عبورهای قابل قبول: AAABBBCCD، AAAAABBB، AACCBB، CDBD، BACBA

(آ) (۵ نمره) در صورت برابری اولویت حالت ها برای expand شدن، آن حالتی که رشته اش به شکل الفبایی اول می آید اولویت دارد. توضیح دهید الگوریتم جست و جوی سطح اول [۵] و جست و جوی عمق اول [۶] کدام رمز عبور ها را بر می‌گردانند؟

(ب) (۵ نمره) اگر هزینه اضافه کردن حروف متفاوت به شکل زیر باشد، الگوریتم Uniform Cost Search کدام رمز عبور را برمی‌گرداند؟

$$\text{Costs} = \{A : 1, B : 2, C : 3, D : 4\}$$

(ج) (۵ نمره) حال فرض کنید که طول رمز عبور ثابت باشد و تنها یک جواب درست وجود داشته و تابعی داشته باشیم که تعداد حروفی که در جای درست قرار گرفته‌اند را گزارش کند. می‌خواهیم این مساله را با الگوریتم ژنتیک حل کنیم. مساله را با الگوریتم ژنتیک مدلسازی کنید و بگویید هر مرحله از این الگوریتم به چه صورت باید انجام شود.

پاسخ

(آ) جست و جوی عمق اول: اگر دقت کنید این روش جست و جو رشته ها را بر اساس ترتیب الفبا بررسی می‌کند:

$$A \to AA \to \cdots \to AAAAAAAAAA \to AAAAAAAAAB \to \dots$$

بنابراین با توجه به رشته هایی که جواب سوال هستند, این روش رشته AAAAABBB بر می‌گرداند.
جست و جوی سطح اول: این روش جست و جو ابتدا رشته های کوتاه تر را بررسی می کند و در بین رشته های جواب, رشته CDBD کوتاه تر از بقیه است و آن را بر می‌گرداند.

(ب) Uniform Cost Search: با دقت به رشته های جواب می‌بینیم هزینه رشته BACBA از بقیه کمتر بوده و برابر با ۹ است بنابراین این الگوریتم رشته BACBA برمی‌گرداند.

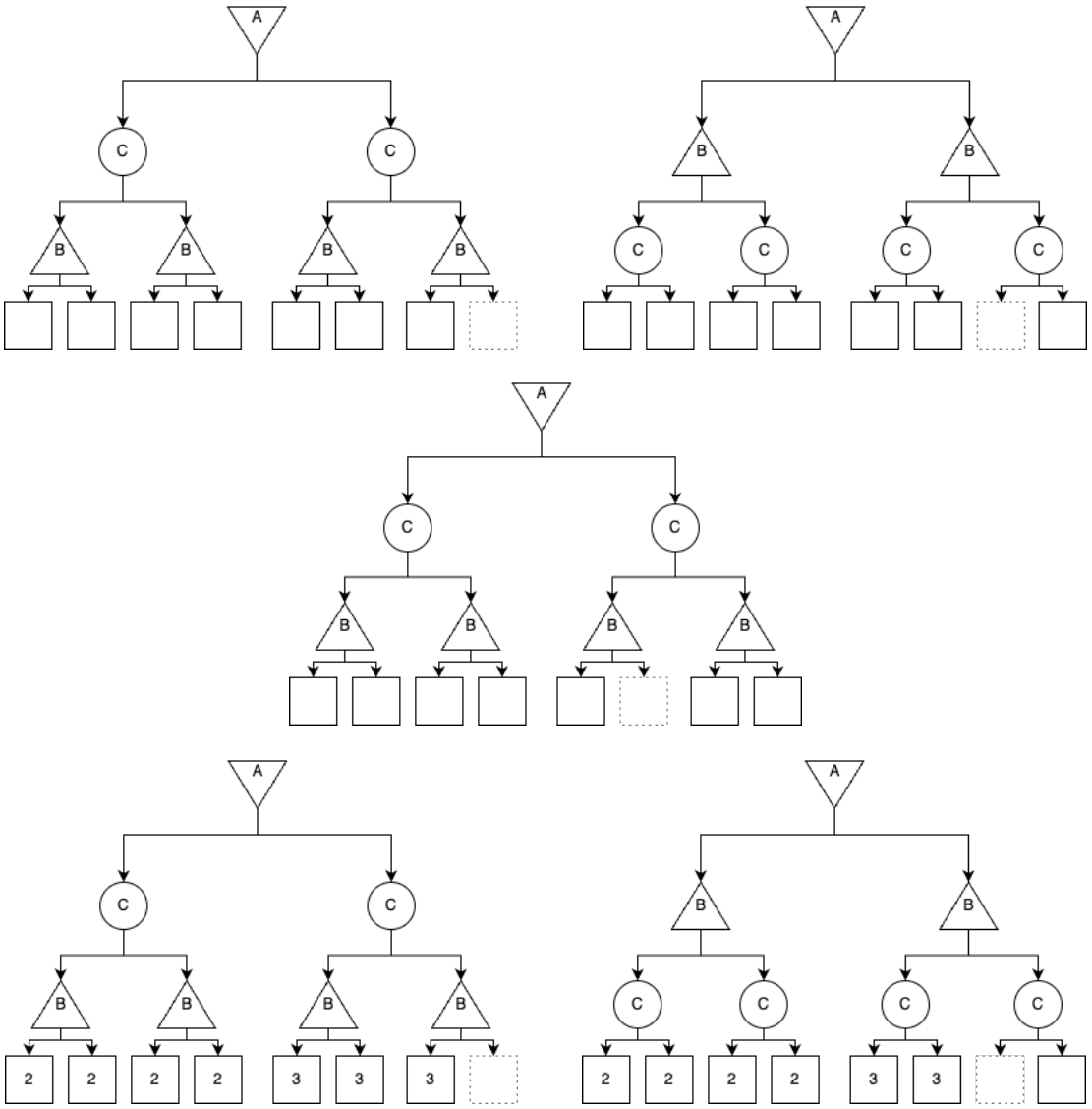
(ج) برای الگوریتم ژنتیک ابتدا با یک جمعیت رندوم از رشته ها شروع می‌کنیم که همه آن ها طولی برابر با ۱۰ دارند. سپس بر اساس خروجی تابع fitness یک نمونه از این جمعیت گرفته به طوری که رشته ای که تعداد حرف درست را دارد شانس انتخاب شدن بیشتری دارد. برای انجام cross-over رشته ها را دو به دو انتخاب کرده و از یک نقطه مشخص برده و هر دو رشته را با هم ترکیب می‌کنیم و برای فرایند mutation در هر رشته که داریم یکی از حروفش را به شکل رندوم انتخاب کرده و آن را تغییر می‌دهیم. این مراحل را تکرار می کنیم.

پرسش ۳ (۱۵ نمره) در این سوال قصد داریم تا فرآیند هرس کردن را برای درخت‌هایی که رأس شانسی دارند، بررسی کنیم. درخت‌های زیر را در نظر بگیرید که در آن‌ها A بازیکن کم‌کننده است، بازیکن B زیادکننده است و C بازیکنی است که به صورت شانسی بازی می‌کند و هرکدام از رأس‌های بچه‌اش را به احتمال برابر انتخاب می‌کند. فرض کنید در فرآیند هرس کردن، بچه‌های یک رأس در درخت را به ترتیب از چپ به راست مشاهده می‌کنیم.
برای هرکدام از درخت‌های بازی پایین مقداردهی‌ای (با مقادیر حقیقی و متناهی) به برگ‌ها انجام دهید به طوری که رأس مشخص‌شده هرس شود. همچنین اگر این کار امکان پذیر نبود، دلیل این موضوع را بنویسید. همچنین اگر مقداردهی‌ای انجام دهید که یکی از جدهای رأس مشخص‌شده هرس شود هم قابل قبول است. شما **در حالت برابری مجاز به هرس کردن نیستید.**

پاسخ ما برای ۲ درخت اول مثال ارائه می‌دهیم و به راحتی می‌توانید مشاهده کنید که در این مثال‌ها رأس مورد نظر هرس می‌شود. اما برای درخت سوم ثابت می‌کنیم که هیچ مقدار دهی ممکنی وجود ندارد که رأس مورد نظر هرس شود؛ زیرا که برای هرس شدن رأس مشخص شده، بازیکن A باید قبل از بررسی این رأس بتواند تضمین کند که مقدار شاخه سمت راست از شاخه سمت چپ بیشتر خواهد بود. اما از آن‌جایی که هنوز تمام بچه‌های بازیکن C سمت راست را ندیده‌ایم، نمی‌توانیم کرانی برای مقدار این رأس داشته باشیم که بتوانیم هرس انجام دهیم.
حال کافی است که دو مثال را برای دو درخت اول ارائه دهیم:

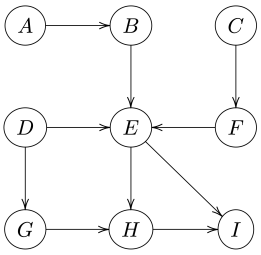
---

[۵] Breadth First Search
[۶] Depth First Search



پرسش ۴ (۲۵ نمره)

(آ) (۱۰ نمره) شبکه بیزی زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۱: شبکه بیزی

درستی کدام یک از عبارات زیر تضمین می‌شود؟ با ذکر دلیل مشخص کنید.

- $A \perp\!\!\!\perp C$
- $A \perp\!\!\!\perp D | E$
- $A \perp\!\!\!\perp I | E$
- $B \perp\!\!\!\perp C | I$
- $F \perp\!\!\!\perp A | H$
- $D \perp\!\!\!\perp I | E, G$
- $G \perp\!\!\!\perp B | D$
- $G \perp\!\!\!\perp A | D, I$
- $C \perp\!\!\!\perp H | G$

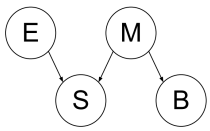
- $A \perp\!\!\!\perp B$

(ب) (۱۵ نمره) در یک گراف جهتدار G نوادگان یک راس مانند u راس‌هایی هستند که حداقل یک مسیر جهتدار از u به آنها وجود داشته باشد. حال ثابت کنید در یک شبکه بیزی دلخواه G هر راس مانند X از تمام راس‌هایی مانند Y که در بین نوادگان راس X نیستند به شرط والدهای X مستقل هستند.
والدهای یک راس مانند u راس‌هایی هستند مانند v که از v به u یال جهتدار وجود داشته باشد.

پاسخ ا

- گر بین هر تو راس گفته شده، مسیر فعال وجود داشته باشد، نمی‌توانیم درباره مستقل بودن یا نبودن آن‌ها تصمیمی بگیریم، ولی اگر مسیر فعالی وجود نداشت، تضمین می‌شود که آن‌ها مستقل اند. پس داریم:
  - $A \perp\!\!\!\perp C$: درست. مسیر فعالی وجود ندارد.
  - $A \perp\!\!\!\perp D|E$: نادرست. مسیر فعال: $A \to B \to E(observed) \leftarrow D$
  - $A \perp\!\!\!\perp I|E$: نادرست. مسیر فعال: $A \to B \to E(observed) \leftarrow D \to G \to H \to I$
  - $B \perp\!\!\!\perp C|I$: نادرست. مسیر فعال: $B \to E(descendent\ I\ observed) \leftarrow F \leftarrow C$
  - $F \perp\!\!\!\perp A|H$: نادرست. مسیر فعال: $F \to E(descendent\ H\ observed) \leftarrow B \leftarrow A$
  - $D \perp\!\!\!\perp I|E, G$: درست. مسیر فعالی وجود ندارد.
  - $B \perp\!\!\!\perp G|D$: درست. مسیر فعالی وجود ندارد.
  - $G \perp\!\!\!\perp A|D, I$: نادرست. مسیر فعال: $G \to H \to I(observed) \leftarrow E \leftarrow B \leftarrow A$
  - $C \perp\!\!\!\perp H|G$: نادرست است. مسیر فعال: $C \to F \to E \to H$
  - $A \perp\!\!\!\perp B$: نادرست است زیرا B تابعی از A است.
- با استفاده از $d-seperation$ ثابت می‌کنیم. فرض کنید می‌خواهیم ثابت کنیم $u \perp\!\!\!\perp v|Pa_u$. یک مسیر دلخواه از u به v به صورت $u, x_1, x_2, ..., x_k, v$ باشد. فرض کنید x_i اولین iای باشد که $x_i \leftarrow x_{i-1}$ باشد(این i حتما وجود دارد زیرا اگر نباشد آنگاه v یکی از نوادگان u است). حال داریم:
  - اگر $i = 1$: پس داریم که $u \leftarrow x_1$. پس روی x_1 شرط گذاشته شده است. حال یال $x_1 - x_2$ هرطوری باشد مساله حل است.
  - اگر $i >= 2$: پس $x_i \leftarrow x_{i-1} \leftarrow x_{i-2}$ یک ۳تایی بلاک کننده است.

پرسش ۵ (۱۵ نمره) شبکه بیز زیر را که ۴ متغیر E, S, M, B دارد را در نظر بگیرید. همچنین جداول احتمالات شرطی این شبکه را نیز در پایین می‌توانید



مشاهده کنید. با توجه به این جداول به سوالات مربوط به این شبکه پاسخ دهید. دقت کنید که پاسخ شما باید شامل گام‌های محاسباتی با شروع از احتمالی که قصد دارید محاسبه کنید باشد و محاسبه عدد نهایی الزامی نیست. برای مثال به جای نوشتن فقط ۰/۲ باید بنویسید

$$P(A, B) = P(A|B)P(B) = ۰/۱ \times ۲ = ۰/۲$$

$P(E)$	
$+e$	0.4
$-e$	0.6

$P(M)$	
$+m$	0.1
$-m$	0.9

$P(B \mid M)$		
$+m$	$+b$	1.0
$+m$	$-b$	0.0
$-m$	$+b$	0.1
$-m$	$-b$	0.9

$P(B \mid M)$			
$+e$	$+m$	$+s$	1.0
$+e$	$+m$	$-s$	0.0
$+e$	$-m$	$+s$	0.8
$+e$	$-m$	$-s$	0.2
$-e$	$+m$	$+s$	0.3
$-e$	$+m$	$-s$	0.7
$-e$	$-m$	$+s$	0.1
$-e$	$-m$	$-s$	0.9

(آ) (۳ نمره) $P(-e, -s, -m, -b)$ را محاسبه کنید.
(ب) (۳ نمره) $P(+b)$ را محاسبه کنید.
(ج) (۳ نمره) $P(+m \mid +b)$ را محاسبه کنید.
(د) (۳ نمره) $P(+m \mid +s, +e, +b)$ را محاسبه کنید.
(ه) (۳ نمره) $P(+e \mid +m)$ را محاسبه کنید.

پاسخ

(آ)

$$P(-e, -s, -m, -b) = P(-e)P(-m)P(-s \mid -e, -m)P(-b \mid -m) = ۰/۶ \times ۰/۹ \times ۰/۹ \times ۰/۹ = ۰/۴۳۷۴$$

(ب)

$$P(+b) = P(+b \mid +m)P(+m) + P(+b \mid -m)P(-m) = ۱ \times ۰/۱ + ۰/۱ \times ۰/۹ = ۰/۱۹$$

(ج)

$$P(+m \mid +b) = \frac{P(+b \mid +m)P(+m)}{P(+b)} = \frac{۱ \times ۰/۱}{۰/۱۹} = ۰/۵۲۶۳$$

(د)

$$P(+m \mid +s, +b, +e) = \frac{P(+m, +s, +b, +e)}{\sum_m P(m, +s, +b, +e)} = \frac{P(+e)P(+m)P(+s \mid +e, +m)P(+b \mid +m)}{\sum_m P(+e)P(m)P(+s, +e, m)P(+b \mid m)}$$
$$= \frac{۰/۴ \times ۰/۱ \times ۱ \times ۱}{۰/۴ \times ۰/۱ \times ۱ \times ۱ + ۰/۴ \times ۰/۹ \times ۰/۸ \times ۰/۱} = \frac{۴}{۶/۸۸}$$

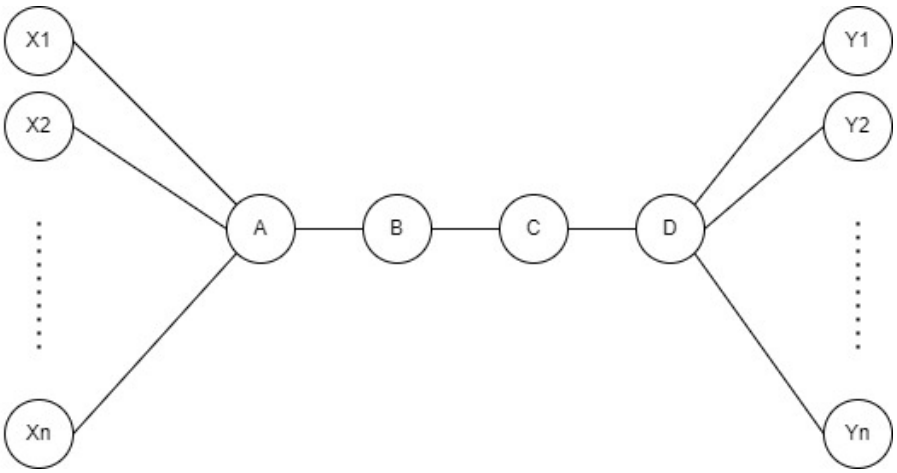
(ه)

$$P(+e \mid +m) = P(+e) = ۰/۴$$

زیرا طبق شبکه داده شده، E مستقل از M است و به همین خاطر تساوی بالا برقرار می‌شود.

پرسش ۶ (۲۰ نمره) می‌خواهیم با جهت‌دار کردن یال‌های گراف زیر، به یك شبکه‌ی بیزی برسیم. m شرط وجود دارند که می‌خواهیم در شبکه‌ی بیزی حاصل برقرار باشند. هر یک از این شرط‌ها به این صورت است که p و q باید به شرط مجموعه ی S از متغیرهای تصادفی نسبت به یک‌دیگر مستقل باشند.

$$S \subseteq \{A, B, C, D\}$$
$$p, q \in \{X_۱, X_۲, ...X_n, Y_۱, Y_۲, ...Y_n\}$$



الگوریتمی ارائه دهید که با پیچیدگی زمانی $O(n+m)$ پس از ورودی گرفتن شرط‌های گفته شده، مشخص کند که آیا جهت‌دهی ای برای یال های ورودی وجود دارد که تمام شرط‌های گفته شده برقرار باشند یا خیر.s

راهنمایی: حل مساله 2-sat با مرتبه $O(n+m)$ قابل انجام است.

پاسخ

جهت‌دهی ۳ یال بین A و B و C و D ۸ حالت دارد. هر یک از این ۸ حالت را در نظر می‌گیریم. در هر یک از این ۸ حالت، به ازای هر شرط که مبنی بر استقلال p و q علاوه بر این ۳ یال برقرار بودن این استقلال تنها به جهت ۲ یال متصل به p و q وابسته است. این ۲ یال ۴ حالت دارند که بعضی از این حالت‌ها شرط استقلال را نقض می‌کنند.

بنابراین در هر یک از این ۸ حالت، یک مسئله CSP تعریف می‌کنیم که هر یک از متغیرها یال‌های متصل به برگ‌ها هستند که اگر جهتشان از برگ خارج باشد مقدار true دارند و در غیر این صورت مقدار false.

در هر یک از شرط‌های استقلال گفته شده، بعضی از حالت یک جفت یال رد می‌شود. برای مثال اگر طبق این شرط و جهت آن ۳ یال بتوان گفت که حالتی که p و q هر دو غلط باشند نامعتبر است، شرط $(p \vee q)$ را اضافه می‌کنیم. اگر هم فقط $p = True$ داشتیم(به طور مثال) آن را به فرم $(p \vee p)$ می‌توان نوشت.

در نهایت در هر یک از این ۸ حالت به یک مسئله 2-sat رسیده ایم که با پیچیدگی زمانی مرتبه تعداد متغیرها و شروط قابل حل است.