2018 考研数学一真题

（1）　下列函数不可导的是：

$(A)\ y = |x|\sin|x|$

$(B)\ y = |x|\sin\sqrt{|x|}$

$(C)\ y = \cos|x|$

$(D)\ y = \cos\sqrt{|x|}$

（2）过点（1,0,0）与（0,1,0）且与z=x^2 + y^2相切的平面方程为

$(A)\ z = 0$与$x + y - z = 1$

$(B)\ z = 0$与$2x + 2y - z = 2$

$(C)\ y = x$与x+y−z=1

$(D)\ y = x$与$2c + 2y - z = 2$

（3）$\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n \dfrac{2n+3}{(2\mathrm{n}+1)!} =$

$(A)\sin 1 + \cos 1$

$(B)\,2\sin 1 + \cos 1$

$(C)\sin 1 + \cos 1$

$(D)\,3\sin 1 + 2\cos 1$

（4）$M = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{(1+\mathrm{x})^2}{1+x^2}dx$　　N=$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \dfrac{1+\mathrm{x}}{e^x}dx$　　K=$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\sqrt{\cos x})dx$ ），则 M,N,K 的大小关系为

$(A)\ M > N > K$

$(B)\ M > K > N$

$(C)\ K > M > N$

$(D)\ N > M > K$

（5）下列矩阵中，与矩阵$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$相似的为______.

A. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

（6）.设A，B为n阶矩阵，记$r(X)$为矩阵X的秩，（$X \quad Y$） 表示分块矩阵，则

A. $r(A \quad AB) = r(A)$　　B. $r(A \quad BA) = r(A)$

C. $r(A \quad B) = \max\{r(A), r(B)\}$　　D. $r(A \quad B) = r(A^T \quad B^T)$

（7）设$f(x)$为某分部的概率密度函数，$f(1+x) = f(1-x)$，$\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 0.6$，则

$p\{X \leqslant 0\} =$__________.

A. 0.2　B. 0.3　C. 0.4　D. 0.6

（8）给定总体$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，σ^2已知，给定样本$X_1, X_2, \cdots, X_n$，对总体均值μ进行检验，令$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$，则

A. 若显著性水平$\alpha = 0.05$时拒绝H_0，则$\alpha = 0.01$时也拒绝H_0.

B. 若显著性水平$\alpha = 0.05$时接受H_0，则$\alpha = 0.01$时拒绝H_0.

C. 若显著性水平$\alpha = 0.05$时拒绝H_0，则$\alpha = 0.01$时接受H_0.

D. 若显著性水平$\alpha = 0.05$时接受H_0，则$\alpha = 0.01$时也接受H_0.

（9）$\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1-\tan x}{1+\tan x}\right)^{\frac{1}{\sin kx}}=e,$则$k=$_____

（10）$y=f(x)$的图像过（0,0），且与$y=a^x$相切与（1,2），求$\int_0^1 xf'(x)dx=$ ______

（11）$F(x,y,z)=xy\vec{\varepsilon}-yz\vec{\eta}+xz\vec{k},$求$rot\vec{F}(1,1,0)=$ ________

（12）曲线 S 由$x^2+y^2+z^2=1$与$x+y+z=0$相交而成，求$\oint xydS=$ _________

（13）二阶矩阵 A 有两个不同特征值，α_1,α_2是 A 的线性无关的特征向量，

$A^2(\alpha_1+\alpha_2)=(\alpha_1+\alpha_2),$则$|A|=$ ______

（14）A,B 独立，A,C 独立，$BC\neq\phi,P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$，$P(AC|AB\bigcup C)=\frac{1}{4},$则$P(C)=$

（15）. 求不定积分$\int e^{2x}\arctan\sqrt{e^x-1}dx$

（16）. 一根绳长 2m，截成三段，分别折成圆、三角形、正方形，这三段分别为多长是所得的面积总和最小，并求该最小值。

（17）. $x=\sqrt{1-3y^2-3z^2}$取正面，求$\iint\limits_{\Sigma}xdydz+(y^3+z)dxdz+z^3dxdy$

（18）微分方程$y'+y=f(x)$

（I）当$f(x)=x$时，求微分方程的通解.

（II）当$f(x)$为周期函数时，证微分方程有通解与其对应，且该通解也为周期函数.

（19）数列$\{x_n\}$，$x_1>0$，$x_n e^{x_{n+1}}=e^{x_n}-1$.证：$\{x_n\}$收敛，并求$\lim\limits_{n\to\infty}x_n$.

（20）设实二次型$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1-x_2+x_3)^2+(x_2+x_3)^2+(x_1+ax_3)^2,$其中 a 是参数，

（I）求$f(x_1,x_2,x_3)=0$的解

（II）求$f(x_1,x_2,x_3)$的规范形

（21）已知 a 是常数，且矩阵$A=\begin{bmatrix}1&2&a\\1&3&0\\2&7&-a\end{bmatrix}$可经初等变换化为矩阵$B=\begin{bmatrix}1&a&2\\0&1&1\\-1&1&1\end{bmatrix}$

（I）求 a

（II）求满足$AP=B$的可逆矩阵 P

（22）X,Y 随机变量相互独立，$P\{X=1\}=y_1$，$P\{X=-1\}=y_2$，Y 服从 λ 的泊松分布.

$Z=XY$

（1）求 $\operatorname{cov}(X,Z)$.

（2）求 Z 得概率分布.

（23）$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 X 的分布，$f(x)=\dfrac{1}{2\sigma}e^{-\frac{|x|}{\sigma}}$（$\sigma$ 未知，$-\infty<x<+\infty$）.

（1）求 σ 得极大似然估计.

（2）求 $E(\hat{\sigma})$，$D(\hat{\sigma})$.