2019 年全国硕士研究生入学统一考试数二真题解析

一、选择题，1~8 小题，每小题 4 分，共 32 分.下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的.

1.当 $x \to 0$ 时，若 $x - \tan x$ 与 x^k 为同阶无穷小量，则 $k =$

A.1　　B.2　　C.3　　D.4

【答案】C

【答案解析】$\because x - \tan x \sim -\dfrac{x^3}{3}$,若要 $x - \tan x$ 与 x^k 同阶无穷小，$\therefore k = 3$.故选 C.

对泰勒不熟悉的同学，本题也可以用洛必达法则.

2.函数 $y = x\sin x + 2\cos x \quad \left(0 < x < 2\pi\right)$ 的拐点为

A. $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$　　B. $\left(0,2\right)$　　C. $(\pi,-2)$　　D. $\left(\dfrac{3\pi}{2},-\dfrac{3\pi}{2}\right)$

【答案】C.

【答案解析】

$$\begin{aligned} y' &= \sin x + x\cos x - 2\sin x \\ &= x\cos x - \sin x \end{aligned}$$

令 $y''(x) = \cos x - x\sin x - \cos x = -x\sin x = 0$，得 $x = 0, x = \pi$；

$x < 0$ 时，$y''(x) < 0$；$x > 0$ 时，$y''(x) < 0$，故 x=0 不为拐点.

$0 < x < \pi$ 时，$y''(x) < 0$；$\dfrac{3\pi}{2} > x > \pi$ 时，$y''(x) > 0$，故拐点为 $\left(\pi,-2\right)$.

3.下列反常积分发散的是

A. $\int_0^{+\infty} xe^{-x}dx$　　B. $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2}dx$　　C. $\int_0^{+\infty} \dfrac{\arctan x}{1+x^2}dx$　　D. $\int_0^{+\infty} \dfrac{x}{1+x^2}dx$

【答案　】D.

【答案解析】A、B 选项可以通过积分计算，都是收敛的。C、D 选项可以通过极限形式的比较审敛法，快速得出 D 发散。

选项 D 也可直接计算 $\int_0^{+\infty} \dfrac{x}{1+x^2}dx = \dfrac{1}{2}\ln(1+x^2)\Big|_0^{+\infty} = +\infty$

4. 微分方程 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的通解为 $y = (C_1 + C_2x)\mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^x$，则 a,b,c 的值为

A.1,0,1　　B.1,0,2　　C.2,1,3　　D.2,1,4

【答案】D.

【答案解析】由题意可知通解为 $y = (C_1 + C_2x)\,\mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^x$

因为 $\mathrm{e}^{-x}, x\,\mathrm{e}^{-x}$ 为 $y'' + ay' + by = 0$ 的两个解.即 $\lambda = -1$ 为二重根.

$\lambda^2+a\lambda+b=0\Rightarrow 1-a+b=0 \quad \Delta=a^2-4b=0\Rightarrow a=2,b=1,$

所以 $y=\mathrm{e}^x$ 为 $y''+ay'+by=c\,\mathrm{e}^x$ 的特解：$y''+2y'+y=c\,\mathrm{e}^x$

将 $\mathrm{e}^x=y$ 代入 $\mathrm{e}^x+2\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^x=c\,\mathrm{e}^x\Rightarrow c=4$

$a=2,b=1,c=4$，故选 D.

5.已知积分区域 $D=\left\{(x,y)\middle|\,|x|+|y|\le\frac{\pi}{2}\right\}$，$I_1=\iint\limits_D\sqrt{x^2+y^2}dxdy$，$I_2=\iint\limits_D\sin\sqrt{x^2+y^2}dxdy$，

$I_3=\iint\limits_D\left(1-\cos\sqrt{x^2+y^2}\right)dxdy$ 的大小关系为（　　）

A.$I_3<I_2<I_1$　　　B.　$I_1<I_2<I_3$　　　C.$I_2<I_1<I_3$　　　D.$I_2<I_3<I_1$

【答案】A

【答案解析】因为 $\sin x<x(x>0\text{时})$，所以 $\sqrt{x^2+y^2}>\sin\sqrt{x^2+y^2}$，故可知：$I_1>I_2$；

$1-\cos x<\sin x(x>0\text{时})$，故由定积分性质可知：$I_2>I_3$，故选 A.

6.已知 $f(x)g(x)$ 是二阶可导且在 $x=a$ 处连续，则 $f(x)g(x)$ 相切于 a 且曲率相等是

$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{(x-a)^2}=0$ 的（　　）

A.充分非必要条件　　　　　B.充分必要条件

C.必要非充分条件　　　　　D.既非充分又非必要条件

【答案】A

【答案解析】充分性：

由 $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{(x-a)^2}=0$ 可知 $f(a)=g(a),f'(a)=g'(a),f''(a)=g''(a)$，

故两曲线必相切且由曲率公式可知，曲率也相等.

必要性：若曲率相等，由曲率公式得，f 与 g 的二阶导也可能互为相反数，所以无法推出

$\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-g(x)}{(x-a)^2}=0$

故选 A.

7.设 A 是四阶矩阵，A^* 是 A 的伴随矩阵，若线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系中只有 2 个向量，则 A^* 的秩是

A.0　　　　B.1　　　　C.2　　　　D.3

【答案】A.

【答案解析】由于 $Ax=0$ 的基础解系中只有 2 个向量，故 $r(A)=4-2=2$，由

$$r(A^*)=\begin{cases}n,r(A)=n\\1,r(A)=n-1\\0,r(A)<n-1\end{cases}$$ 可知 $r(A^*)=0$.

8.设 A 是 3 阶单位矩阵，E 是 3 阶单位矩阵，若 $A^2+A=2E$ 且 $|A|=4$，则二次型 X^TAX 的规范形为

A. $y_1^2+y_2^2+y_3^2$

B. $y_1^2+y_2^2-y_3^2$

C. $y_1^2-y_2^2-y_3^2$

D. $-y_1^2-y_2^2-y_3^2$

【答案】C

【答案解析】由 $A^2+A=2E$ 可知，矩阵的特征值满足 $\lambda^2+\lambda=2$，所以A的两个特征值为$-2,1$; 又知道行列式等于所有特征值的乘积，故矩阵的第三个特征值为-2，所以二次型的正负惯性指数分别为 1，2.故选 C.

二、填空题：9～14 小题，每小题 4 分，共 24 分.

9.$\lim\limits_{x\to0}\left(x+2^x\right)^{\frac{2}{x}}=$_____ .

【答案】$4e^2$

【答案解析】$\lim\limits_{x\to0}(x+2^x)^{\frac{2}{x}}=\lim\limits_{x\to0}e^{\frac{2}{x}\ln(2^x+x)}=\lim\limits_{x\to0}e^{\frac{2(e^{x\ln2}+x-1)}{x}}=\lim\limits_{x\to0}e^{\frac{2(e^{x\ln2}+x-1)}{x}}=e^{2(1+\ln2)}=4e^2$

10.曲线$\begin{cases}x=t-\sin t\\y=1-\cos t\end{cases}$在对应点$t=\dfrac{3\pi}{2}$处切线在轴上的截距为_______.

【答案】$\dfrac{3\pi}{2}+2$

【答案解析】当$t=\dfrac{3\pi}{2}$时，

$x=\dfrac{3\pi}{2}+1,y=1,\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\sin t}{1-\cos t}\bigg|_{t=\frac{3\pi}{2}}=-1,$切线方程为：$y=-x+\dfrac{3\pi}{2}+2$，所以$t=\dfrac{3\pi}{2}$处切线

在轴上的截距为$\frac{3\pi}{2}+2$.

11.设函数$f(u)$可导，$z=yf\left(\frac{y^2}{x}\right)$则$2x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$

【答案】z

【答案解析】【秒杀法】$f(u)=1$，则$z=y$，$2x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=0+y=y=z$。

如果担心，可以再给个特例，$f(u)=2$，结果仍然是 z.

【常规方法】$\frac{\partial z}{\partial x}=yf'\cdot(-\frac{y^2}{x^2}),\frac{\partial z}{\partial y}=f(\frac{y^2}{x})+\frac{2y^2}{x}f'$，所以$2x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=yf(\frac{y^2}{x})=z$

12. 设函数$y=\ln\cos x(0\le x\le\frac{\pi}{6})$的弧长为______ .

【答案】$\frac{1}{2}\ln 3$

【答案解析】$\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{1+(y')^2}dx=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sqrt{1+\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}dx=\ln|\sec x+\tan x|\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{1}{2}\ln 3.$

13.已知函数$f(x)=x\int_1^x\frac{\sin t^2}{t}dt,$则$\int_0^1 f(x)dx=$_______.

【答案】$\frac{1}{4}(\cos 1-1)$

【答案解析】

由题意可知：$f(1)=0,$故$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1 x\int_1^x\frac{\sin t^2}{t}dtdx=-\int_0^1\frac{\sin t^2}{t}dt\int_0^x xdx=-\frac{1}{2}\int_0^1 t\sin t^2dt$

$=\frac{1}{4}(\cos 1-1)$

本题也可使用分部积分计算。

14.已知矩阵$A=\begin{pmatrix}1&-1&0&0\\-2&1&-1&1\\3&-2&2&-1\\0&0&3&4\end{pmatrix}$，$A_{ij}$表示$|A|$中$(i,j)$的代数余子式

则$A_{11}-A_{12}=$_________.

【答案】-4

【答案解析】$A_{11}-A_{12}=\begin{vmatrix}1 & -1 & 0 & 0\\ -2 & 1 & -1 & 1\\ 3 & -2 & 2 & -1\\ 0 & 0 & 3 & 4\end{vmatrix}=-4$

二、解答题：15~23 小题，共 94 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.（本题满分 10 分）

已知 $f(x)=\begin{cases}x^{2x}, & x>0\\ xe^{x}+1, x\le 0\end{cases}$,求$f(x)$的极值.

【答案解析】当 $x>0$ 时，$f'(x)=\left(x^{2x}\right)'=\left(e^{2x\ln x}\right)'=e^{2x\ln x}\left(2\ln x+2\right)=x^{2x}\left(2\ln x+2\right)$.

当 $x<0$ 时，$f'(x)=\left(x\mathrm{e}^{x}+1\right)'=\mathrm{e}^{x}+x\mathrm{e}^{x}=(1+x)\mathrm{e}^{x}$.

当 x=0 时，$f(0)=1$，$f'_{+}(0)=\lim\limits_{x\to 0^{+}}\dfrac{x^{2x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^{+}}\dfrac{e^{2x\ln x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^{+}}\dfrac{2x\ln x}{x}=-\infty$，

$f'_{-}(0)=\lim\limits_{x\to 0^{-}}\dfrac{xe^{x}+1-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0^{-}}e^{x}=1$.故 $f'(x)=\begin{cases}x^{2x}\left(2\ln x+2\right) & x>0\\ (1+x)\mathrm{e}^{x} & x<0\end{cases}$.

$\therefore$ 有 $f(x)$ 在 $x=0$ 点不可导.于是

$$f'(x)=\begin{cases}\mathrm{e}^{2x\ln x}(2\ln x+2)，x>0\\ \text{不存在}，x=0\\ \mathrm{e}^{x}+x\mathrm{e}^{x}, x<0\end{cases}$$

令 $f'(x)=0$，得 $x_1=e^{-1}, x_2=-1$.

于是有下列表

x	$(-\infty,-1)$	-1	（-1，0）	0	$\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$	$\frac{1}{\mathrm{e}}$	$\left(\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$
$f'(x)$	-	0	+	不存在	-	0	+
$f(x)$	↓	极小值	↗	极大值	↓	极小值	↗

当 $x\in\left(0,e^{-1}\right), f'(x)<0, f(x)$ 单调递减，当 $x\in\left(e^{-1}，+\infty\right), f'(x)>0, f(x)$ 单调递增，

故 $f\left(e^{-1}\right)=\left(\dfrac{1}{e}\right)^{\frac{2}{e}}$ 为极小值.

当 $x\in(-1,0), f'(x)>0, f(x)$ 单调递增，当 $x\in\left(0,e^{-1}\right), f'(x)<0, f(x)$ 单调递减，

故 $f(0)=1$ 为极大值.

当 $x\in(-\infty,-1), f'(x)<0, f(x)$ 单调递减，当 $x\in(-1,0), f'(x)>0, f(x)$ 单调递增，

故 $f\left(-1\right)=-e^{-1}+1$ 为极小值.

16.（本题满分 10 分）

求不定积分 $\int\frac{3x+6}{(x-1)^2(x^2+x+1)}dx$.

【答案解析】

$$\int\frac{3x+6}{(x-1)^2(x^2+x+1)}dx=\int(\frac{2x+1}{x^2+x+1}+\frac{3}{(x-1)^2}-\frac{2}{x-1})dx$$

$$=\ln(x^2+x+1)-\frac{3}{x-1}-2\ln\left|x-1\right|+C.$$

17.（本题满分 10 分）

$y=y(x)$是微分方程$y'-xy=\frac{1}{2\sqrt{x}}e^{\frac{x^2}{2}}$满足$y(1)=\sqrt{e}$的特解.

（1）求 $y=y(x)$；

（2）$D=\left\{(x,y)\middle|1\le x\le 2,0\le y\le y(x)\right\}$ 求平面区域 D 绕 x 轴旋转成的旋转本体积

【答案解析】（1）由一阶非齐次微分方程的通解公式可知：

通解 $y=\mathrm{e}^{\int x\mathrm{d}x}\left(\int\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\cdot\mathrm{e}^{\int -x\mathrm{d}x}\mathrm{d}x+C\right)$

$$=\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\left(\int\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x+C\right)$$

$$=\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\left(\int\frac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{d}x+C\right)$$

$$=\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\left(\sqrt{x}+C\right)$$

由 $f(1)=\sqrt{\mathrm{e}}=(C+1)\sqrt{\mathrm{e}}$ 得 $C=0$，所以 $f(x)=\sqrt{x}\cdot\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}$

（2）由旋转体体积公式可知：

$$V_x=\pi\int_1^2\left(\sqrt{x}\cdot\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\right)^2\mathrm{d}x$$

$$=\pi\int_1^2 x\cdot\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\pi}{2}\int_1^2\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x^2=\frac{\pi}{2}\mathrm{e}^{x^2}\Big|_1^2=\frac{\pi}{2}\left(\mathrm{e}^4\text{-}\mathrm{e}\right)$$

18.（本题满分 10 分）

已知平面区域D满足$\left|x\right|\le y,(x^2+y^2)^3\le y^4$，求$\iint\limits_D \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy.$

【答案解析】

$$I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi}d\theta\int_0^{\sin^2\theta}\frac{r\sin\theta}{r}rdr=\frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi}\sin^5\theta d\theta=-\frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi}\sin^4\theta d\cos\theta$$

$$=-\frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi}\left(1-\cos^2\theta\right)^2 d\cos\theta=-\frac{1}{2}\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi}\left(1-2\cos^2\theta+\cos^4\theta\right)d\cos\theta$$

$$=\frac{43\sqrt{2}}{120}$$

19.（本题满分 10 分）

S_n是$y=e^{-x}\sin x(x\ge 0)$与 x 轴之间图形的面积，求S_n，并求$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$

【答案解析】

$$S=\int_0^{+\infty}e^{-x}\left|\sin x\right|dx=\sum_{n=0}^{+\infty}\int_{2n\pi}^{(2n+1)\pi}e^{-x}\sin xdx-\sum_{n=0}^{+\infty}\int_{(2n+1)\pi}^{(2n+2)\pi}e^{-x}\sin xdx$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{+\infty}[e^{-2n\pi}+e^{-(2n+1)\pi}]+\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{+\infty}[e^{-(2n+2)\pi}+e^{-(2n+1)\pi}]$$

$$=\frac{1}{2}\frac{1}{1-e^{-\pi}}+\frac{1}{2}\frac{e^{-\pi}}{1-e^{-\pi}}=\frac{1+e^{-\pi}}{2(1-e^{-\pi})}$$

20.（本题满分 11 分）

已知函数$u(x,y)$满足$2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+3\frac{\partial u}{\partial x}+3\frac{\partial u}{\partial y}=0$，求$a,b$的值，使得在变换$u(x,y)=v(x,y)e^{ax+by}$下，上述等式可化为函数$v(x,y)$的不含一阶偏导的等式.

解：$u\left(x,y\right)=v\left(x,y\right)e^{ax+by}$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial x}e^{ax+by}+ave^{ax+by}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial y}e^{ax+by}+bve^{ax+by}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}e^{ax+by}+a\frac{\partial v}{\partial x}e^{ax+by}+a\frac{\partial v}{\partial x}e^{ax+by}+a^2ve^{ax+by},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}e^{ax+by}+b\frac{\partial v}{\partial y}e^{ax+by}+b\frac{\partial v}{\partial y}e^{ax+by}+b^2ve^{ax+by}$$

带入得$\begin{cases}4a+3=0\\3-4b=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=-\dfrac{3}{4}\\b=\dfrac{3}{4}\end{cases}$.

21.（本题满分 11 分）

已知函数 $f(x,y)$在$[0,1]$上具有二阶导数，且 $f(0)=0$，$f(1)=1,\int_0^1 f(x)dx=1$，证明：

（1）存在$\xi\in(0,1)$,使得$f'(\xi)=0$;

（2）存在$\eta\in(0,1)$,使得$f'(\eta)<-2$.

【答案解析】由拉格朗日中值定理可知，存在 $a\in(0,1)$，使得

$$1=\frac{\int_0^1 f(x)dx}{1}=f(a).$$

又 $f(1)=f(a)=1$且$f(x)$在$[0,1]$上二阶可导，由罗尔定理可知：

存在$\xi\in(0,1)$,使得$f'(\xi)=0$;

（2）记$x_0\in(0,1)$为$f(x)$的最大值点，首先由$\int_0^1 f(x)dx=1$可知$f(x_0)\ge 1$

且$f'(x_0)=0$,在$x=x_0$处，由泰勒公式可知，存在ς，使得

$$f(x)=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)+\frac{(x-x_0)^2}{2}f''(\varsigma)=f(x_0)+\frac{(x-x_0)^2}{2}f''(\varsigma)$$

分别令$x=0,1$我们得到：

$0=f(0)=f(x_0)+\frac{x_0^2}{2}f''(\varsigma_1)$; $1=f(1)=f(x_0)+\frac{(1-x_0)^2}{2}f''(\varsigma_2)$，两者相加得：

$$1-2f(x_0)=\frac{x_0^2}{2}f''(\varsigma_1)+\frac{(1-x_0)^2}{2}f''(\varsigma_2)\ge[\frac{x_0^2}{2}+\frac{(1-x_0)^2}{2}]f''(\eta),$$

其中$f''(\eta)=\min\{f''(\varsigma_1),f''(\varsigma_2)\}$

故$f''(\eta)\le 2\frac{1\text{-}2f(x_0)}{x_0^2+(1-x_0)^2}$,且$f(x_0)\ge 1,\frac{1}{2}<x_0^2+(1-x_0)^2<1$

故 $f''(\eta)<-2$，得证.

22.（本题满分 11 分）

已知向量组（Ⅰ）$a_1=\begin{bmatrix}1\\1\\4\end{bmatrix},a_2=\begin{bmatrix}1\\0\\4\end{bmatrix},a_3=\begin{bmatrix}1\\2\\a^2+3\end{bmatrix}$,

（Ⅱ）$\beta_1=\begin{bmatrix}1\\1\\a+3\end{bmatrix},\beta_2=\begin{bmatrix}0\\2\\1-a\end{bmatrix},\beta_3=\begin{bmatrix}1\\3\\a^2+3\end{bmatrix}$，若向量组（Ⅰ）和向量组（Ⅱ）等价，求 *a* 的

取值，并将β_3用$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性表示.

【答案解析】$(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$

$$=\begin{pmatrix}1&1&1&1&0&1\\1&0&2&1&2&3\\4&4&a^2+3&a+3&1-a&a^2+3\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{r}\begin{pmatrix}1&1&1&1&0&1\\0&-1&1&0&2&2\\0&0&a^2-1&a-1&1-a&a^2-1\end{pmatrix}$$

① 若 a=1，则$r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=r(\beta_1,\beta_2,\beta_3)=r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3)$

此时向量组（I）与（II）等价，

令　$A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$

则　$(A\vdots\beta_3)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&2&3\\0&1&-1&-2\\0&0&0&0\end{array}\right)$，此时：$\beta_3=(3-2k)\alpha_1+(-2+k)\alpha_2+k\alpha_3$.

② 若$a=-1$，则$r(A)=2\neq r(A,B)=3$，向量组（I）与（II）不等价.

③ 若$a\neq 1,-1$，此时两个向量组满秩，$(A\vdots\beta_3)\to\left(\begin{array}{ccc|c}1&0&0&1\\0&1&0&-1\\0&0&1&1\end{array}\right)$，所以$\beta_3=\alpha_1-\alpha_2+\alpha_3$.

23.（本题满分 11 分）

已知矩阵$A=\begin{Bmatrix}-2&-2&1\\2&x&-2\\0&0&-2\end{Bmatrix}$与$B=\begin{Bmatrix}2&1&0\\0&-1&0\\0&0&y\end{Bmatrix}$相似

（1）求x,y.

（2）求可逆矩阵P，使得$P^{-1}AP=B$.

【答案解析】(1)由题意可知$\lambda_B=2,-1,y,A\sim B$，所以$\lambda_A=2,-1,y$

$\left|\lambda E-A\right|=(\lambda+2)[(\lambda+2)(\lambda-x)+4]=0,$所以$y=-2$，

当$\lambda=2$为$(\lambda+2)(\lambda-x)+4=0$的根，所以$x=3$

(2)计算得

A的特征值为$2,-2,1$对应的特征向量为$\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-2\\1\\0\end{pmatrix}$

令$P_1=\begin{pmatrix}1&-1&-2\\-2&2&1\\0&4&0\end{pmatrix}$，则$P_1^{-1}AP=\begin{pmatrix}2&&\\&-2&\\&&1\end{pmatrix}$

同理可计算：

B的特征值为$2,-2,1$对应的特征向量为$\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\3\\0\end{pmatrix}$,令$P_2=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&0&3\\0&1&0\end{pmatrix}$,

则$P_2BP=\begin{pmatrix}2&&\\&-2&\\&&-1\end{pmatrix}$

所以 $P_1AP=P_2BP=P\Rightarrow P=P_2P_1^{-1}=\begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&1&2\\0&0&4\end{pmatrix}$