

西南交通大学 2024—2025 学年第(1)学期半期考试试卷

课程代码 MATH000112 课程名称 线性代数 B 考试时间 90 分钟

题号	一	二	三	四	总成绩
得分					

注意：本试卷共四大题，14 小题.

一、选择题（每小题 5 分，共计 25 分）

1. 设 A, B 为 n 阶对称矩阵且 B 可逆，则下列矩阵中为对称矩阵的是（ ）.

(A) $AB^{-1} - B^{-1}A$ (B) $AB^{-1} + B^{-1}A$

(C) $B^{-1}AB$ (D) $(AB)^2$

2. 设 A 为方阵，若 $A^3 = O$ ，则（ ）.

(A) $E - A$ 不可逆， $E + A$ 不可逆

(B) $E - A$ 不可逆， $E + A$ 可逆

(C) $E - A$ 可逆， $E + A$ 不可逆

(D) $E - A$ 可逆， $E + A$ 可逆

3. 设 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 是三维列向量，若 $(2\gamma_1 - 3\gamma_2, \gamma_2 + \gamma_3, \gamma_3 - \gamma_1) = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)A$ ，

则 $A =$ （ ）.

(A) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(B) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(C) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(D) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

4. 已知 $R(A_{6 \times 3}) = 2$, 且 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $R(AB) = (\quad)$.

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 无法确定 .

5. 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$, $B = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} + a_{23} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} + a_{33} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} + a_{13} & a_{13} \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$,

则 $B = (\quad)$.

(A) AQP (B) QAP (C) PAQ (D) QPA .

二、填空题 (每小题 5 分 , 共计 15 分)

6. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ 均为 4 维列向量 , 行列式 $\det(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1) = m$, $\det(\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3) = n$, 则 $\det(\alpha_3, \alpha_2, \alpha_1, \beta_1 + \beta_2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设 A 为三阶方阵 , $R(A) = 1$, 则 $R(A^*) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 设 A 为三阶矩阵 , $|A| = \frac{1}{2}$, 则 $|(2A)^{-1} - 5A^*| = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、计算题 (共计 54 分)

9. (10 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 4 \\ 0 & 5 & 1 \end{pmatrix}$, 求 $3AB - 2A$ 及 $A^T B$.

10. (10 分) 设有四阶行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, 计算 : $-M_{41} + 4A_{42} + 7M_{43} + 6M_{44}$.

11. (10 分) 求解非齐次线性方程组 $\begin{cases} 2x + y - z + w = 1 \\ 3x - 2y + z - 3w = 4 \\ x + 4y - 3z + 5w = -2 \end{cases}$.

12. (12分) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3k \\ -1 & 2k & -3 \\ k & -2 & 3 \end{pmatrix}$, 问 k 为何值时, 可使:

(1) $R(A)=1$; (2) $R(A)=2$; (3) $R(A)=3$.

13. (12分) 设矩阵 X 满足 $A^*X = A^{-1}B + 2X$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$,

求矩阵 X .

四、计算证明题 (6分)

14. 设 $A^k = O$ (k 为正整数), 证明 $E - A$ 可逆, 且其逆矩阵

$$(E - A)^{-1} = E + A + A^2 + \cdots + A^{k-1}.$$