

西南交通大学 2022-2023 学年第 2 学期半期测试卷

课程代码 MATH011512 课程名称 高等数学 II 考试时间 90 分钟

注意: 本试卷共 3 大题, 16 小题. 答案写在指定的答题卡上, 在本试卷上作答视为无效. 考试结束后将答题卡交回, 本试卷自行留存.

一、选择题 (每小题 4 分, 共 24 分)

- 已知直线 $l: \begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0, \end{cases}$ 和平面 $\pi: 4x-2y+z-2=0$, 则直线 l ().
(A) 平行于 π (B) 在 π 上 (C) 垂直于 π (D) 与 π 斜交
- 母线平行于 x 轴, 且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2+y^2+z^2=16 \\ x^2-y^2+z^2=0 \end{cases}$ 的柱面方程是 ().
(A) $3x^2+2z^2=16$ (B) $3y^2-z^2=16$
(C) $x^2+2y^2=16$ (D) $3y^2+z^2=16$
- 已知函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处对 x 和 y 的偏导数都存在, 则 ().
(A) $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处连续
(B) $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处可全微
(C) $f(x_0,y)$ 在 y_0 处连续, $f(x,y_0)$ 在 x_0 处连续
(D) $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处沿任意方向的方向导数存在
- 函数 $f(x,y)=\arctan \frac{x}{y}$ 在点 $A(0,1)$ 处的梯度为 ().
(A) $(1,0)$ (B) $(0,1)$ (C) $(-1,0)$ (D) $(1,1)$
- 设 $z=\frac{y}{f(x^2-y^2)}$, 其中 f 为可导函数, 则 $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}=()$.
(A) $\frac{z}{y}$ (B) $\frac{z}{y^2}$ (C) $\frac{4zf'}{f}$ (D) $\frac{4zf'}{f^2}$
- 设一物体占据空间闭区域 $\Omega=\{(x,y,z)|x|\leq 1, |y|\leq 1, |z|\leq 1\}$, 在点 (x,y,z) 处的密度为 $\rho(x,y,z)=(xyz-1)^2$, 则该物体的质量为 ().
(A) 8 (B) $\frac{8}{27}$ (C) $\frac{35}{27}$ (D) $\frac{224}{27}$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

- 设 $z=y\sin(x+y)$, 则全微分 $dz|_{(\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})}=$ _____.
 - 设 $2e^{-xy}+2z-e^z=1$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y}|_{(1,0,0)}=$ _____.
 - 曲面 $x^2+y^2-z^2=1$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切平面方程为 _____.
 - 函数 $u=\ln(x+\sqrt{y^2+z^2})$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿方向 $l=(2,-2,1)$ 的方向导数为 _____.
 - 交换二次积分 $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y) dy$ 的积分顺序为 _____.
- 三、解答题 (12、13、14 题每题 12 分, 15、16 题每题 10 分, 共 56 分)
- 求曲线 $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=4 \\ x^2+y^2=2x \end{cases}$ 在点 $M(1,1,\sqrt{2})$ 处的切线方程和法平面方程.
 - 已知 $f(x,y)=e^{xy}(x^2-2x+2y)$ 有驻点 $(1,1)$, 求常数 a 的值, 并讨论该驻点是否为函数的极值点.
 - 利用拉格朗日乘数法求原点到曲线 $\begin{cases} x^2+y^2=z \\ x+y+z=12 \end{cases}$ 上的点的最长和最短距离.
 - 计算二重积分 $I=\iint_D \frac{1+x^2y}{1+x^2+y^2} dx dy$, 其中 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 1, x\geq 0\}$.
 - 已知 Ω 是由曲面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ ($R>0$) 及 $z=0$ 所围成的闭区域, 计算三重积分 $I=\iiint_{\Omega} (x^2+y^2) dx dy dz$.

西南交通大学 2022-2023 学年第 2 学期半期测试卷

课程代码 MATH011512 课程名称 高等数学 II 考试时间 90 分钟

注意: 本试卷共 3 大题, 16 小题. 答案写在指定的答题卡上, 在本试卷上作答视为无效. 考试结束后将答题卡交回, 本试卷自行留存.

一、选择题 (每小题 4 分, 共 24 分)

- 已知直线 $l: \begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0, \end{cases}$ 和平面 $\pi: 4x-2y+z-2=0$, 则直线 l ().
(A) 平行于 π (B) 在 π 上 (C) 垂直于 π (D) 与 π 斜交
- 母线平行于 x 轴, 且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2+y^2+z^2=16 \\ x^2-y^2+z^2=0 \end{cases}$ 的柱面方程是 ().
(A) $3x^2+2z^2=16$ (B) $3y^2-z^2=16$
(C) $x^2+2y^2=16$ (D) $3y^2+z^2=16$
- 已知函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处对 x 和 y 的偏导数都存在, 则 ().
(A) $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处连续
(B) $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处可全微
(C) $f(x_0,y)$ 在 y_0 处连续, $f(x,y_0)$ 在 x_0 处连续
(D) $f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处沿任意方向的方向导数存在
- 函数 $f(x,y) = \arctan \frac{x}{y}$ 在点 $A(0,1)$ 处的梯度为 ().
(A) $(1,0)$ (B) $(0,1)$ (C) $(-1,0)$ (D) $(1,1)$
- 设 $z = \frac{y}{f(x^2-y^2)}$, 其中 f 为可导函数, 则 $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} =$ ().
(A) $\frac{z}{y}$ (B) $\frac{z}{y^2}$ (C) $\frac{4zf'}{f}$ (D) $\frac{4zf'}{f^2}$
- 设一物体占据空间闭区域 $\Omega = \{(x,y,z) | |x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1\}$, 在点 (x,y,z) 处的密度为 $\rho(x,y,z) = (xyz-1)^2$, 则该物体的质量为 ().
(A) 8 (B) $\frac{8}{27}$ (C) $\frac{35}{27}$ (D) $\frac{224}{27}$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

- 设 $z = y \sin(x+y)$, 则全微分 $dz|_{(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})} =$.
 - 设 $2e^{-xy} + 2z - e^z = 1$, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{(1,0,0)} =$.
 - 曲面 $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切平面方程为 .
 - 函数 $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$ 在点 $A(1,0,1)$ 处沿方向 $l = (2,-2,1)$ 的方向导数为 .
 - 交换二次积分 $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x,y) dy + \int_1^{\sqrt{2}} dx \int_0^{\sqrt{2-x^2}} f(x,y) dy$ 的积分顺序为 .
- 三、解答题 (12、13、14 题每题 12 分, 15、16 题每题 10 分, 共 56 分)
- 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 2x \end{cases}$ 在点 $M(1,1,\sqrt{2})$ 处的切线方程和法平面方程.
 - 已知 $f(x,y) = e^{xy}(x^2 - 2x + 2y)$ 有驻点 $(1,1)$, 求常数 a 的值, 并讨论该驻点是否为函数的极值点.
 - 利用拉格朗日乘数法求原点到曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x + y + z = 12 \end{cases}$ 上的点的最长和最短距离.
 - 计算二重积分 $I = \iint_D \frac{1+x^2y}{1+x^2+y^2} dx dy$, 其中 $D = \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$.
 - 已知 Ω 是由曲面 $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ ($R > 0$) 及 $z = 0$ 所围成的闭区域, 计算三重积分 $I = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$.

